

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

N° attribué par la bibliothèque

/ / / / / / / / / / / / / / /

THESE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'INPG

Spécialité : « Mécanique des Milieux Géophysiques et Environnement »

préparée au Laboratoire d'étude des Transferts en Hydrologie et Environnement

(LTHE, UMR 5564, CNRS-INPG-IRD-UJF)

dans le cadre de *l'Ecole Doctorale « Terre Univers Environnement »*

présentée et soutenue publiquement

par

Noémie VARADO

le mardi 28 septembre 2004

CONTRIBUTION AU DEVELOPPEMENT

D'UNE MODELISATION HYDROLOGIQUE DISTRIBUEE.

APPLICATION AU BASSIN VERSANT DE LA DONGA, AU BENIN.

Directrice de thèse :

Isabelle BRAUD

COMPOSITION DU JURY

M. Philippe BOIS
M. André CHANZY
M. Lars GOTTSCHALK
M. Bruno AMBROISE
M. Cyril KAO
Mme Isabelle BRAUD
Mme Sylvie GALLE

Professeur Emérite INP Grenoble
DR INRA, Avignon
Professeur, Université d'Oslo
DR CNRS, IMFS Strasbourg
Ingénieur du GREF, CEMAGREF
CR CNRS, LTHE / CEMAGREF
CR IRD, LTHE

Président
Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Examineur
Directrice
Co-encadrante

Remerciements

A l'heure où j'apporte la touche finale à ce mémoire, je tiens à remercier tout d'abord les personnes qui m'ont permis de réaliser cette thèse : l'ensemble des membres de la commission du Conseil Général du GREF (Génie Rural des Eaux et Forêts) ainsi que Daniel Loudière en sa qualité de directeur de l'ENGEES. Je remercie également Pierrick Givone, adjoint à la direction scientifique du CEMAGREF et Michel Vaucelin, directeur du LTHE, pour avoir soutenu ma candidature. Je remercie aussi Jean-Dominique Creutin qui m'a accueilli au LTHE ; ainsi que Jean-Michel Grésillon grâce à qui j'ai pu finir ce travail au sein du CEMAGREF de Lyon, au plus proche de ma directrice de thèse, Isabelle Braud.

A Isabelle, j'adresse toute ma gratitude pour ces trois années passées à travailler avec elle, pour son soutien, la patience dans ses explications, et pour le savoir et le goût de la recherche qu'elle m'a transmis. J'espère sincèrement que cette collaboration continuera dans les prochaines années. Sylvie Galle m'a également encadrée dans ce travail. Je la remercie pour les aspects expérimentaux de l'hydrologie et pour ses connaissances du Bénin (et de l'Afrique) qu'elle a bien voulu partager avec moi.

Je remercie Lars Gottschalk et André Chanzy d'avoir accepté de rapporter ce travail, de l'intérêt qu'ils ont marqué pour celui-ci et des discussions intéressantes qu'ils ont suscitées.

Mes remerciements vont également à Bruno Ambroise pour avoir participé au jury et pour avoir apporté son regard pragmatique sur la modélisation en lien avec son expérience de terrain. Je tiens à remercier grandement Philippe Bois d'avoir accepté de tenir le rôle de Président de ce jury, mais aussi pour avoir rendu cette soutenance moins solennelle et plus explicite pour les non-initiés aux soutenances de thèse. Merci aussi, Professeur, pour votre humour et vos histoires qui égayaient les longues après-midi de thèse, au 3^e étage du bâtiment A.

Je remercie vivement Cyril Kao d'avoir accepté de participer à ce jury, mais également aux comités de pilotage au cours desquels j'ai apprécié son intérêt pour mon travail et son dynamisme. Merci enfin à lui de m'accueillir aujourd'hui au sein de son équipe au CEMAGREF d'Antony.

Je remercie également Nadia Carluer pour son regard avisé sur mon travail lors de ces mêmes comités de pilotage. Ma reconnaissance va également à Thierry Leviandier pour avoir accepté de suivre mon travail et d'être mon correspondant avec l'ENGEES.

Je remercie chaleureusement Peter Ross pour m'avoir permis d'utiliser sa méthode numérique et d'avoir accepté de relire ma prose en anglais. L'utilisation du modèle REW-v4.0 (il n'avait pas de nom...) a été possible grâce à Paolo Reggiani, qui malgré son départ du LTHE m'a permis de l'utiliser et m'a bien souvent débloqué. Je remercie également le programme de recherche IMPETUS, et plus particulièrement Helge Borma et Simone Giertz, de m'avoir fourni les données climatiques des stations Mont-de-Gaulle et Savannah.

Un grand merci aussi à tous ceux qui oeuvrent sur le terrain pour collecter et analyser les données et qui nous accueillent à bras ouvert lorsque l'on arrive à Cotonou. Je pense à Jean-Michel Bouchez, Stéphane Boubkraoui, Marc Arjounin, Fred Malinur, Simon Afouda, Théodore, le personnel de la Direction de l'Hydraulique et à tous ceux qui sont partis récemment rejoindre cette équipe. Merci aussi à tous ceux qui ponctuellement rapportent des données pour la connaissance du bassin de l'Ouémé : je pense en particulier à l'équipe de prospection géophysique (Henry Robain, Maxime Wubda, Marc Descloîtres et Yann Le Troquer) et à celle qui a réalisé les essais d'infiltration Beerkan sur le bassin de la Donga en décembre 2000 (Rafael Angulo-Jaramillo, Sylvie Galle, Stéphane Boubkraoui, Jean Michel Bouchez, Devaraj De Condappa, Gaël Derive, Antoine Gohoun-Goussou, Randel Haverkamp, Paolo Reggiani, José Soria-Ugalde, et Simon Afouda). C'est lors de mon voyage béninois en février 2002 que j'ai appris à connaître et à travailler avec Luc Séguis et Christophe Peugeot. Merci à tous les deux pour votre enthousiasme et toutes les interactions que nous avons eues par la suite. Plus généralement, merci à tous les acteurs du projet AMMA-Catch d'insuffler cette dynamique d'équipe, indispensable aux novices pour apprécier le travail de recherche.

Du côté de « l'équipe POWER », là aussi le travail d'équipe a été extrêmement motivant. En premier lieu, je remercie grandement Randel Haverkamp de m'avoir aiguillé sur ce sujet de thèse « au Bénin » lorsqu'il enseignait l'hydrologie en DEA. Il a continué à m'imprégner de sa vision de physicien du sol pendant ces trois années. Quant à son optimisme légendaire, il a soutenu mon travail, tout en nourrissant mes rêves d'îles lointaines et d'aventures extravagantes. Merci Randel !

Ma reconnaissance va aussi aux autres membres de cette équipe cosmopolite, présents ou anciens : Samuel Debionne et Pierre Viallet qui reprennent le flambeau, Isabella Zin, Franck Gangola, Sylvia Roessle, Georges Vachaud, sans oublier Tao Chen et Béatrice Normand qui m'ont fait une place dans leur bureau.

Un remerciement spécial pour celles qui permettent de ne pas se noyer dans les méandres de l'administration et des ordres de missions : d'abord Sylviane Fabry et Odette Nave pour le LTHE puis Anne Eicholz et Hélène Faurant pour l'unité HH au Cemagref de Lyon.

J'en profite aussi pour remercier le service de la documentation de Lyon et plus particulièrement Anne-Laure pour son aide et son efficacité. (Clin d'œil !)

Je remercie également l'ensemble des membres de l'UR Hydrologie-Hydraulique pour m'avoir fait une place durant les 8 derniers mois de cette thèse, alors qu'à cette époque de travaux il n'y en avait pas beaucoup. Un merci spécial à Eric qui m'a accepté sur la petite table derrière la porte et qui a appris à répondre pour moi à toutes les questions concernant SiSPAT !

J'ai aussi une pensée spéciale pour l'ensemble de mes compagnons de thèse. Au LTHE : David, Guillaume, et Romain qui sont en passe de soutenir, tout comme Abdou et Maud que je remercie beaucoup pour leur enthousiasme et leur générosité. Pour Théo, Laetitia, Véronique, Christophe, Eddy, Benoît, Alexandre, Nicolas, Eric et Emmanuel, ce sera pour un peu plus tard. Un merci spécial pour Matthieu qui a traité (et m'a donné) toutes les données de débits et surtout pour son humour sarcastique. Merci aussi à ceux qui nous ont accueillis et ont montré l'exemple : Guillaume, Alexis, Gaël, Wilfran, Hubert, Isabella, José et Maria Helena (que j'ai retrouvée à Lyon). Au CEMAGREF aussi, l'équipe de thésards-stagiaires n'est pas en reste et propose des moments de rigolade agréables : Raouf, Aurélie, Benjamin, Frédéric (dit Fred Prez), Oldrich, Jean-Philippe, Kamal, et Emmanuel pour les thésards mais aussi Elodie, Lucille et les tous ceux que j'oublie... Parmi les thésards, j'ai oublié Julien, mais c'est une blague (ne pas rire !).

Je ne peux conclure cette liste sans évoquer mes amis grenoblois avec qui j'ai pu partagé mes angoisses ou simplement décompresser en parlant d'autres choses : Juliette, Thierry, Manu, Aude, Barbara Olivier, Maud, sans oublier ceux qui sont partis de Grenoble avant moi : William et Alexandre pour leurs grandes discussions philosophiques et Karen qui m'a manqué cruellement pour les séances régulières de remontage de moral.

Merci à tous les autres que j'ai croisés au cours de mes études (et que je croise encore pour certains) et qui m'ont aidée d'une façon ou d'une autre à arriver là. Je pense aux « engeessiens » (Alex, Fred P, Fred G, Frédo, Hélène, Florent, Laure-Anne, Lilia, Tintin, Momo, Marco, Reno, Philou, Mimi et tous les autres) bien sûr mais aussi à Philippe, David, Céline, Marilynne, Julien, JB, Faberc, Léon et bien d'autres.

Pour finir, j'aimerais remercier chaleureusement ma (grande !) famille de m'avoir toujours soutenue et d'avoir toujours cru en mes capacités, tout au long de ces 9 années d'études (eh oui ! j'ai un peu entraîné en prépa). Merci à ceux (famille ou amis) qui ont fait le déplacement pour venir m'écouter, ce 28 septembre. Merci aussi à tous ceux qui auraient aimé venir, qui ne le pouvaient pas mais qui m'ont encouragée malgré tout.

Non, je n'ai pas oublié Jean-Guillaume parmi les thésards du Cemagref. Car c'est avant tout pour ton soutien permanent et toutes les heures non scientifiques que nous passons ensemble que je tiens à te remercier.

Résumé

Dans le cadre du développement du modèle hydrologique distribué et à base physique POWER (**P**lanner **O**riented evaluative **W**atershed model for **E**nvironmental and socio-economic **R**esponses), le test et la validation des différents modules doivent être menés avant de les agréger ensemble dans leur structure commune. Le travail de thèse s'inscrit dans cette démarche.

La version préliminaire de POWER, nommée REW_v4.0 (Reggiani et al. 1998, 1999), a été mise en place pour une modélisation du bassin versant de la Donga, située au Bénin dans le cadre du programme international AMMA (Analyse Multidisciplinaire de la Mousson Africaine). Cette modélisation permet de représenter de façon spatialisée l'ensemble des processus dominants du cycle de l'eau. L'analyse des données disponibles sur le bassin versant permet d'évaluer dans ce type de modélisation, la représentation des débits intermédiaires, la représentation d'autres grandeurs telles que l'évolution de la hauteur de nappe ou la saturation du sol, puis l'apport de la variabilité spatiale de la pluie par rapport à une pluie uniforme sur le bassin ou l'apport de la variabilité spatiale des propriétés sols.

Dans le but d'améliorer la représentation des processus au sein du modèle POWER, un module de transferts verticaux dans la zone non saturée a été développé et validé. Ce module permet la résolution rapide de l'équation de Richards (1931) 1D selon la solution numérique de Ross (2003) dans laquelle ont été inclus les phénomènes d'interception, de transpiration et d'extraction racinaire. L'application du modèle POWER comprenant le module de zone non saturée ainsi développé devrait permettre de répondre à un certain nombre de questions soulevées dans la mise en œuvre du modèle REW_v4.0.

Mots-clés : Modélisation hydrologique distribuée, Zone non saturée, AMMA, POWER

Abstract

In the aim of the development of the distributed, physically-based hydrological model POWER (**P**lanner **O**riented evaluative **W**atershed model for **E**nvironmental and socio-economic **R**esponses), test and validation of the various modules should be conducted separately before incorporating them into the modelling structure.

The preliminary version of POWER, called REW_V4.0 (Reggiani et al. 1998, 1999), was applied to the Donga catchment, Benin, in the context of the international program AMMA (Multidisciplinary Analysis of the African Monsoon). Data analysis allow to evaluate, in this particular modelling system, the representation of intermediate discharge, the evolution of the groundwater level, the evolution of the degree of soil saturation and then the improvement of the simulation when taking into account the spatial variability of rainfalls or soil properties.

In order to improve the process representation into the POWER modelling system, a vadose zone module was developed and validated to represent more physically the vertical water transfers in the unsaturated zone. This module allows a quick resolution of the 1D Richards' equation (1931). This module is based on the numerical solution proposed by Ross (2003). Interception, transpiration and roots extraction phenomenon were added to the numerical solution in order to take into account soil surface covered by vegetation. The POWER application, with the vadose zone module developed would allow us to answer some questions raised by the REW_v4.0 model.

Keywords: Distributed hydrological modelling, Unsaturated zone, AMMA, POWER

Table des matières

<i>Remerciements</i>	3
<i>Résumé / Abstract</i>	5
<i>Table des illustrations</i>	13
<i>Liste des tableaux</i>	17
<i>Liste des symboles</i>	19
<i>Introduction</i>	23
<i>1^{er} chapitre : Introduction générale</i>	25
1.1 Différents types de modèles hydrologiques?	25
1.1.1 Description des processus	26
1.1.2 Représentation spatiale du bassin versant	28
1.1.3 Spécification des paramètres	29
1.1.4 Proposition d'un vocabulaire commun	29
1.2 Terminologie relative à la validation	30
1.3 Méthode de construction des modèles hydrologiques	32
1.3.1 Construction et validation	32
1.3.2 Construction et complexité	35
1.4 Modélisation spatialisée des composantes du cycle hydrologique	36
1.4.1 Spécificité et contraintes	36
1.4.2 Des données distribuées sur les différents compartiments modélisés :	38
1.4.2.1 Validation en plusieurs points du bassin :	38
1.4.2.2 Validation sur plusieurs variables :	39
1.4.2.3 Les données spatialisées :	40
1.4.3 Les méthodes multi-critères :	43
1.4.3.1 Définition de critères de performance objectifs	43
1.4.3.2 Les méthodes automatiques :	46
1.5 Contexte spécifique et objectifs du travail de thèse :	48
1.5.1 Le projet AMMA (Analyse Multidisciplinaire de la Mousson Africaine) et ses différentes composantes	48
1.5.1.1 Présentation générale	48
1.5.1.2 Le volet hydrologique	51
1.5.2 Développement d'une approche de modélisation novatrice	52

1.5.3	Objectifs propres au travail de thèse	53
1.5.3.1	Que peut-on attendre d'une modélisation avec REW_v4.0 ?	54
1.5.3.2	Vers un affinement de la modélisation.	55
2^{ème} chapitre : Stratégie d'observation multi-échelles pour la modélisation spatialisée des processus		57
2.1	Caractéristiques générales de la fenêtre géographique AMMA-CATCH du Bénin :	58
2.2	Caractérisation du bilan hydrologique sur le bassin de la Donga :	61
2.2.1	La pluie :	61
2.2.1.1	Pluviométrie des années 1998 à 2002	61
2.2.1.2	Etat du réseau :	63
2.2.2	Les variables climatiques :	65
2.2.2.1	Température et humidité :	67
2.2.2.2	Rayonnement :	68
2.2.2.3	ETP :	72
2.2.3	Les débits	75
2.2.4	Les hauteurs de nappe	78
2.3	Caractérisation de la surface :	81
2.3.1	Mesures d'infiltration	81
2.3.2	Utilisation de la carte pédologique	85
2.4	Autres données disponibles sur le bassin versant de la Donga :	91
2.4.1	Mesures géophysiques	91
2.4.2	Mesures géochimiques :	92
2.4.3	Carte satellite et végétation	93
2.4.4	Station de suivi des groupes fonctionnels de végétation	94
2.5	Conclusion du chapitre	95
3^{ème} chapitre : Le modèle REW-v4.0		97
3.1	Découpage de l'espace en sous-bassin versants : les REWs	98
3.2	Forme générale des équations	101
3.3	La zone U :	104
3.3.1	Conservation de la masse :	104
3.3.2	Conservation de la quantité de mouvement :	106
3.4	La zone S :	108
3.4.1	Conservation de la masse :	108
3.4.2	Conservation de la quantité de mouvement :	112
3.5	La rivière :	113

3.5.1	Conservation de la masse :	_____	114
3.5.2	Conservation de la quantité de mouvement :	_____	115
3.6	La surface saturée : zone O	_____	118
3.6.1	Conservation de la masse :	_____	118
3.6.2	Conservation de la quantité de mouvement :	_____	118
3.7	Conclusion du chapitre	_____	120
4^{ème} chapitre : Mise en œuvre du modèle REW-v4.0 sur le bassin de la Donga			121
4.1	Découpage du bassin en REWs	_____	123
4.1.1	Caractéristiques géométriques des REWs et volume de sol selon l'ordre de découpage	_____	126
4.1.2	Position des stations limnimétriques et piézométriques.	_____	128
4.2	Détermination d'une distribution pertinente des paramètres de sol.	_____	130
4.3	Etude de la liaison surface saturée / hauteur de nappe dans le modèle REW-v4.0	_____	133
4.3.1	La formulation initiale de Reggiani et al. (2000)	_____	135
4.3.2	Comment améliorer cette approche ?	_____	136
4.3.3	Les indices topographiques	_____	139
4.4	Détermination des coefficients de géométrie hydraulique de Leopold et Maddock (1953)	_____	144
4.5	Conclusion du chapitre	_____	149
5^{ème} chapitre : Résultats de la modélisation du bassin de la Donga avec le modèle REW-v4.0			151
5.1	Modélisation homogène	_____	152
5.1.1	Utilisation des propriétés hydrodynamiques des sols, mesurées en surface :	_____	152
5.1.2	Vers une diminution de la capacité du réservoir sol ?	_____	156
5.1.2.1	Peut-on trouver des valeurs de K_s et θ_s permettant de mieux simuler les débits à l'exutoire de 1999 et 2000 ?	_____	157
5.1.2.2	Effet sur l'amplitude de la nappe	_____	160
5.1.2.3	Effet sur l'évolution de la saturation	_____	160
5.1.3	Sensibilité à l'ETP :	_____	164
5.1.3.1	Sensibilité à un coefficient cultural	_____	164
5.1.3.2	Cumul d'évaporation à l'échelle du bassin versant.	_____	169
5.1.4	Représentation des débits intermédiaires	_____	172
5.1.5	Difficultés liées à l'évaluation du modèle sur les hauteurs de nappe	_____	174
5.1.6	Flux échangés entre les différentes zones	_____	178
5.2	Distribution des paramètres et des processus	_____	179
5.2.1	Distribution du paramètre p lié à la relation nappe / surface saturée	_____	180
5.2.2	Distribution des paramètres de sols	_____	182
5.2.3	Distribution de la pluie	_____	184
5.2.3.1	Effet de la distribution spatiale de la pluie sur les lames d'eau journalières attribuées aux REWs.	_____	184

5.2.3.2	Pertinence du réseau de 2002 par rapport au réseau de 2001	186
5.2.3.3	Effet de la distribution spatiale des pluies sur les débits.	187
5.2.3.4	Effet sur la distribution de l'évaporation	190
5.3	Conclusion du chapitre	191
6^{ème}	chapitre : Développement d'un module de zone non saturée	193
6.1	Validation de la solution numérique sur sol nu	196
6.1.1	La méthode numérique de Ross (2003)	196
6.1.2	Le modèle SiSPAT : la référence numérique retenue :	200
6.1.3	Validation à l'aide de solutions analytiques	202
6.1.3.1	La solution linéaire de Basha (1999) :	202
6.1.3.2	Solution analytique sur l'infiltration cumulée	206
6.1.3.3	Description du profil des teneurs en eau par une nouvelle solution analytique développée par Haverkamp (communication personnelle) :	210
6.1.4	Comparaison avec une autre solution numérique	216
6.1.4.1	Description des simulations :	216
6.1.4.2	Résultats	219
6.1.5	Conclusion des tests de la solution numérique sur sol nu :	225
6.2	Insertion des phénomènes liés à la végétation	226
6.2.1	L'interception et les modules d'extraction racinaire :	228
6.2.1.1	Représentation de l'interception des radiations et des précipitations par la végétation :	228
6.2.1.2	Description des modules LI01 et LK00	229
6.2.1.3	Insertion dans la solution numérique de Ross (2003) :	231
6.2.2	Utilisation du modèle SiSPAT pour la validation du MZNS :	233
6.2.2.1	Fonctionnement de l'interface avec la végétation	233
6.2.2.2	Différentes versions du modèle et leur utilisation	233
6.2.3	Comparaison des deux méthodes numériques après inclusion de la végétation :	234
6.2.3.1	Méthode	234
6.2.3.2	Cumul de percolation :	236
6.2.3.3	Cumul d'évaporation :	236
6.2.3.4	Teneur en eau dans les différentes couches :	238
6.2.3.5	Cumul de transpiration :	238
6.2.3.6	Cumul d'évapotranspiration :	239
6.2.4	Comparaison des deux modules d'extraction racinaire LI01 et LK00 :	239
6.2.4.1	Cumul d'évaporation, de transpiration et d'évapotranspiration	239
6.2.4.2	Extraction horaire	240
6.2.4.3	Origine du dysfonctionnement du module LK00	243
6.2.5	Evaluation de la perte de précision lorsque l'on ne résout pas le bilan d'énergie :	245
6.2.5.1	Partition de l'énergie entre le sol et la végétation.	245

6.2.5.2	Une autre formulation du flux d'évaporation dans le MZNS pourrait-elle palier à ce problème de répartition ? _____	248
6.2.6	Application du MZNS sur un jeu de données réel d'un champ de soja : _____	249
6.2.6.1	Présentation du jeu de données _____	250
6.2.6.2	Comparaison des performances de SiSPAT et de MZNS. _____	251
6.2.6.3	Utilisation d'un coefficient cultural : _____	252
6.3	Conclusion concernant le développement du module de zone non saturée : _____	255
6.4	Utilisation du module de zone non saturée 1D avec les données de la Donga _____	257
	 <i>Conclusions générales</i> _____	 259
	<i>Bibliographie</i> _____	265
	<i>Annexes</i> _____	279

Table des illustrations

<i>Figure 1 : Schéma de construction et de validation d'un modèle hydrologique (Refsgaard, 1997)</i>	34
<i>Figure 2 : Schéma de la complexité d'un modèle hydrologique (Wagener et al., 2001)</i>	35
<i>Figure 3 : Zone d'étude du projet AMMA et ses différentes fenêtres</i>	50
<i>Figure 4 : Profil caractéristique des sols d'Afrique de l'Ouest (CIEH, 1992)</i>	59
<i>Figure 5 : Carte du Bénin</i>	60
<i>Figure 6 : Evolution de la pluviométrie mensuelle moyenne sur le bassin de la Donga pour l'année 1998</i>	61
<i>Figure 7 : Réseau de pluviographes sur le bassin versant de la Donga</i>	63
<i>Figure 8 : Variogramme normé des pluies journalières sur le haut bassin de l'Ouémé.</i>	64
<i>Figure 9 : Variogramme normé des pluies journalières sur le bassin de la Donga</i>	65
<i>Figure 10 : Rayonnement incident (points) et rayonnement extraterrestre (ligne pleine) au cours de l'année 2002 pour la station de Djougou.</i>	68
<i>Figure 11 : Rayonnement incident (points) et rayonnement extraterrestre (ligne pleine) au cours de l'année 2002 pour la station Savannah</i>	69
<i>Figure 12 : Comparaison du rayonnement net à 30 min entre Djougou et Savannah pour 2002</i>	70
<i>Figure 13 : Comparaison du rayonnement net journalier ($W.m^{-2}$) mesuré et calculé à la station de Djougou</i>	71
<i>Figure 14 : Comparaison des séries d'ETP entre Parakou, Djougou, Mont-De-Gaulle et Savannah.</i>	72
<i>Figure 15 : Variation saisonnière de l'ETP à Parakou et à Djougou</i>	73
<i>Figure 16 : Comparaison des ETP mensuelles (en mm/jour) pour les stations de Djougou, Parakou et Mont De Gaulle en 2002. Les valeurs de la moyenne de Parakou sont fournies par la Monographie du Bénin (Le Barbé et al. 1993)</i>	73
<i>Figure 17 : Comparaison des ETP mensuelles moyennes de 1998 à 2002 calculée par la méthode de la FAO avec l'ETP moyenne mensuelle calculée par la formule de Penman, pour la station de Parakou</i>	74
<i>Figure 18 : Réseau de limnimètres sur le bassin versant de la Donga et sous-bassins associés.</i>	76
<i>Figure 19 : Débits journaliers en 2002 sur les 6 stations limnimétriques du bassin de la Donga</i>	77
<i>Figure 20 : Suivi de la hauteur de nappe dans les puits villageois</i>	79
<i>Figure 21 : Fluctuations de la nappe et pluviométrie journalière à Ananiga</i>	80
<i>Figure 22 : Fluctuations de la nappe et pluviométrie journalière à Djougou</i>	80
<i>Figure 23 : Variogramme du paramètre de texture λ sur le bassin de la Donga</i>	82
<i>Figure 24 : Cartographie du paramètre de texture λ</i>	83
<i>Figure 25 : Distribution log-normale de K_s sur l'ensemble des points de mesure d'infiltration</i>	84
<i>Figure 26 : Variogramme expérimental de $\ln(K_s)$ sur le bassin versant de la Donga</i>	84
<i>Figure 27 : Variogramme expérimentale de $\ln(K_s)$ sur la toposéquence d'Ananiga</i>	85

Figure 28 : Carte pédologique et points de mesure d'infiltration _____	86
Figure 29 : Les 5 classes pédologiques différentes du point de vue de leur distribution de K_s . _____	90
Figure 30 : Coupe de résistivité sur le transect d'Ara réalisé en mai 2003 (Wubda, 2003) _____	91
Figure 31 : Carte d'occupation du sol pour 2000 (Zribi et al. 2003) _____	94
Figure 32 : Description du réseau hydrographique selon l'ordre de Strahler (1957). _____	98
Figure 33 : Extraction des sous-bassins versants selon l'ordre de Strahler _____	99
Figure 34 : Coupe transversale d'un REW et éléments géométriques (d'après Reggiani et al. 2001) _____	101
Figure 35: Première loi de Kirchhoff _____	111
Figure 36: Deuxième loi de Kirchhoff _____	111
Figure 37 : Direction de drainage dans l'algorithme de type d8. _____	123
Figure 38 : Topographie, réseau hydrographique et sous-bassins _____	124
Figure 39 : Découpage à l'ordre 2 : 117 REWs _____	125
Figure 40 : Découpage à l'ordre 3 : 23 REWs _____	126
Figure 41 : Schématisation de la taille du réservoir sol selon les découpages. _____	128
Figure 42 : Superposition du découpage en REWs (ordre3) et de la carte des regroupements pédologiques _____	132
Figure 43 : Vue transversale d'un MNT sur lequel on fait varier virtuellement la hauteur de nappe _____	133
Figure 44 : Evolution de la surface saturée en fonction de la hauteur de nappe pour chacun des REWs de l'ordre 3 (23 séries ponctuelles) et pour l'ensemble du bassin versant (ligne continue noire) _____	134
Figure 45 : Evolution de la surface saturée en fonction de l'altitude de la nappe sur le REW n°15 : MNT et formulation de Reggiani et al. (2000) _____	136
Figure 46 : Ajustement de la relation surface saturée / hauteur de nappe sur le REW n°4, par la formule de Reggiani et al. (2000) et par la formule « min_max ». _____	138
Figure 47 : Carte des indices topographiques sur le bassin versant de la Donga _____	140
Figure 48 : Distribution cumulée de l'indice topographique sur le bassin de la Donga. _____	141
Figure 49 : Distribution cumulée de l'indice topographique sur le REW 21, découpage à l'ordre 3 _____	142
Figure 50 : Evolution de la fraction de surface saturée en fonction de l'altitude de la nappe pour le REW 21 (ordre 3), étudiée avec le MNT (trait plein) ou à partir des indices topographiques pour deux valeurs de θ_s (croix : 0,1 ; losanges : 0,3) _____	143
Figure 51 : Profil en travers à la station de Donga Pont _____	145
Figure 52 : Relation de Leopold et Maddock (1953) pour la station de Donga Pont. _____	146
Figure 53 : Section en travers à la station de Ara _____	147
Figure 54 : Débits journaliers observés et simulés (1999-2000), en utilisant les propriétés hydrodynamiques des sols mesurées en surface et un découpage selon l'ordre 3 de Strahler. _____	153
Figure 55 : Volume décadaires écoulés mesurés et simulés (1999-2000) en utilisant les propriétés hydrodynamiques des sols mesurées en surface et un découpage selon l'ordre 3 de Strahler. _____	154

<i>Figure 56 : Volume journalier cumulé observé et simulé (1999-2000) en utilisant les propriétés hydrodynamiques des sols mesurées en surface et un découpage selon l'ordre 3 de Strahler.</i>	154
<i>Figure 57 : Volume décadaires (1999-2000) après ajustement des propriétés hydrodynamiques des sols (ordre3)</i>	158
<i>Figure 58 : Volume décadaires (1999-2000) après ajustement des propriétés hydrodynamiques des sols (ordre2)</i>	159
<i>Figure 59 : Amplitude de la nappe (1999 et 2000) pour le REW 9 (traits pleins) et le REW 17 (pointillés), à l'ordre 3.</i>	160
<i>Figure 60 : Evolution du degré de saturation de la zone non saturée avant et après ajustement des propriétés hydrodynamiques des sols (ordre 3).</i>	161
<i>Figure 61 : Evolution du degré de saturation du REW 1</i>	162
<i>Figure 62 : Evolution du degré de saturation du REW 14</i>	163
<i>Figure 63 : Volumes décadaires (1998-2002) observés et simulés avec la valeur initiale de l'ETP (exemple de l'ordre 3)</i>	166
<i>Figure 64 : Volumes décadaires (1998-2002) observés et lorsque la valeur de l'ETP est multipliée par 1.5 (exemple de l'ordre 2)</i>	167
<i>Figure 65 : Carte d'évaporation à l'ordre 3 pour 2002</i>	170
<i>Figure 66 : Carte d'évaporation à l'ordre 2 pour 1999</i>	171
<i>Figure 67 : Distribution des épaisseurs de REW, pour un découpage à l'ordre 2.</i>	171
<i>Figure 68 : Débits simulés et observés ($m^3.s^{-1}$) aux 6 stations limnimétriques du bassin versant (exemple de l'ordre 3 avec la multiplication de l'ETP par 1,5)</i>	174
<i>Figure 69 : Evolution de l'altitude de la nappe du REW 1 (ordre 3) en comparaison avec les puits de Ananinga, Foyo et Gaounga (2000 à 2002).</i>	175
<i>Figure 70 : Evolution de l'altitude de la nappe au puits de Djougou</i>	176
<i>Figure 71 : Principaux flux ($m^3.s^{-1}$) de la modélisation du bassin de la Donga (ordre 3 ; 1,5ETP)</i>	179
<i>Figure 72 : Pourcentage de surface saturée lorsque p est distribué, pour les REWs 1, 9, 14, 17 et 20.</i>	181
<i>Figure 73 : Pourcentage de surface saturée lorsque p est homogène, pour les REWs 1, 9, 14, 17 et 20.</i>	181
<i>Figure 74 : Evaporation annuelle (mm) selon que les propriétés des sols soient homogènes sur le bassin (abscisse) ou distribuées sur les REWs (ordonnées).</i>	183
<i>Figure 75 : Pluie homogène contre pluie distribuée pour le REW 25 (ordre 2) : 1998</i>	185
<i>Figure 76 : Pluie homogène contre pluie distribuée pour le REW 25 (ordre 2) : 2002</i>	185
<i>Figure 77 : Pluie journalière en 2002 sur le REW 6 (ordre3) déterminé avec l'ancien réseau (abscisses) et le nouveau réseau (ordonnées)</i>	187
<i>Figure 78 : Volume décadaire observé et simulé à l'exutoire pour 2002 selon que la pluie soit distribuée ou non.</i>	188
<i>Figure 79 : Cumuls d'évaporation (en mm) pour 2002, à l'ordre 3, selon que la pluie soit homogène (en abscisse) ou distribuée (en ordonnée).</i>	190

<i>Figure 80 : Découpage vertical préconisé par Ross (2003) : 10 couches</i>	199
<i>Figure 81 : Evolution de la teneur en eau des quatre premières couches de Touched silt loam.</i>	205
<i>Figure 82 : Infiltration cumulée en fonction du temps pour les trois sols caractéristiques : limon, argile, sable.</i>	209
<i>Figure 83 : Infiltration cumulée d'une colonne d'argile discrétisée en 15 couches, avec une discrétisation plus fine de la surface.</i>	210
<i>Figure 84 : Exemple de profil pour une colonne de Limon après 9h de simulation (le trait plein figure la solution analytique, les croix rouges correspondent à la solution numérique)</i>	213
<i>Figure 85 : Evolution du profil des teneurs en eau pour une colonne de limon de 2m découpée en 20 couches homogènes, à 2 h, 4 h, 6 h, et 8 h.</i>	215
<i>Figure 86: Forçage climatique : cycles courts et cycles longs</i>	217
<i>Figure 87 : Comparaison des cumuls d'évaporation. Les barres pleines sont les cumuls obtenus par la méthode de Ross (2003) ; les barres vides sont les cumuls obtenus par le modèle SiSPAT.</i>	219
<i>Figure 88 : Evolution des teneurs en eau dans les quatre premières couches du profil Acourt50.</i>	222
<i>Figure 89 : Profil de teneur en eau final pour la simulation Acourt50.</i>	222
<i>Figure 90 : Evolution du cumul de percolation pour l'exemple Along50</i>	224
<i>Figure 91: α_2^L en fonction de la valeur absolue de la pression h.</i>	230
<i>Figure 92 : Densité racinaire en fonction de la profondeur ($z_R=1m$ et $F_{10}=0,25$)</i>	235
<i>Figure 93 : Cumuls d'évaporation, sans résolution du bilan d'énergie</i>	237
<i>Figure 94 : Comparaison des extractions horaires moyennes sur le sable (en m) pour les couches 1 à 7 et cumul horaire (en m).</i>	241
<i>Figure 95 : Comparaison des extractions horaires moyennes sur l'argile (en m) pour les couches 1 à 7 et cumul horaire (en m).</i>	242
<i>Figure 96 : Fonctions de compensation des modèles LI01 (en pointillés) et LK00 (en traits pleins) pour l'argile et le sable.</i>	244
<i>Figure 97 : Evolution de l'évaporation cumulée selon différentes valeurs du LAI.</i>	247
<i>Figure 98 : Apport de la formulation de l'évaporation selon Mathieu et Bariac (1996) lorsque le bilan d'énergie est résolu.</i>	249
<i>Figure 99 : Evolution du stock d'eau dans le profil pour différentes valeurs du coefficient cultural.</i>	254
<i>Figure 100 : Profondeur de nappe simulée et profondeur relevée à Ananinga sur une colonne de sol verticale possédant deux horizons distincts</i>	258

Liste des tableaux

<i>Tableau 1 : Pluviométrie de la station de Djougou et sur le bassin versant de la Donga de 1998 à 2002</i>	62
<i>Tableau 2 : Eléments de la station météorologique installée à Djougou</i>	66
<i>Tableau 3 : Coordonnées des stations limnimétriques et aire drainée</i>	75
<i>Tableau 4 : Relation pluie-débit sur le bassin versant de la Donga</i>	76
<i>Tableau 5 : Coordonnées des puits villageois dans lesquels est suivie la hauteur de nappe (E signifie enregistreur et L signifie lecteur)</i>	78
<i>Tableau 6 : Noms des 11 classes pédologiques</i>	87
<i>Tableau 7 : Noms des 7 classes pédologiques après regroupement</i>	87
<i>Tableau 8 : Résultats des tests statistiques sur les 7 classes pédologiques</i>	89
<i>Tableau 9 : Caractéristiques des distributions de Ks (en mm/s) des 5 classes pédologiques reconnues distinctes</i>	89
<i>Tableau 10 : Eléments à spécifier pour l'utilisation du modèle REW-v4.0 et sources d'information utilisées.</i>	122
<i>Tableau 11 : Nombre de REWs et principales caractéristiques selon l'ordre de Strahler choisi</i>	125
<i>Tableau 12 : Position des limnimètres par rapport aux REWs.</i>	128
<i>Tableau 13 : Position des puits villageois sur les REWs. (« ext. » fait référence au fait que certains puits sont situés légèrement en dehors du bassin versant)</i>	129
<i>Tableau 14 : Coefficients et exposants des relations de Leopold et Maddock (1953) pour l'ensemble des stations du bassin versant de la Donga</i>	146
<i>Tableau 15 : Influence du facteur multiplicatif de l'ETP sur les débits journaliers et les volumes, décadaires, mensuels et cumulés (RMSE en m^{3/2}).</i>	165
<i>Tableau 16 : Efficience sur les débits journaliers, les volumes décadaires et les volumes mensuels, par année</i>	168
<i>Tableau 17 : Cumul d'évaporation (en mm) à l'échelle du bassin versant selon l'ordre de découpage et la valeur du coefficient multiplicatif de l'ETP</i>	169
<i>Tableau 18 : Efficience sur la racine des débits journaliers calculés en chaque station limnimétrique du bassin</i>	172
<i>Tableau 19 : Effet de la spatialisation du paramètre p sur les débits journaliers, décadaires et mensuels</i>	180
<i>Tableau 20 : Effet de la distribution des pluies sur les débits à l'exutoire en 2002. (Les efficacités portent sur les racines des débits journaliers, des volumes décadaires et des volumes mensuels).</i>	188
<i>Tableau 21 : Efficacités sur la racine des débits journaliers de 2002 pour toutes les stations (1,5ETP)</i>	189
<i>Tableau 22 : Huit sols dont les propriétés hydrodynamiques s'ajustent sur un modèle de Gardner (1958).</i>	204

<i>Tableau 23 : Efficience sur les teneurs en eau simulée sur les huit sols choisis.</i>	205
<i>Tableau 24 : Propriétés hydrodynamiques des trois sols caractéristiques</i>	208
<i>Tableau 25 : Efficience sur la forme du profil, au fil des heures. Découpage initial en 10 couches non homogènes</i>	213
<i>Tableau 26 : Efficience sur la forme du profil, au fil des heures. Découpage de 15, 20 et 100 couches de 2cm pour une colonne de limon.</i>	214
<i>Tableau 27 : Noms des 20 configurations de comparaison sur sol nu</i>	218
<i>Tableau 28 : Erreur relative (en %) sur les cumuls d'évaporation.</i>	220
<i>Tableau 29 : Erreur relative (en %) sur les teneurs en eau des 10 couches de sol, pour 4 exemples.</i>	221
<i>Tableau 30 : Hauteur maximale de la lame d'eau en mm et erreurs relatives en %.</i>	223
<i>Tableau 31 : Cumuls (en mm) et erreur relative (en %) sur les cumuls de percolation au fond</i>	224
<i>Tableau 32 : Description des configurations envisagées dans les tests de la solution numérique avec végétation.</i>	235
<i>Tableau 33 : erreurs relatives sur l'évaporation, sans résolution du bilan d'énergie, pour quelques exemples.</i>	236
<i>Tableau 34 : Rapport LI01/LK00 moyen par type de sol pour l'évaporation, la transpiration et l'évapotranspiration, quand le bilan d'énergie n'est pas résolu</i>	239
<i>Tableau 35 : Cumul d'évaporation sur le sous-ensemble représentatif pour les trois modèles envisagés.</i>	246
<i>Tableau 36 : Répartition de l'énergie entre le sol nu et la végétation (en %)</i>	248
<i>Tableau 37 : Propriétés hydrodynamiques du soja pour le modèle de Brooks et Corey</i>	251
<i>Tableau 38 : Biais, efficience et RMSE (en $W.m^{-2}$) calculés sur le flux latent (LE), et l'évapotranspiration journalière (jeu de données du soja).</i>	252
<i>Tableau 39 : Transpiration, Evaporation et efficience sur le flux latent et le stock pour différentes valeurs du coefficient cultural.</i>	253
<i>Tableau 40 : Efficience sur les teneurs en eau pour différentes valeurs du coefficients cultural</i>	253

Liste des symboles

A^{jk}	surface d'échange entre les zones j et k [m^2]
a_{bv}, c_{bv}, k_{bv}	coefficients des lois de Leopold et Maddock (1953), pour le bassin versant
a_{st}, c_{st}, k_{st}	coefficients des lois de Leopold et Maddock (1953), en une station
a_{bl}	coefficient régissant l'interception des radiations solaires et des précipitations
aa_i	aire drainée par le pixel i
a_i, b_i, c_i, d_i	terme de la matrice tri-diagonale à résoudre dans la solution numérique de Ross (2003)
a_s et b_s	coefficients régionaux pour le calcul du rayonnement net [-]
B	biais
b_{bv}, f_{bv}, n_{bv}	exposants des lois de Leopold et Maddock (1953), pour le bassin versant
b_{st}, f_{st}, n_{st}	exposants des lois de Leopold et Maddock (1953), pour le bassin versant
b_r	coefficient de décroissance du profil racinaire avec la profondeur
c_p	capacité calorifique de l'air [$MJ.kg^{-1}.^{\circ}C^{-1}$]
\overline{D}_i	déficit moyen
$d_{i,t}$	déficit local du pixel i à un temps t
d_r	inverse de la distance relative Terre-Soleil [-]
E	efficience
e_a	pression de vapeur réelle [kPa]
e^{jk}	flux d'échange entre les zones j et k [$kg.s^{-1}$]
EP	évaporation potentielle [$m.s^{-1}$]
E_r	erreur relative [%]
e_s	pression de vapeur saturante [kPa]
ET_0	Evapotranspiration de référence [$mm.jour^{-1}$]
ETP	évapotranspiration potentielle [$mm/jour$]
$Ex(z,t)$	terme puits représentant l'extraction racinaire [s^{-1}]
F_{10}	fraction de densité racinaire présente dans les 10% supérieurs de la zone racinaire
$F(\vartheta)$	fonction globale à minimiser de la méthode multi-objectifs
$f_i(\vartheta)$	critères objectifs de la méthode multi-objectifs
$f(\theta_0, \theta_s)$	flux de concentration [-]
G	flux de chaleur du sol [$MJ.m^{-2}.jour^{-1}$]
g	accélération de l'apesanteur [$m.s^{-2}$]
G_{sc}	constante solaire [$0.0820 MJ.m^{-2}.jour^{-1}$]

$g(z)$	distribution racinaire
G_{sc}	constante solaire [0.0820 MJ.m ⁻² .jour ⁻¹]
h	pression matricielle [m]
h_e	pression d'entrée d'air pour le modèle de Brooks et Corey (1964)
h_g	pression d'entrée d'air pour le modèle de van Genuchten (1980)
I	infiltration cumulée [m]
I^*	infiltration cumulée adimensionnelle [-]
I_{rain}	intensité de pluie [m.s ⁻¹]
IT	indice topographique
K	conductivité hydraulique [m.s ⁻¹]
K_s	conductivité hydraulique à saturation [m.s ⁻¹]
$\overline{K}_{s\ BV}$	K_s valable à l'échelle du bassin versant
$\overline{K}_{s\ distr}$	K_s moyen pour la distribution de sol identifiée comme indépendante
$\overline{K}_{s\ REW}$	K_s valable à l'échelle du REW
LAI	Leaf Area Index : indice foliaire
l^r	longueur moyenne du brin de rivière [m]
M	paramètre de décroissance de la conductivité hydraulique en fonction du déficit local
m^r	section en travers du brin de rivière [m ²]
m et n	paramètres de forme du modèle de van Genuchten (1980)
n_{obs}	nombre d'observations
$NDVI$	Normalized Difference Vegetation Index
p	paramètre de la relation liant ω^p à l'altitude de la nappe
p^j	pression de la zone j [Pa]
P^r	périmètre mouillé du brin de rivière [m]
q^*	flux adimensionnel [-]
q_i	flux d'eau entre la couche i et $i+1$
Q^r	débit du bief [m ³ .s ⁻¹]
Q_o^t	débit observé à un temps t
Q_s^t	débit simulé à un temps t
R^2	coefficient de détermination
R_a	rayonnement astronomique [MJ.m ⁻² .jour ⁻¹]
r_a	résistance aérodynamique [s.m ⁻¹]
R^i	premier coefficient du développement de Taylor du terme de friction
$RMSE$	erreur quadratique moyenne
R_n	radiation nette [MJ.m ⁻² .jour ⁻¹]

R_{nl}	rayonnement net grandes longueur d'onde [$\text{MJ.m}^{-2}.\text{jour}^{-1}$]
R_{ns}	rayonnement net courtes longueur d'onde [$\text{MJ.m}^{-2}.\text{jour}^{-1}$]
R_s	rayonnement incident [$\text{MJ.m}^{-2}.\text{jour}^{-1}$]
r_s	résistance de surface [s.m^{-1}]
R_{so}	rayonnement net sans nuage [$\text{MJ.m}^{-2}.\text{jour}^{-1}$]
S_{REW}	aire réelle du REW [m^2]
S	degré de saturation [-]
S^2	sorptivité [$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$]
s^u	degré de saturation moyen [-]
t^*	temps adimensionnel [-]
t	temps [s]
$\tan\beta_i$	pente du pixel i
T^{ij}	terme d'échange de quantité de mouvement entre les zone j et k [$\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$]
$T^{ij} _e$	partie à l'équilibre du terme d'échange de quantité de mouvement T^{ij} [$\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$]
T_{max}	température maximale [$^{\circ}\text{K}$]
T_{min}	température minimale [$^{\circ}\text{K}$]
TP	transpiration potentielle [m.s^{-1}]
u_2	vitesse du vent à 2m du sol [m.s^{-1}]
U^i	deuxième coefficient du développement de Taylor du terme de friction
V	rapport des volumes simulés et observés
v^j	vitesse dans la zone j [m.s^{-1}]
w^r	largeur du bief [m]
w_{rmax}	capacité maximale du réservoir d'interception [m]
Y_{imod}	variable simulée
Y_{iobs}	variable observée
$\overline{Y_{mod}}$	moyenne des variables simulées
$\overline{Y_{obs}}$	moyenne des observations
Y^r	hauteur maximale dans le bief [m]
y^o	épaisseur moyenne de la zone O [m]
y^r	épaisseur moyenne de la zone R [m]
y^s	épaisseur moyenne de la zone saturée [m]
y^u	épaisseur moyenne de la zone non saturée [m]
z^*	profondeur adimensionnelle [-]
Z_R	profondeur racinaire [m]
z^r	altitude moyenne du lit de la rivière [m]

z^s	altitude moyenne du socle imperméable [m]
z_{surf}	altitude moyenne du REW [m]
α	albédo [-]
$\alpha_1(\theta, z)$	terme représentant le stress hydrique dans l'extraction racinaire
$\alpha_2(\theta, z)$	terme représentant les phénomènes de compensation dans l'extraction racinaire
α_{REW}	coefficient de pondération permettant de déterminer $\overline{K}_{s_{REW}}$ à partir de $\overline{K}_{s_{BV}}$
Δ	pente de la relation liant la pression de vapeur saturante à la température [kPa.°C ⁻¹]
Δx_i	épaisseur de la couche i [m]
δ	fraction de végétation mouillée [-]
δ_s	déclinaison solaire [rad]
Σ	aire projetée du REW [m ²]
\mathcal{S}	aire projetée de la zone j [m ²]
ε	porosité [-]
ϕ	potentiel de Kirchhoff [m ² .s ⁻¹]
φ	latitude [rad]
γ_{psy}	constante psychrométrique [kPa.°C ⁻¹]
γ	pente moyenne du REW [-]
λ^j	longueur caractéristique d'échange de la zone j [m]
λ	paramètre de forme pour la courbe de rétention du modèle de Brooks et Corey (1964)
η	paramètre de forme pour la courbe de conductivité de Brooks et Corey (1964)
ω_s	angle solaire crépusculaire [rad]
ω^j	fraction de surface saturée de la zone j ; j=o,u,s [-]
ψ, ξ	paramètres de la quatrième loi de géométrie hydraulique
ρ_a	masse volumique de l'air [kg.m ⁻³]
ρ	masse volumique de l'eau [kg.m ⁻³]
σ	constante de Stephan-Boltzmann [4.903 10 ⁻⁹ MJ.K ⁻⁴ .m ⁻² .jour ⁻¹]
σ_f	fraction de radiation solaire interceptée par la végétation
ϑ	jeu de paramètres
ϑ_p	ensemble de Pareto
ϑ_d	ensemble dominé
θ	teneur en eau [m ³ .m ⁻³]
θ_s	teneur en eau à saturation [m ³ .m ⁻³]
τ^i	partie hors équilibre du terme d'échange de quantité de mouvement T^j [kg.m ⁻¹ .s ⁻²]
ζ	altitude du centre de gravité de la zone j [m]

Introduction

Lors de la Déclaration Millénaire de l'ONU en 2000, la communauté internationale s'est engagée à « réduire de moitié, d'ici 2015, la proportion des personnes qui n'ont pas accès à l'eau potable ou qui n'ont pas les moyens de s'en procurer » ; et « à mettre fin à l'exploitation irrationnelle des ressources en eau, en formulant des stratégies de gestion de l'eau aux niveaux régional, national et local, permettant notamment d'assurer aussi bien un accès équitable qu'un approvisionnement adéquat » (ONU/WWAP, 2003). A l'origine de cette déclaration, on trouve les constats suivants : la ressource en eau douce facilement accessible ne représente que 2,5% de l'hydrosphère terrestre ; sa distribution à la surface du globe est très inégale ; la population mondiale s'accroît et change ses habitudes de consommation.

On comprend donc qu'il existe un besoin fort de connaissances relatives à la partie continentale du cycle de l'eau. Les questions posées aux hydrologues portent sur les quantités disponibles, sur leur hétérogénéité spatiale, leur qualité ou encore leur évolution dans le temps, en relation avec des contraintes anthropiques (changements d'occupation des sols, prélèvements agricoles, production d'eau potable) ou des changements climatiques. Le bassin versant est l'entité géographique généralement retenue pour répondre à ces questions. La démarche consiste à comprendre les changements passés (ou actuels) dans le fonctionnement hydrologique des bassins, dans l'espoir de pouvoir, à terme, anticiper les impacts de ces changements sur la ressource en eau, au niveau de la disponibilité mais aussi de la qualité. Ceci passe d'abord par l'étude des processus variés auxquels le bassin versant est sujet : citons en exemple les précipitations, l'évaporation, la transpiration des plantes, l'interception, les écoulements de surface, l'infiltration dans le sol et les écoulements souterrains. La complexité de ces processus et de leur interaction demande une conceptualisation sous forme d'équations mathématiques qui doivent être résolues par des moyens informatiques. On parle alors communément de « modèles hydrologiques ».

Malgré des capacités de calcul informatiques croissantes, la modélisation hydrologique demande encore de faire des hypothèses simplificatrices. Celles-ci doivent être discutées selon les objectifs scientifiques. Le degré de finesse nécessaire dans la description des processus élémentaires, pour la représentation du bassin versant, constitue une discussion encore largement ouverte. Le travail présenté dans ce mémoire tente d'apporter quelques éléments de réponse dans un contexte de modélisation donnée et dans un contexte climatique particulier : le bassin versant de la Donga, au Bénin.

Le mémoire s'organise en six chapitres. Le premier est une vue synthétique des questions posées par l'utilisation de modèles hydrologiques et leur validation. J'insisterai plus spécialement sur la modélisation incluant les processus et leur variabilité dans le temps et dans l'espace. J'expliquerai également en détails dans ce chapitre le contexte de cette thèse et la démarche adoptée.

Dans le second chapitre, j'exposerai l'ensemble des données disponibles sur le bassin versant de la Donga. Elles permettent de caractériser les différents éléments du cycle hydrologique : les précipitations, les variables climatiques, les débits, les hauteurs de nappe et les propriétés des sols sont déjà disponibles et ont été utilisées. D'autres données seront bientôt disponibles et permettront aussi de valider la représentation que nous faisons du fonctionnement hydrologique du bassin versant.

Au troisième chapitre, j'exposerai les concepts théoriques du modèle hydrologique que j'ai utilisé :REW-v4.0. J'expliquerai en quoi il permet d'étudier la complexité nécessaire à une bonne représentation du bassin versant. Ce modèle permet la dérivation d'équations différentielles ordinaires qui représentent, à l'échelle du bassin versant, les transferts de masse et de quantité de mouvement entre les différents compartiments hydrologiques.

Au chapitre 4, j'aborderai la mise en œuvre de la modélisation avec l'utilisation spécifique pour le modèle REW-v4.0, des données disponibles. Le découpage de l'espace en sous-bassins sera abordé dans ce chapitre ainsi que la spécification des paramètres pour chaque maille de calcul.

Au chapitre 5, nous verrons les résultats issus du travail de modélisation du bassin versant de la Donga avec le modèle REW-v4.0. Cette modélisation sera évaluée à travers plusieurs compartiments du cycle hydrologique, tels que les débits à l'exutoire mais aussi en d'autres points du bassin, les hauteurs de nappe, et la dynamique de la zone non saturée. Nous évaluerons aussi l'influence de la spatialisation de certains paramètres et de certaines entrées sur la représentation des compartiments énoncés ci-dessus.

Au chapitre 6, je présenterai le développement et la validation d'un module de zone non saturée. Ce module permettra une représentation plus physique des transferts dans la zone non saturée, qui semble être nécessaire à une bonne représentation du fonctionnement du bassin versant. Ce module de zone non saturée a été développé pour améliorer la représentation des nappes, de la zone non saturée et de l'évapotranspiration.

1^{er} chapitre : Introduction générale

En réponse à un évènement pluvieux, l'hydrologie du bassin se trouve modifiée. Ceci peut notamment s'observer à travers les composantes suivantes : l'écoulement de surface, l'écoulement dans la zone saturée et non saturée du sol et l'évapotranspiration. Les tailles de bassins versants varient de quelques hectares à plusieurs milliers de km². Les échelles de temps de leur fonctionnement peuvent, elles aussi, varier de l'évènement pluvieux à plusieurs années consécutives. Les modèles hydrologiques sont des outils numériques qui servent à représenter le fonctionnement d'un bassin versant. L'objectif de la modélisation est de simuler l'une ou plusieurs de ces composantes pour une échelle de temps et d'espace. En conséquence, le choix de l'outil dépendra des composantes représentées et des échelles spatio-temporelles. Il existe donc de nombreux modèles hydrologiques ayant chacun ses spécificités. Une fois l'outil défini, nous avons besoin d'évaluer notre modélisation. En effet, celle-ci est une représentation plus ou moins fidèle de la réalité. L'évaluation est généralement faite en comparant les résultats issus des modèles avec les observations. C'est une tâche délicate pour les utilisateurs des modèles hydrologiques puisqu'il n'existe pas de méthode bien définie.

Dans ce premier chapitre, je m'attache à ces questions générales liées à la diversité des modèles hydrologiques et à leur évaluation. Je présente dans la première partie, les différents types de modèles rencontrés dans la littérature. Avant de rentrer en détails dans leur utilisation, je définirai, dans une deuxième partie, quelques mots couramment utilisés en hydrologie, mais pour lesquels un consensus n'existe pas toujours. Je ferai ensuite une présentation générale des méthodes de construction des modèles. En quatrième partie, j'insisterai plus particulièrement sur l'utilisation des modèles spatialisés pour représenter les différents processus du cycle de l'eau. La dernière partie de ce chapitre présentera le contexte de mon travail de thèse et la démarche élaborée au vu des éléments qui auront précédé.

1.1 DIFFERENTS TYPES DE MODELES HYDROLOGIQUES?

Une classification des modèles hydrologiques peut émaner de la présentation qu'en fait Singh (1995) selon ses 5 éléments constitutifs :

- la géométrie du système
- les entrées dans le système
- les lois gouvernant la réponse du système

- les conditions initiales et aux limites du système
- les sorties du système

Rappelons ici que le principe de la modélisation est de transformer les entrées du modèle en sorties, moyennant une représentation mathématique des processus hydrologiques. Les lois qui assurent ces transformations, font intervenir des paramètres qu'il est nécessaire de spécifier à chaque utilisation.

A partir de la définition de Singh (1995), nous pourrions par exemple classer les modèles hydrologiques selon les échelles spatiales sur lesquels ils peuvent être utilisés : pour des petits bassins versants de l'ordre de quelques km² ou des grands bassins versants de superficie supérieure à 1000km², la géométrie étant différente, nous n'utiliserons pas forcément les mêmes modèles. De la même façon, les échelles temporelles pourraient permettre de différencier les modèles hydrologiques selon s'ils travaillent à l'échelle de l'évènement, en continu, au pas de temps horaire, journalier, décadaire, mensuel ou annuel etc. Néanmoins, l'analyse de la littérature fait ressortir plutôt des oppositions sur la manière de décrire les processus et la représentation spatiale du bassin versant. Une autre source de discussions intenses concerne la spécification des paramètres pour chaque classe de modèle. Mais nous verrons que ces oppositions n'ont peut-être pas lieu d'être.

1.1.1 Description des processus

La littérature distingue plusieurs façons de représenter les processus hydrologiques conduisant à plusieurs types de modèles. Le premier type, généralement appelé « boîte noire » utilise une relation empirique (c'est-à-dire issue de l'expérience) reliant entrée et sortie sans chercher à se rapprocher d'une loi physique. On parle ensuite de modèles « conceptuels » qui cherchent à se rapprocher de la physique sans toutefois en appliquer le formalisme : par exemple un bassin versant sera modélisé par une succession de réservoirs représentant les différents compartiments hydrologiques et reliés entre eux par des lois d'échange simples. Ils font en général intervenir des paramètres n'ayant pas non plus de signification physique. Enfin, lorsque la description des processus est faite de manière physique, c'est-à-dire avec des lois de comportement propres à une échelle spatiale donnée, on parle, dans la littérature, de modèle à base physique.

La littérature est riche de discussions opposant les modélisations conceptuelles à celles à base physique (par exemple : Beven, 1989, 1993 ; Grayson et al., 1992 ; Refsgaard et Knudsen, 1996). Mais cette opposition n'est-elle pas un trompe-l'œil et n'a-t-elle pas occulté les questions fondamentales sur la modélisation elle-même ? En effet, selon l'échelle de travail, la notion même de base physique peut être mise en défaut même si on utilise toujours les mêmes équations. A titre d'exemple, une équation à base physique comme la loi de Darcy utilisée pour décrire les transferts en

milieu poreux peut être considérée comme une conceptualisation si elle est utilisée à grande échelle, en dehors de son domaine de validité physique. En effet, même si les noms des paramètres intervenant dans l'équation sont les mêmes, ils perdent, à une échelle plus grande, leur sens physique initial : la conductivité hydraulique qui intervient dans la loi de Darcy est mesurable à l'échelle du m^2 et cette mesure a un sens et peut être introduite dans une modélisation des transferts en milieux poreux à cette même échelle. En revanche, si on utilise cette même loi sur plusieurs km^2 , on peut toujours parler de conductivité hydraulique, mais elle n'est plus (ou pas encore..) mesurable à cette échelle. On pourra au mieux connaître la variabilité spatiale de la conductivité hydraulique locale. La conductivité hydraulique à l'échelle de plusieurs km^2 n'a plus le sens physique initial et il faut chercher des lois pour déduire cette conductivité dite "équivalente" ou "effective". C'est ce qui est communément inclus dans le vocable "problématique du changement d'échelle". L'autre alternative est de chercher les nouvelles lois physiques (on parle parfois de propriétés émergentes) spécifiques de telles échelles, mais la tâche est difficile et les données de vérification adéquates manquent encore bien souvent. C'est là, me semble-t-il que réside le véritable défi posé aux hydrologues.

Les météorologues quant à eux se sont éloignés des querelles de sémantique en parlant de résolution explicite ou de paramétrisation¹ des processus. Dans leurs modèles, si la résolution spatiale est compatible avec l'échelle de validité des lois physiques, on résoudra explicitement les processus à l'aide de ces lois. En revanche, la paramétrisation des processus, c'est-à-dire leur conceptualisation ou leur simplification, est nécessaire lorsque la résolution spatiale du modèle est plus grande que l'échelle de validité de la loi physique qui décrit le phénomène. Par exemple, dans le modèle Mésoscale-NH (modèle météorologique de précipitation travaillant à l'échelle régionale), la turbulence est résolue explicitement si l'on travaille à l'échelle du kilomètre (c'est ce que l'hydrologue appellerait une modélisation à base physique), et paramétrée à l'échelle de plusieurs dizaines de kilomètres, c'est-à-dire représentée par une approche simplifiée et globale qui ne résout pas les différents tourbillons (c'est ce que l'hydrologue appellerait une conceptualisation). En conséquence, dans le même modèle, le même phénomène est décrit différemment selon l'échelle envisagée et cette représentation pourrait, selon le cas, être qualifiée de "conceptuelle", ou "à base physique" par l'hydrologue, bien que ce soit toujours le même modèle (dans cet exemple Mésoscale-NH).

¹ Le mot paramétrisation est employé ici au sens de conceptualisation et ne signifie pas, comme souvent en hydrologie, spécification des paramètres du modèle.

1.1.2 Représentation spatiale du bassin versant

L'autre opposition majeure en modélisation hydrologique concerne la façon de représenter le bassin versant et notamment l'hétérogénéité de la surface. On peut, d'une part, considérer le bassin versant comme une seule entité représentée par des paramètres valables pour l'ensemble du bassin. Le modèle est alors dit global. L'hétérogénéité de la surface n'est pas prise en compte explicitement, mais les valeurs des paramètres permettent d'en tenir compte de manière détournée. Par exemple dans un modèle global de type pluie-débit (c'est-à-dire transformant les précipitations en un débit à l'exutoire du bassin versant), les valeurs des paramètres tiendront compte de l'hétérogénéité moyenne des champs de pluie, au travers de l'ajustement de la loi régissant sa transformation en débit. L'autre alternative est de diviser le bassin versant en une grille de calcul pour représenter, de manière explicite, les variations spatiales des paramètres et des variables, et donc des réponses hydrologiques. Le modèle est alors dit distribué.

Avec le vocabulaire des météorologues, un modèle global serait alors une paramétrisation s'appliquant à une maille de calcul qui correspond au bassin versant dans son ensemble. Cette opposition entre global et spatialisée se résume, pour eux, au choix d'une résolution spatiale, qui correspond au "grain" minimal sur lequel les équations régissant les processus sont discrétisées. Comme nous l'avons vu précédemment ce choix de la résolution spatiale conditionne également les choix faits pour la représentation des processus.

Une illustration de la confusion engendrée par les vocables "globaux" ou "distribués" et "conceptuel" ou "à base physique" peut être tirée de l'analyse de la littérature. En effet, à partir de ces classifications, toutes les compositions sont possibles. On peut trouver des modèles qualifiés de globaux. Citons-en quelques exemples : GR4J (Perrin et al., 2003) ; le modèle SSARR (Speers, 1995) ; ou le modèle TANK (Sugawara, 1995). Les modèles distribués à base physique sont aussi nombreux ; en voici quelques exemples : SHE (Abbott et al. 1986 ou Bathurst et al. 1995), le modèle MIKE-SHE qui en découle (Refsgaard et Strom, 1995) ou le modèle PRMS (Leavesley et Stannard, 1995). Mais on trouve d'autres modèles qui sont qualifiés de conceptuels mais distribués ou semi-distribués, comme par exemple TOPMODEL (Beven et al. 1995) ou le modèle TAC^D (Uhlenbrook et al., 2004). Faire rentrer dans cette classification le modèle REW-v4.0 proposé par Reggiani (1998, 1999, 2000, 2001) est encore plus ardu. En effet, l'approche adoptée se veut intermédiaire puisqu'elle permet de décrire physiquement, après intégration spatiale, les phénomènes à l'échelle des sous-bassins versants.

1.1.3 Spécification des paramètres

Une autre source de discussions que l'on trouve dans la littérature porte sur les avantages et les inconvénients des différents types de modèles surtout en ce qui concerne la spécification des paramètres. Les modèles conceptuels globaux requièrent un nombre limité de paramètres. Ce type de modèle a largement fait ses preuves quant à la représentation des hydrogrammes à l'exutoire. Pourtant l'un de leurs inconvénients majeurs est que leurs paramètres n'ont pas de signification physique et ne sont donc pas mesurables directement sur le terrain. Ils doivent être calibrés sur des séries de données suffisamment longues, où il faut supposer qu'il n'y ait pas eu de changement des conditions hydrologiques ou physiographiques du bassin. L'extrapolation des résultats du modèle hors de la période de calage ou en cas de changement dans les conditions physiques du bassin n'est pas possible car on ne sait pas comment faire évoluer ces paramètres

Au contraire, l'intérêt principal des modèles spatialisés, est de pouvoir tenir compte de tels changements. Les études d'impact de changement d'occupation des sols, de changement climatique ou de modification des pratiques culturelles demandent la prise en compte explicite de la variabilité spatio-temporelle des conditions de surface. La distribution dans l'espace des paramètres et des processus augmente le nombre de paramètres nécessaires d'un facteur deux à trois par rapport à celui d'un modèle conceptuel global (Refsgaard, 1997). Cependant cet inconvénient est en partie comblé par le fait que les paramètres peuvent, en théorie, être directement reliés à des propriétés physiques du bassin versant mesurables sur le terrain (topographie, sol, végétation, géologie, etc.). Mais comme nous l'avons vu tout à l'heure avec l'exemple de la conductivité hydraulique du sol, cette relation n'est pas forcément si immédiate, notamment si la maille de calcul est relativement grande (de l'ordre du km). On voit donc encore une fois que les arguments des uns et des autres peuvent être réfutés et qu'il n'est pas si simple de définir les avantages et les inconvénients de l'une ou l'autre approche.

Ainsi d'après Ambroise (1999), les nouveaux développements doivent aller dans le sens de la combinaison des modèles physiques et conceptuels selon les processus, les objectifs et l'état des connaissances. Il préconise entre autre (i) la simplification des modèles théoriques, (ii) l'introduction de plus de physique dans les modèles conceptuels et (iii) la prise en compte plus explicite de la distribution des paramètres liée aux hétérogénéités du milieu.

1.1.4 Proposition d'un vocabulaire commun

De cette analyse de la littérature et des oppositions sémantiques qui ont animé les débats en hydrologie ces dernières années serait-il possible de proposer une nouvelle terminologie permettant de

fédérer et regrouper l'ensemble de la modélisation hydrologique autour d'un vocabulaire commun? C'est ce que nous proposons ici.

L'évolution des techniques informatiques et le développement de plus en plus modulaire des modèles hydrologiques, montrent eux-mêmes que l'opposition entre « conceptuel » ou « à base physique » peut être dépassée. Au sein d'un même modèle selon l'échelle choisie ou les besoins de la modélisation, différentes « clés » sont activées selon les objectifs fixés par le modélisateur.

Alors, une modélisation hydrologique est d'abord caractérisée par sa résolution spatiale, c'est-à-dire la maille élémentaire à laquelle les processus sont représentés. Cette résolution spatiale pourrait donc être le bassin dans son ensemble, des sous-bassins caractérisés par leur taille, ou leur ordre dans le réseau hydrographique, des mailles carrées caractérisées par la longueur de leur côté, etc. La modélisation hydrologique est ensuite caractérisée par les processus qui sont représentés (évapotranspiration, transfert dans le réseau hydrographique, infiltration, transfert dans le bassin, etc.) et les choix faits pour cette représentation (explicite ou paramétrée). Présenter un modèle devient donc plus long et compliqué qu'un vocable "conceptuel global" ou "distribué à base physique" mais a l'avantage d'être sans ambiguïté.

Néanmoins, une fois ce vocabulaire adopté, il reste encore des questions fondamentales non résolues, concernant la "science" de la modélisation elle-même. Il ne suffit pas en effet de savoir découper le bassin en unités de calcul, activer des "clés", créer des modules représentant des processus, pour répondre à la question fondamentale posée par la modélisation: selon les objectifs fixés, de quelle résolution spatiale et temporelle avons-nous besoin, quel degré de finesse dans la représentation des processus est nécessaire, voire quels processus devons-nous représenter?

L'objectif principal du travail de thèse présenté dans ce mémoire est de proposer, pour un contexte de modélisation donné, des éléments de réponse aux questions mises en exergue ci-dessus.

1.2 TERMINOLOGIE RELATIVE A LA VALIDATION

Avant de voir les questions sous-jacentes à la modélisation spatialisée des composantes d'un bassin versant, je souhaite aborder rapidement des aspects de terminologie concernant la validation des modèles numériques. Nous utilisons couramment en modélisation des termes tels que « modèle » ou « validation » en comprenant, quelquefois trop tard, que tout le monde n'en a pas la même interprétation.

Tout d'abord penchons nous sur ce que nous appelons « modèle » et « code ». Pour Refsgaard et Knudsen (1996) ces termes sont définis comme suit :

- le système de modélisation correspond au code de calcul, présenté sous la forme d'un logiciel qui peut être utilisé sur différents bassins versants sans modification des codes sources.
- un modèle est alors une application du système de modélisation à un site particulier et donc avec des données d'entrée et des paramètres spécifiques au site.

Dans un second temps il devient nécessaire de bien comprendre les termes de « validation », « vérification », et « confirmation » et les nuances qu'ils recèlent.

Oreskes et al. (1994) examinent les fondements philosophiques des termes « vérification » et « validation » qui sont couramment utilisés à propos des modèles numériques en Sciences de la Terre. La différenciation de ces deux termes tient dans leur rapport à la vérité : le terme vérification désigne l'établissement de la vérité, alors que le terme validation désigne l'établissement de la légitimité. La vérification d'un modèle n'est donc pas possible puisqu'il tend à représenter un système ouvert (c'est-à-dire un système dont on ne connaît pas avec certitude toutes les composantes, conditions aux limites et initiales) qui par essence n'est pas vérifiable. Ainsi, les systèmes mathématiques (comme les algorithmes) peuvent être vérifiés alors que les modèles numériques ne peuvent l'être puisque leurs paramètres d'entrée ne sont jamais complètement connus. L'équifinalité² de certains jeux de paramètres, introduite par Beven et Binley (1992), ou de certaines hypothèses montre également le caractère ouvert et donc non vérifiable des modèles numériques. Dans la pratique, le terme validation est souvent utilisé dans le sens de vérification pour indiquer que les résultats d'un modèle sont cohérents avec les données observées. De façon insidieuse, n'assimilerait-on pas la validation à la recherche de la vérité ? Un code numérique peut être vérifié à l'aide de solutions analytiques ou d'autres solutions numériques dans des cas généraux. Oreskes et al. (1994) rappellent que les solutions numériques qui sont comparées à des solutions analytiques ne peuvent être considérées comme valables que dans le cadre d'application de la solution analytique choisie, tout en soulignant que la raison d'être des solutions numériques est justement de dépasser le cadre des solutions analytiques. En revanche, la procédure de validation d'un modèle est spécifique au site d'étude. Elle consiste à déterminer si le modèle permet de bien représenter le système quelles que soient les conditions. Ainsi d'après Refsgaard et Henriksen (2004) la phase de calibration est l'ajustement des paramètres du modèle afin de reproduire la réalité de façon adéquate. La phase de validation, quant à elle, permet de certifier que dans son domaine d'application, le modèle possède une précision suffisante pour les applications prévues. « Une validation générale d'un système de modélisation n'est donc en principe pas possible » (Refsgaard et Knudsen, 1996).

² Equifinalité: Constatation que plusieurs jeux de paramètres, très différents, peuvent conduire à des performances -établies en termes de critères statistiques évaluant l'adéquation entre valeurs simulées et observées- équivalentes.

Selon Rykiel (1996), la validation des modèles numériques induit une question double :

- le modèle représente-t-il de façon acceptable (c'est-à-dire par rapport aux objectifs fixés) le monde réel ?
- quelle confiance peut-on donner à l'interprétation des phénomènes à partir des résultats des modèles ?

Le premier point est bien un problème de validation alors que le deuxième concerne le test d'hypothèse scientifique. Aussi, de son point de vue également, les modèles ne peuvent-ils être validés que dans le contexte spécifique des objectifs fixés.

Selon Oreskes et al. (1994), le terme de confirmation est plus faible que les deux précédents. Il fait référence à une théorie scientifique avec laquelle les observations doivent être en accord. Toutefois l'adéquation entre des simulations et des observations ne prouve pas la vérité de la théorie mais cela la conforte. Refsgaard et Henriksen (2004) proposent alors que le terme de confirmation soit réservé à la confirmation scientifique des théories et des hypothèses incluses dans la conceptualisation des phénomènes. Le terme vérification est réservé au code numérique et donc à la formulation mathématique d'une conceptualisation.

Ce sont ces réflexions et ces définitions qui ont guidé mon travail de modélisation. Ce sont donc elles que je retiendrai tout au long de ce mémoire. Voyons maintenant comment les modèles hydrologiques doivent être construits pour que l'on puisse mener à bien leur validation.

1.3 METHODE DE CONSTRUCTION DES MODELES HYDROLOGIQUES

1.3.1 Construction et validation

Afin de mener à bien une modélisation hydrologique, plusieurs auteurs se sont posés la question de la stratégie de construction et de validation des modèles, quels qu'ils soient. Un des pionniers de cette réflexion est certainement Klemes (1986) qui propose un schéma hiérarchique de validation en 4 étapes qui permet de tester la capacité du modèle à prédire les effets des changements climatiques, des changements d'occupation des sols ou d'autres conditions non stationnaires. Notons que ce schéma s'applique essentiellement lorsque la seule variable de validation est le débit à l'exutoire du bassin.

- La première étape est le « split-sample test » (test SS) qui inclut une période de calibration de 3 à 5 ans suivie d'une période de validation sur d'autres séries de données d'une longueur équivalente.
- Le « différential split-sample test » (test DSS) inclut une phase de calibration sur des données disponibles avant un changement, l'ajustement des paramètres pour prendre en compte le changement et la validation sur la période après changement.
- Pour le « proxy-bassin test » (test PB) aucune calibration directe n'est permise. Les informations proviennent d'autres bassins similaires jaugés. La calibration se fait sur ces bassins proches, puis les paramètres sont transférés au bassin d'étude en prenant soin de les ajuster à sa spécificité. La validation est menée sur le bassin d'étude.
- La dernière étape est le « proxy-bassin differential split-sample test » (test PB-DSS) couplant l'ensemble des trois tests précédents. Il n'y a pas de calibration sur le bassin d'étude mais sur le bassin proche, d'où proviennent toutes les informations. Le transfert des paramètres vers le bassin d'étude comprend la sélection de deux jeux de paramètres correspondant chacun à avant et après un changement. La validation s'effectue sur chacune des périodes.

Cette procédure ne concerne donc que la validation mais d'autres auteurs suggèrent un protocole complet pour la construction et l'utilisation d'un modèle hydrologique.

Par exemple, Refsgaard (1997) propose un protocole de 11 étapes pour construire un modèle hydrologique (Figure 1). La première étape, parfois trop négligée, est la définition des objectifs fixés à la modélisation. On passe ensuite à la conceptualisation du modèle et la sélection du code en fonction des données disponibles. Si un code existe déjà pour l'objectif proposé, le modèle est construit à l'aide des données de terrain. Puis les phases de calibration, validation et simulation peuvent venir. Si le code n'existe pas encore, il faut passer avant tout par la formulation numérique, la construction du programme informatique et la vérification du code à partir de solutions analytiques ou d'autres codes numériques.

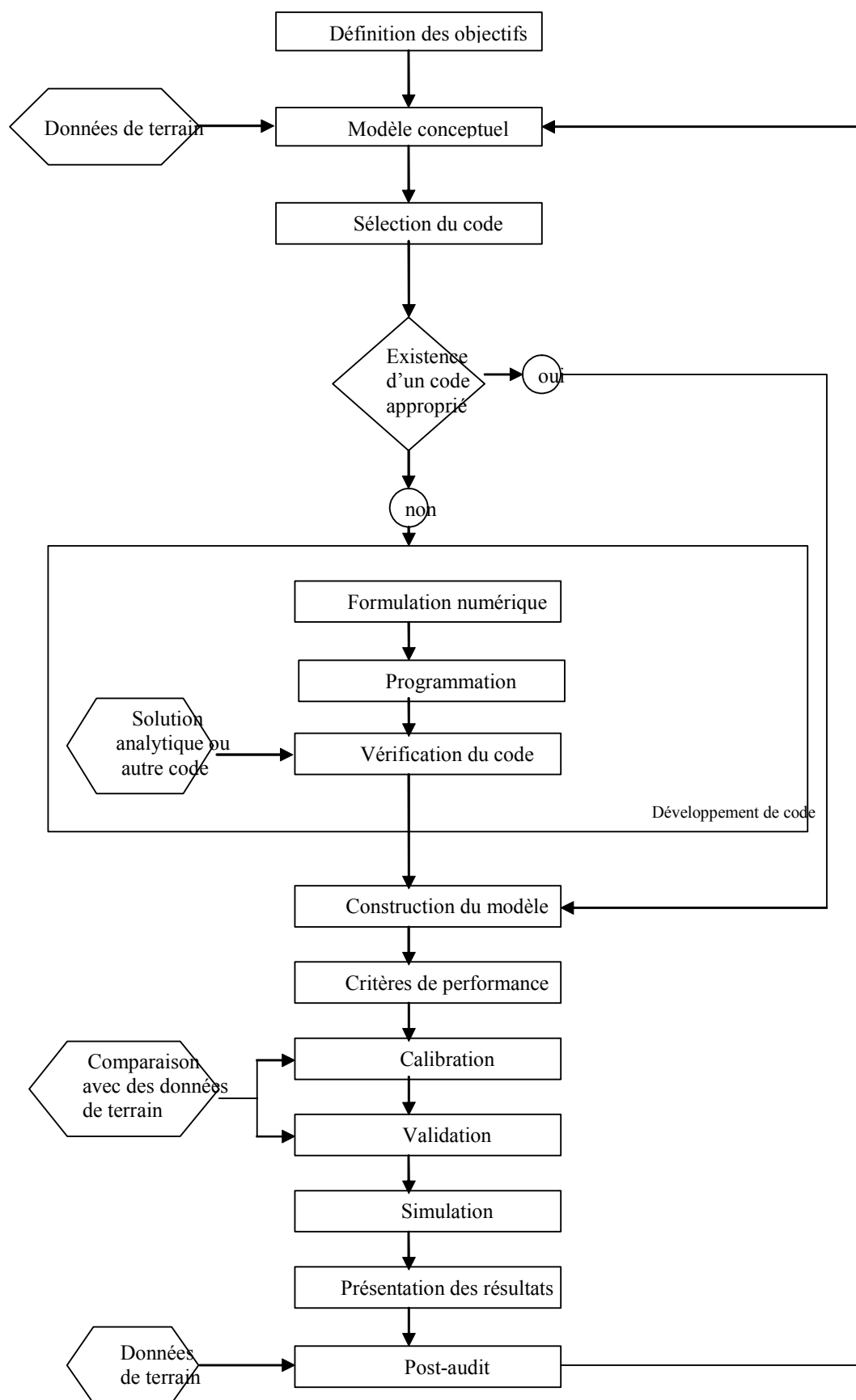


Figure 1 : Schéma de construction et de validation d'un modèle hydrologique (Refsgaard, 1997)

1.3.2 Construction et complexité

La complexité d'un modèle fait en général référence aux processus que nous souhaitons représenter et à la façon de le faire. Il existe principalement deux approches de complexification d'un modèle hydrologique en rapport avec les processus à représenter. L'approche descendante correspond à une complexification petit à petit, et l'approche ascendante correspond à une intégration des processus et de leur description lorsque nous passons à des échelles supérieures. Ces approches sont généralement liées à un changement d'échelle c'est-à-dire à la finesse de la description physique et spatiale des processus. Par exemple, l'approche de Reggiani (1998, 1999) cherchant à écrire les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et de l'entropie à l'échelle du sous-bassin versant est une approche ascendante. Au contraire Jothityangkoon et al. (2001) proposent une approche descendante : à partir de modèles simples, pouvant s'appuyer sur une quantité limitée de données, ils complexifient petit à petit la représentation des processus ce qui nécessitera en parallèle une augmentation et une densification des variables mesurées.

Wagener et al. (2001) proposent un schéma général de construction des modèles hydrologiques qui repose entièrement sur l'équilibre entre le degré de complexité nécessaire dans la structure du modèle et celui qui peut être supporté par les données disponibles (Figure 2). Autrement dit, il n'est pas nécessaire de développer un modèle dont la structure interne est trop complexe et non vérifiable à partir des données dont on dispose pour son utilisation. Pour bien gérer cet équilibre, une analyse fine des processus clés doit être menée en fonction du degré d'exactitude nécessaire, avant de les inclure dans la structure du modèle. Michaud et Sorooshian (1994) arrivent aussi à la conclusion que la complexité n'est pas synonyme d'une meilleure représentation des phénomènes. Pour eux, l'essentiel est d'avoir un modèle spatialisé simple qui utilise de façon optimale une quantité de données limitée.

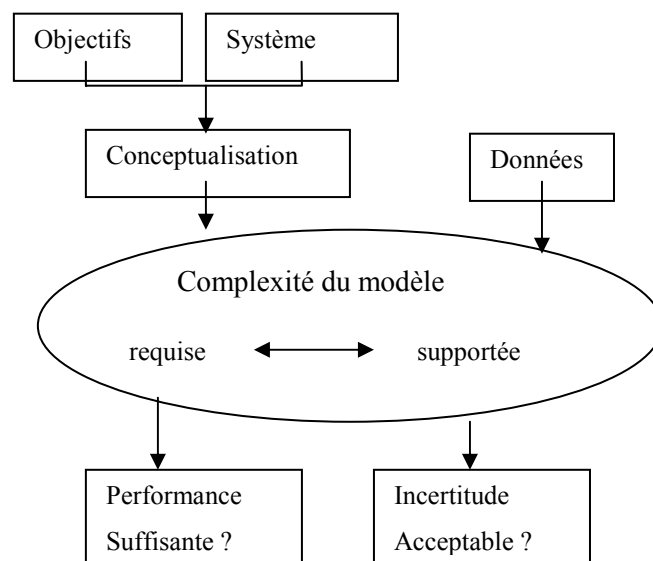


Figure 2 : Schéma de la complexité d'un modèle hydrologique (Wagener et al., 2001)

Wagener et al. (2001) soulignent aussi que l'analyse des processus permettra en outre, de déterminer le nombre de paramètres qui peuvent être identifiés et les interactions qui existent entre ces paramètres. Ceci permettra donc de réduire significativement le nombre de paramètres du modèle et les incertitudes liées à la détermination de ceux-ci. Les auteurs rappellent que l'on peut réduire l'incertitude sur les paramètres en augmentant le nombre d'informations disponibles pour l'identification de ces derniers.

Sinclair et Seligman (2000) estiment, eux aussi, qu'une classification hiérarchique des processus est bénéfique à une bonne modélisation. Elle permet de déterminer le niveau hiérarchique d'intérêt immédiat selon les objectifs fixés. Une description précise et physique des processus directement responsables de ce niveau est nécessaire. Pour les niveaux hiérarchiques encore inférieurs, une description physique devient trop complexe et peut cacher l'influence relative des processus. Au contraire, l'utilisation de relations conceptuelles permet une clarification du modèle, de ses composantes ainsi que de ses performances.

Nous voyons ainsi que les modèles hydrologiques doivent être conçus en clarifiant les objectifs en terme de représentation des processus et de validation future. Un modèle trop complexe n'est pas gage de meilleurs résultats.

1.4 MODELISATION SPATIALISEE DES COMPOSANTES DU CYCLE HYDROLOGIQUE

Dans cette partie, intéressons-nous plus particulièrement aux modèles hydrologiques représentant les processus de façon spatialisée à travers leur spécificité, puis du point de vue des données nécessaires et enfin des méthodes d'évaluation applicables à ces modèles.

1.4.1 Spécificité et contraintes

Comme nous l'avons souligné plus haut, le souci, dans la modélisation hydrologique spatialisée, de prendre en compte la variabilité spatiale des processus et donc des paramètres au sein d'un bassin versant est dicté par des utilisations dans des conditions non stationnaires (Abbott et al, 1986 ; Bathurst et O'Connell, 1992). Celles-ci peuvent être par exemple des contextes de changement climatique, de changement d'occupation des sols, ou de changement de pratiques culturelles. Par ailleurs, en s'appuyant sur des représentations physiques des processus, on peut espérer pouvoir dériver les paramètres du modèle directement à partir des observations faites sur le terrain. Les

changements observés sur le bassin peuvent alors être pris en compte en modifiant de façon adéquate les valeurs des paramètres du modèle, puisque ces derniers ont une signification physique.

Cependant la détermination des paramètres de ces modèles est loin d'être une question résolue:

- les données ne sont pas toujours suffisantes pour caractériser complètement la variabilité spatiale des propriétés du bassin versant. Ainsi Beven (1989, 1996), en écho aux oppositions "conceptuel/distribué" mentionnées plus haut, considère que « les modèles distribués à base physique ne sont en fait que des modèles conceptuels globaux » puisque leur théorie distribuée n'est « pas applicable à des bassins versants réels », c'est-à-dire où on dispose d'une quantité limitée de données. De même, il estime qu'une des caractéristiques essentielles des modèles distribués est « leur surparamétrisation accrue ».
- L'échelle des mesures effectuées sur le terrain, leur échelle de validité et l'échelle de la grille de calcul sur laquelle nous voulons déterminer un paramètre sont en général différentes. Ainsi la mesure faite à l'échelle locale n'est pas directement transmissible à l'échelle de la maille de calcul du modèle.
- De même pour la validation, l'échelle des sorties du modèle et celle de la donnée observée sont en général différentes. La comparaison entre des mesures ponctuelles observées et des séries simulées valables pour la maille de calcul n'est pas immédiate (Rosso 1994).
- Les incertitudes liées aux mesures et à l'identification des paramètres doivent être prise en compte dans la modélisation. Ces problèmes sont accrus dans les modèles spatialisés puisque ceux-ci comportent en général plus de paramètres que les autres modèles.

Le problème d'équifinalité identifié par Beven et Binley (1992) est exacerbé dans le cas des modèles spatialisés décrivant les processus puisque le nombre de paramètres dont il faut déterminer les valeurs est souvent important. Je rappelle que l'équifinalité fait référence au fait que, pour un modèle numérique donné, plusieurs jeux de paramètres peuvent conduire à des résultats similaires du point de vue des variables intégrées, comme par exemple les débits à l'exutoire (ex. Sorooshian et Gupta, 1983). Il implique qu'une mauvaise spécification des paramètres internes du modèle peut donner des résultats acceptables en terme de débit du fait de la compensation des erreurs internes, en d'autres termes, selon Grayson et al. (1992): "le modèle fournit la bonne réponse pour de mauvaises raisons".

Cependant une utilisation rigoureuse de toutes les données disponibles sur un bassin versant et une stratégie tout aussi rigoureuse de mise en place de la modélisation permettent notamment de réduire significativement le problème d'équifinalité (ex. Refsgaard, 1997). On peut ainsi, plutôt que de définir les jeux de paramètres de manière indépendante sur chaque maille de calcul, fixer à priori les rapports de ces paramètres pour les différentes mailles, ce qui permet de limiter le nombre de paramètres indépendants à un seul: le facteur multiplicatif qui permettra de fixer la valeur absolue sur chaque maille (Refsgaard, 1997 ; Andersen et al., 2001 ; Engeland et al., 2004a)

De la même manière pour la question de la validation, les difficultés liées à la détermination des paramètres accroissent les problèmes de vérification du code et de validation du modèle (Grayson et al., 1992). Toutefois, nous comprenons aisément qu'une modélisation qui a pour but de représenter la structure interne d'un système hydrologique, doit être validée sur l'ensemble des composantes de ce système (Ambroise et al. 1995). Plusieurs auteurs s'accordent ainsi sur « la nécessité d'une évaluation distribuée du comportement du modèle plutôt qu'une validation sur une variable intégrée comme le débit à l'exutoire » (Grayson et al., 1995).

Malgré ces critiques et ce scepticisme un consensus général se dessine autour d'approches rigoureuses cherchant à codifier la mise en œuvre et l'évaluation de modèles hydrologiques. Les 11 étapes proposées par Refsgaard (1997) en sont une bonne illustration (cf. section 1.3.1). Mais si ces approches doivent améliorer les performances des modélisations, ce ne sera que sous certaines conditions, notamment la disponibilité des données correspondantes (section 1.4.2) et l'utilisation de méthodes objectives, voire automatiques pour l'évaluation des performances des modèles et la détermination des paramètres ainsi que les incertitudes associées (section 1.4.3).

1.4.2 Des données distribuées sur les différents compartiments modélisés :

De nombreux auteurs soulignent l'importance de données autres que le débit à l'exutoire pour la validation de leur modèle. Celles-ci peuvent être de même nature mais réparties en plusieurs points du bassin versant (par exemple des débits sur des sous-bassins emboîtés) ou de nature différente (association de la limnimétrie et de la piézométrie par exemple). Le développement des techniques de mesure terrestres et spatiales permet aussi l'obtention de données spatialisées, c'est-à-dire répartie sur la totalité du bassin selon une résolution spatiale définie. La littérature propose de nombreux exemples où l'apport de ces données supplémentaires a été bénéfique à l'évaluation de modèles hydrologiques (Freer et al., 1996; Franks et al., 1998; Franks et Beven, 1999; Motovilov et al., 1999, Beldring, 2002; Engeland et al., 2004a). J'en propose quelques uns ici.

1.4.2.1 Validation en plusieurs points du bassin :

En pratique, l'utilisation d'un seul type de données mais en plusieurs points du bassin est principalement opérée avec les débits. Si aucune autre donnée n'est disponible, il est en effet

nécessaire d'utiliser les débits en plusieurs stations du bassin. Ceci permet d'améliorer aussi bien la calibration que la validation.

Engeland et al. (2004b) utilisent les débits en différentes stations du haut bassin de la Saône pour la calibration du modèle ECOMAG (Motovilov et al., 1999). Pour estimer la fiabilité des résultats, ils s'appuient sur les autres stations jaugées du bassin et des critères de comparaison comprenant les écoulements annuels, mensuels, mais aussi les fonctions de distribution des débits et de leurs extrêmes (courbes débits – durée – fréquence).

Andersen et al. (2001) montrent que sur le bassin du fleuve Sénégal, la calibration de MIKE-SHE est nettement améliorée par la prise en compte de plusieurs stations. Pour la phase de validation, les résultats dépendent de la position géographique des stations les une par rapport aux autres : globalement, les stations les plus à l'aval sont les mieux reproduites attestant du caractère intégrateur des débits en tant que réponses hydrologiques.

Michaud et Sorooshian (1994) vérifient que les débits intermédiaires de leur bassin sont représentés de manière aussi satisfaisante que le débit à l'exutoire. Ils en déduisent donc « une certaine crédibilité dans la structure du modèle et l'estimation des paramètres ».

1.4.2.2 Validation sur plusieurs variables :

La représentation des processus au sein des modèles spatialisés suppose que l'on s'attache à intégrer d'autres variables que le débit à l'exutoire dans la validation des modèles. Généralement, les données concernant ces variables sont disponibles en plusieurs points du bassin et permettent en plus d'une prise en compte de plusieurs processus, l'évaluation de la variabilité spatiale de certains d'entre eux.

Beaucoup d'auteurs intègrent par exemple des mesures piézométriques dans l'évaluation de leur modélisation. C'est le cas par exemple de Refsgaard (1997) qui propose une validation à l'aide de données piézométriques disponibles en plusieurs points du bassin (en plus du débit à l'exutoire).

Mais d'autres variables peuvent être utilisées correspondant mieux aux objectifs fixés et au contexte climatique. Dans des contextes froids, on préférera s'intéresser aux hauteurs de neige, responsables d'une grande partie des écoulements au printemps. Par exemple, sur un bassin versant québécois, Fortin et al. (2001) incluent, dans leur procédure de calibration et de validation, plusieurs stations limnimétriques en amont de l'exutoire et des stations de suivis de hauteur de neige. En Scandinavie, Bergström et al. (2002) limitent le risque d'erreurs compensatoires dans le modèle HBV en incluant dans la procédure de calibration et de validation des données de débits mais aussi d'épaisseur de neige, d'humidité des sols, de niveau piézométrique et de qualité de l'eau. Ceci leur permet d'obtenir une idée de la performance globale du modèle à la fois sur les processus internes et la sortie finale.

En revanche, dans des contextes plus chauds ou secs, un intérêt particulier sera porté aux données d'humidité des sols. Par exemple, sur un petit bassin versant méditerranéen de 0,56 km², Anderton et al. (2002a) disposent des données de débit, de mesures piézométriques en deux points du bassin ainsi que d'un indice d'humidité moyenne du bassin versant (obtenu à partir de mesures TDR en plusieurs points du bassin). Ils mettent facilement en évidence le problème de choix de la modélisation optimale puisque les meilleurs débits simulés produisent les pires niveaux de nappes simulés. Toutefois ils montrent qu'il est possible d'obtenir des résultats convenables pour l'ensemble des réponses hydrologiques simulées.

Des techniques plus récentes sont également mises en œuvre sur les bassins. Par exemple, Anderton et al. (2002b) estiment que, outre l'apport du bilan d'eau à l'échelle du bassin versant dans l'évaluation du modèle, les techniques de séparation des hydrographes par la chimie isotopique peuvent se révéler d'une aide cruciale en déterminant l'importance relative des différents compartiments sur la genèse des écoulements.

Dans un autre domaine, Bathurst et al. (2004), mettent au point une stratégie de validation en aveugle où le modélisateur n'a pas connaissance de toutes les données disponibles. La validation s'effectue sur le niveau de nappe, le débit à l'exutoire et le potentiel matriciel du sol. Ils montrent ainsi que la collecte des données doit faire partie intégrante du processus de validation du modèle pour bien répondre aux objectifs de la modélisation.

1.4.2.3 Les données spatialisées :

Les données spatialisées sont celles disponibles sous forme de carte à l'échelle du bassin versant. L'utilisation de ces cartes peut être d'une grande utilité pour la validation des modèles hydrologiques, notamment par la comparaison des contours de réponses hydrologiques (comme par exemple les zones saturées), mais aussi pour la compréhension même des échelles spatiales pertinentes pour la modélisation. Elles peuvent être obtenues soit par interpolation de données discrètes soit par les techniques spatiales.

a) Interpolation de données discrètes

La première possibilité est de faire un grand nombre de mesures discrètes *in situ*, et de les relier par interpolation. C'est ce qui est fait typiquement pour les paramètres hydrodynamiques ou les humidités des sols (par ex. NOPEX (NORthern hemisphere climate-Processes land-surface EXperiment) : Beldring et al. 1999, Motovilov et al. 1999, Gottschalk et al. 1999 ; le bassin de Tarrawarra (en Australie) : Western et al. 2001 ; le bassin versant R5 en Oklahoma : VanderKwaak et Loague 2001). Cette technique d'échantillonnage repose sur un nombre de points de mesure suffisant

pour justifier la détermination de contours et la représentativité des valeurs mesurées. Elle n'est donc envisageable que sur des bassins versants de taille limitée.

Les techniques d'interpolation sont ensuite variées et plus ou moins complexes (Blöschl et Grayson, 2001). Citons par exemple la méthode des interpolations spline permettant de faire passer une surface de réponse par tous les points de mesure (méthode déterministe) ou la méthode du krigeage (Krige, 1951) qui tend à estimer la valeur la plus probable en chaque point (méthode stochastique). La technique du krigeage, que j'ai utilisée plusieurs fois pour le traitement des données, suppose la détermination d'un variogramme expérimental exprimant la corrélation entre tous les couples de points, c'est-à-dire leur dépendance en fonction de leur distance. Ce variogramme est caractérisé par trois grandeurs que sont la portée, la pépité et le palier. La portée est la distance de décorrélation spatiale, c'est-à-dire la distance au-delà de laquelle les mesures sont complètement indépendantes. Le palier est la variance globale du système. Et la pépité reflète la variance locale, c'est-à-dire pour la variabilité du phénomène sur les très faibles distances. D'autres techniques d'interpolation comme le co-krigeage intègrent des données externes telles que l'altitude ou la texture du sol. Néanmoins, ces techniques d'interpolation supposent en général une homogénéité dans l'espace des champs interpolés, ce qui, par exemple en présence de relief, peut être mis en défaut. Des variantes plus complexes du krigeage existent ; elles permettent de prendre en compte ces non-stationnarités. Mais la robustesse des techniques d'interpolation est alors liée à la disponibilité de données en nombre encore plus grand, ce qui est rarement vrai en hydrologie.

Revenons un instant sur la technique d'échantillonnage mise en œuvre dans le cadre de l'expérience NOPEX par Halldin et al. (1999) car elle constitue, parmi tous les travaux que nous avons consultés, celui pour lequel la réflexion nous semble la plus aboutie. La méthode d'échantillonnage a en effet été pensée pour permettre i) de déterminer à quelle échelle nous pouvons considérer que la localisation spatiale des données n'est plus nécessaire et que l'on peut alors travailler uniquement avec leur distribution; ce que Wood et al. (1988) introduisent sous le terme REA (Representative Elementary Area) et ii) de déterminer les valeurs moyennes des variables simulées par le modèle (humidité des sols, hauteur de nappe) qui aient un sens à l'échelle de la maille élémentaire de celui-ci. Cette méthode d'échantillonnage a consisté à définir, pour trois localisations caractéristiques des versants (bas, milieu et haut de versant), des mailles d'échantillonnage croissantes : 25 points sur des mailles de 2 m x 2 m puis sur des mailles de 8 m x 8 m. A l'aide de ces données, en moyennant sur des surfaces de plus en plus grandes, Beldring et al. (1999) montrent qu'au delà d'une maille de 1 à 2 km de côté, il y a stabilisation de la moyenne. Les auteurs en déduisent que l'échelle caractéristique pour la maille de la modélisation hydrologique est donc de 1 à 2 km de côté. C'est ensuite à cette échelle que sont moyennées les mesures pour la phase de validation du modèle. L'effort de mesures permettant de déduire ces résultats est considérable (plus de 400 points de mesure d'humidité et 41 de mesures de la piézométrie), mais n'est-ce pas le prix à payer pour réellement comprendre les échelles et processus

mis en jeu et aborder la modélisation avec confiance pour le choix des mailles élémentaires? Malheureusement, ces résultats ne sont pas généralisables : l'échelle de 1-2 km², pertinente pour la zone de NOPEX, caractérisée par des collines à la distribution relativement homogène, ne semble plus l'être pour les bassins du Nord de la Norvège au relief plus chahuté où une taille de 4 à 6 km² semblerait plus adaptée (Gottschalk, communication personnelle).

b) Utilisation des techniques aériennes et spatiales

Outre des mesures in situ couplées à des techniques d'interpolation plus ou moins sophistiquées, la technologie spatiale offre des possibilités intéressantes. Celles-ci ne pourront que se généraliser dans les années à venir avec le développement et le lancement de nouveaux capteurs dédiés à l'observation de la terre (par exemple, SMOS –Soil Moisture and Ocean Salinity – pour l'humidité des sols ou RHEA – Haute Résolution spatiale et temporelle dans les courtes longueurs d'onde – pour des résolutions spatio-temporelles fines). Une cartographie de différentes propriétés des surfaces continentales peut ainsi être obtenue à partir de photographies terrestres, aériennes ou d'images satellite. Le plus souvent, les caractéristiques d'émission ou de réflectance de la surface à différentes longueurs d'ondes, peuvent être corrélées aux variables d'intérêt comme la couverture végétale, la température de surface ou l'humidité du sol (ex. Andersen et al. 2002a et 2002b ; Boegh et al. 2004). Ceci est largement utilisé pour suivre la couverture neigeuse (Wigmosta et al. 1994; Durot, 1999) ou cartographier l'évolution de la couverture végétale. Franks et al. (1998) ou François et al. (2003) fournissent quant à eux un exemple d'utilisation d'images radar (ERS-SAR) pour la validation, le conditionnement et l'amélioration de modèles hydrologiques.

Grayson et al. (2002) soulignent que les cartes et l'observation des contours peuvent être utilisées directement dans le développement, la calibration et l'évaluation des modèles spatialisés.

Malgré l'intérêt évident de ces techniques, la même conclusion peut être tirée de l'utilisation de plusieurs types de données ou de données disponibles en plusieurs points ou encore de l'utilisation de données spatialisées. Ces techniques n'impliquent pas nécessairement une meilleure simulation du débit à l'exutoire mais la représentation spatiale des composantes hydrologiques sur le bassin est sans nul doute améliorée. Et c'est bien ceci qui est gage d'une meilleure compréhension des systèmes hydrologiques et de leur évolution présente ou future.

Il apparaît donc nécessaire de ne pas se référer uniquement au débit à l'exutoire pour juger de la validité d'une modélisation, mais à l'ensemble des processus générant ce débit. Il faut pour cela se doter d'outils attestant objectivement de la validité des simulations et qui soient applicables sur toutes les variables de référence de la modélisation.

1.4.3 Les méthodes multi-critères :

Les méthodes multi-critères sont des méthodes d'évaluation des modélisations qui prennent en compte plusieurs critères objectifs. Elles sont donc particulièrement adaptées à la structure des modèles spatialisés simulant plusieurs composantes du cycle hydrologique puisqu'elles peuvent évaluer de façon simultanée la représentation de plusieurs processus ou le caractère spatialisé de ces processus. Elles peuvent être utilisées aussi bien en calibration qu'en validation. Je présente ici tout d'abord les principaux critères objectifs (dénommés aussi fonctions objectifs) utilisés en hydrologie, et qui peuvent l'être aussi bien pour une procédure automatique que manuelle. Dans un deuxième temps, j'exposerai les principales méthodes automatiques.

1.4.3.1 Définition de critères de performance objectifs

Une simple analyse visuelle des résultats d'une simulation n'est pas une évaluation objective du modèle. En effet, l'œil humain n'est pas capable de voir toutes les différences qui peuvent exister entre deux courbes d'allure générale similaire. Ainsi nous avons besoin de nous doter de critères objectifs pour comparer les simulations aux observations et pour hiérarchiser des simulations qui « ont l'air » équivalentes. Plusieurs critères objectifs mathématiques existent pour quantifier la distance entre les observations et la simulation.

La plus répandue de ces fonctions objectifs est le critère de Nash-Sutcliffe (Nash et Sutcliffe, 1970) ou efficacité E :

$$\text{Éq. 1} \quad E = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n_{obs}} (Y_{imod} - Y_{iobs})^2}{\sum_{i=1}^{n_{obs}} (Y_{imod} - \overline{Y_{obs}})^2}$$

où Y_{imod} est la variable simulée, Y_{iobs} est la variable observée, $\overline{Y_{obs}}$ est la moyenne des observations et n_{obs} le nombre d'observations. Ce critère quantifie la fraction de la variance observée qui est prise en compte par le modèle. Il prend des valeurs entre $-\infty$ et 1. Plus l'efficacité est proche de 1, meilleure est l'accord entre la modélisation et l'observation. Notons qu'une efficacité négative signifie que les valeurs simulées conduisent à de moins bons résultats que si la valeur moyenne des observations était utilisée comme prédicteur.

Ce critère présente tout de même l'inconvénient de donner beaucoup de poids aux valeurs fortes. Nous pourrions alors utiliser la même formulation sur le logarithme de la variable (si celle-ci ne

prend pas de valeur nulle) ou sur la racine de la variable afin d'augmenter le poids des valeurs faibles. Par exemple, dans le cas d'une application sur le débit, pour représenter correctement les pics de crues, on utilise l'efficacité classique. Dans le cas où on s'intéresse plutôt au débit d'étiage, on utilisera de préférence l'efficacité sur les logarithmes ou sur les racines afin de diminuer le poids des fortes valeurs de débit.

La mesure de l'erreur quadratique moyenne (*RMSE*) est aussi un critère souvent utilisé pour mesurer l'écart entre la simulation et l'observation, en donnant notamment une idée de la dispersion entre les deux. Plus elle sera faible et plus l'écart entre la simulation et les observations sera faible.

$$\text{Éq. 2} \quad RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_{imod} - Y_{iobs})^2}$$

De la même façon qu'avec l'efficacité, ce critère peut être utilisé sur les logarithmes ou les racines des variables puisque ce critère a tendance à donner beaucoup de poids à la bonne représentation des fortes valeurs et donc à biaiser par exemple la simulations des récessions de crues (Boyle et al., 2000).

En s'appuyant sur la corrélation entre la série simulée et la série observée, nous pourrions aussi chercher à maximiser le coefficient de détermination R^2 :

$$\text{Éq. 3} \quad R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n ((Y_{iobs} - \overline{Y_{obs}})(Y_{imod} - \overline{Y_{imod}}))^2}{\sum_{i=1}^n (Y_{iobs} - \overline{Y_{obs}})^2 \sum_{i=1}^n (Y_{imod} - \overline{Y_{imod}})^2}$$

Des bonnes valeurs d'efficacité ou d'erreur quadratique n'attestent pas de l'absence d'une erreur systématique. Pour s'affranchir de cela, il est possible d'utiliser le critère de biais B qui permet de mesurer la tendance du modèle à sous-estimer ou surestimer les observations :

$$\text{Éq. 4} \quad B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_{imod} - Y_{iobs})$$

Comme pour l'erreur quadratique ce critère devra être minimisé.

Pour les mêmes raisons, Anderton et al. (2002a) proposent d'utiliser le rapport V des volumes écoulés simulés et observés pour estimer l'erreur sur le débit que l'on cherchera à rendre le plus proche de 1 possible :

$$\text{Éq. 5} \quad V = \frac{\sum_{t=1}^T Q_s^t}{\sum_{t=1}^T Q_o^t}$$

où Q_s^t est le débit simulé à un temps t et Q_o^t est le débit observé pour ce même temps t .

D'autres auteurs proposent leur propres fonctions basées sur ces quelques fonctions classiques (par ex. Zhang et Lindström, 1997 ; Yapo et al. 1998 ; Anderton et al. 2002a).

Tous ces critères sont utilisables à différents pas de temps. Aussi une validation multi-critères peut-elle être faite par exemple sur les débits horaires, journaliers et décadaires, à l'aide du même critère mais utilisé pour chaque pas de temps. A priori, plus le temps d'intégration est long, meilleure est la simulation. L'efficacité sur les débits décadaires devrait donc être meilleure que l'efficacité sur les débits horaires.

Comme nous l'avons dit précédemment, il devient obligatoire d'utiliser un critère pour chacune des variables que nous souhaitons modéliser. Par exemple, Beldring (2002) utilise l'efficacité sur le débit et sur le niveau piézométrique. Mais il est également possible que nos objectifs de modélisation se posent en terme de plusieurs caractéristiques d'une même variable. Ici aussi, l'utilisation de plusieurs critères est recommandée. Par exemple Wagener et al. (2001) découpent les hydrographes en trois compartiments en s'attachant à bien représenter chacune des trois phases et utilisent pour cela l'erreur quadratique sur chacune des périodes. Anderton et al. (2002a) utilisent à la fois le critère de Nash-Sutcliffe sur les débits et le rapport des volumes écoulés.

Plusieurs auteurs ont tenté à partir de plusieurs mesures de la performance de leur modèle de tirer un seul index, en donnant des poids différents aux critères (par ex. Lamb et al. 1998). Le choix des différents poids introduit une certaine subjectivité dans le critère. Par défaut, les poids pourraient être égaux ; mais des poids différents permettent de refléter l'importance relative des différentes variables (Bergström et al. 2002). Toutefois, aucune loi de décision de ces poids n'est raisonnable et la subjectivité qui en découle n'est donc pas acceptable (Gupta et al. 1998) au moment où l'on cherche justement à s'en affranchir.

L'utilisation de plusieurs critères objectifs ne résout pas complètement le problème de détermination des jeux de paramètres optimum. En premier lieu, même si nous utilisons plusieurs critères, il va être difficile de définir lequel est le plus important. Avec une détermination fine des paramètres, il vient toujours un moment où l'un des critères est amélioré au détriment d'un autre. Comment choisir ? Ensuite, les paramètres peuvent varier quelquefois dans des gammes importantes.

Le caractère non linéaire de la réponse hydrologique aux différents paramètres ne permet pas toujours d'affirmer que le jeu de paramètre optimal a bien été atteint pour l'objectif fixé.

Aussi la calibration manuelle, sous forme d'essais-erreurs, risque-t-elle d'être longue et fastidieuse.

1.4.3.2 Les méthodes automatiques :

Des méthodes automatiques ont été mises au point. En phase de calibration, elles présentent l'avantage, par rapport aux méthodes manuelles, de permettre une exploration plus large des gammes de valeur des paramètres. Il est alors plus probable d'obtenir une valeur optimale globale de la fonction objectif plutôt qu'un minimum local dans l'intervalle exploré. En outre, la spécification précise des paramètres du modèle permet de réduire l'incertitude liée à leur détermination. Mais l'avantage principal des méthodes automatiques est de pouvoir considérer l'ensemble des critères et donc de trouver un équilibre entre les différents objectifs de représentation des composantes hydrologiques du bassin versant. Par contre dans un contexte d'équifinalité, elles ne permettent pas d'accéder à la modélisation optimale, mais à un ensemble de jeux de paramètres conduisant à des simulations équivalentes.

Les deux méthodes les plus connues sont la méthode multi-objectifs (Yapo et al., 1998) et la méthode GLUE (Beven et Binley, 1992). Insistons sur le fait que ces méthodes ne fournissent pas un seul jeu de paramètres optimal mais un ensemble de jeux de paramètres "équivalents" au sens des fonctions-objectifs considérées. L'ensemble de ces jeux de paramètres peut alors être utilisé pour quantifier les incertitudes sur les simulations du modèle en fournissant des fourchettes de résultats possibles et acceptables au sens des fonctions-objectifs retenues.

a) La méthode GLUE :

La méthode GLUE (Generalized Likelihood Uncertainty Estimation) est une méthode bayésienne qui permet de déterminer la vraisemblance d'un jeu de paramètre pour conduire à une bonne simulation du système. Cette vraisemblance pourra être quantifiée à l'aide d'une des fonctions objectifs présentées ci-dessus, ou tout autre fonction du même type. Il faut ensuite fixer un seuil à la vraisemblance qui correspondra à la valeur minimale (ou maximale) qui sera acceptable pour le critère de vraisemblance choisi. Cette méthode a été utilisée dans de nombreux cas. Citons ici par exemple les travaux d'Ambroise et al. (1996), Freer et al. (1996), Franks et al. (1998), Zin (2002), Engeland et Gottschalk (2002). Néanmoins, Engeland et al. (2004b) soulignent le caractère un peu subjectif du choix du seuil de vraisemblance et montrent que la méthode ne traite des incertitudes qu'autour de la fonction objectif choisie.

b) *La méthode multi-objectifs :*

La méthode multi-objectifs (Yapo et al., 1998) quant à elle, cherche à minimiser un ensemble de fonctions objectives :

$$\text{Éq. 6} \quad F(\vartheta) = \{f_1(\vartheta), \dots, f_n(\vartheta)\}$$

F est la fonction globale à minimiser, f_i sont les critères objectifs retenus et ϑ est le jeu de paramètres.

Il n'y a pas de solution unique mais un ensemble de solutions appelé ensemble de Pareto. En passant d'une solution à l'autre comprise dans cet ensemble, si l'une des fonctions f_i est améliorée, une autre s'en trouve détériorée. L'espace des solutions est alors divisé en deux parties distinctes, l'ensemble de Pareto noté ϑ_p et l'ensemble dominé noté ϑ_d . Ainsi l'ensemble de Pareto est caractérisé comme suit :

- $F(\vartheta_p)$ est strictement inférieur à $F(\vartheta_d)$ pour tout ϑ_d
- il n'est pas possible de trouver un ϑ_p^* tel que $F(\vartheta_p^*)$ soit inférieur à $F(\vartheta_p)$

Pour les problèmes concrets, il n'est possible que d'obtenir une approximation de l'ensemble de Pareto. C'est ce que propose l'algorithme MOCOM-UA : Multi-Objective Complex Evolution Method (Yapo et al. 1998). Cette méthode, et cet algorithme plus particulièrement, ont été utilisés dans de nombreuses études, non seulement sur des modèles de bassin versant (Beldring, 2002; Engeland et al., 2004b) mais également pour des analyses de sensibilité sur des schéma de surface, de type modèle TSVA (Transferts Sol-Végétation-Atmosphère) où le nombre de paramètres est important (par ex. : Bastidas et al. 1999 ; Gupta et al. 1999 ; Demarty et al., 2004).

1.5 CONTEXTE SPECIFIQUE ET OBJECTIFS DU TRAVAIL DE THESE :

Le travail de thèse présenté dans ce mémoire est issu de la rencontre entre deux activités qui émergeaient en même temps au sein du Laboratoire d'étude des Transferts en Hydrologie et Environnement (LTHE). La première est la naissance du projet de recherche AMMA – Analyse Multidisciplinaire de la Mousson Africaine – dans le cadre duquel l'instrumentation d'un bassin de recherche, la Donga (586 km²) au Bénin, s'est accélérée. La seconde est relative au développement d'une modélisation hydrologique spatialisée s'appuyant sur un découpage du bassin versant en sous-bassins et les concepts théoriques proposés par Reggiani et al. (1998, 1999).

1.5.1 Le projet AMMA (Analyse Multidisciplinaire de la Mousson Africaine) et ses différentes composantes

1.5.1.1 Présentation générale

L'objectif de ce projet de recherche international est d'étudier les aspects scientifiques permettant de mieux comprendre les mécanismes de la Mousson de l'Afrique de l'Ouest et ses composantes : la dynamique atmosphérique, le cycle de l'eau continental, la chimie atmosphérique et les conditions de surface sur l'océan et le continent.

La variabilité inter-annuelle et inter-décennale de la mousson africaine est relativement bien documentée (par exemple : Nicholson 1981, Lamb 1983, Le Barbé et al. 2002). Au début des années 1970, le régime pluviométrique de la zone sahélienne s'est profondément dégradé, conduisant à des périodes de longues et dramatiques sécheresses jusqu'au milieu des années 1990. Le déficit pluviométrique n'a pas été limité au Sahel mais s'est étendu jusqu'à la côte du Golfe de Guinée (Lebel et al., 2000). Aujourd'hui encore, les grandes variations inter-annuelles soulèvent des questions pour le développement de la région, notamment en ce qui concerne la dégradation des terres, la sécurité alimentaire et la disponibilité de la ressource en eau.

A partir de ces constatations, les objectifs du projet AMMA sont doubles. Il vise dans un premier temps à améliorer la compréhension des mécanismes de la mousson africaine et de ses variations et à évaluer son influence sur l'environnement physique et chimique et sur la biosphère, aux échelles régionale et globale. Dans un second temps, il faudra produire les connaissances qui permettront de relier la variabilité du climat aux problèmes de santé, de ressources en eau et de sécurité alimentaire pour les nations d'Afrique de l'Ouest et de définir des stratégies de surveillance appropriées. Une démarche multidisciplinaire est envisagée pour remplir ces objectifs qui sont déclinés en plusieurs points :

(i) Des recherches détaillées seront nécessaires sur les processus physiques et chimiques influençant le système couplé terre-océan-atmosphère en Afrique de l'Ouest pour permettre de quantifier les interactions au sein de ce système et leurs impacts sur le climat local, régional et global. L'objectif est d'améliorer les prévisions météorologiques et les simulations du climat de l'Afrique de l'Ouest, que ce soit à l'échelle saisonnière ou à des échelles plus longues, par exemple pour produire des scénarios de changement climatique. Cette partie concerne alors l'amélioration de la connaissance scientifique.

(ii) L'impact de la variabilité du climat de l'Afrique de l'Ouest devra être caractérisé, notamment sur les ressources en eau, la sécurité alimentaire, la santé et les stratégies de développement et étudier la rétroaction des activités humaines sur la variabilité du climat. Ce sont donc les implications socio-économiques qui sont en cause.

(iii) Un réseau intégré de mesures multi-échelles est implanté pour fournir les paramètres clefs nécessaires à une recherche scientifique multidisciplinaire.

(iv) Des activités intégrées de formation et d'éducation pour les institutions techniques et de recherche en Afrique doivent être développées.

(v) Une méta-base et des bases de données se focalisant sur les thèmes du projet doivent être mises en place dans le but d'un archivage à long terme.

Pour bien comprendre les interactions entre l'atmosphère, la biosphère et l'hydrosphère, une campagne d'observation multi-échelle est ainsi mise en œuvre sur ces trois compartiments. Outre l'observation, ce projet intègre également l'analyse des données et la modélisation des phénomènes observés. Pour les observations, les échelles temporelles vont de l'évènement pluvieux à la succession d'années en passant par la saison, justifiant trois périodes temporelles d'observations distinctes. La première est une période d'observations à long terme (LOP- Long Observation Period) des variables "de base" telles que la pluviométrie, les débits des rivières, la piézométrie des nappes, les variables météorologiques, les variables de suivi de la végétation, etc., s'étendant sur 10 ans : de 2001 à 2011. La LOP s'appuie sur des réseaux mis en place spécifiquement pour le projet mais aussi sur les réseaux nationaux existant. La seconde est une période d'observations renforcées (EOP- Enhanced Observation Period) de trois ans (2005-2007), comprenant notamment un suivi des flux de surface. L'EOP encadre une période d'observations intensives qui aura lieu en 2006 (SOP- Special Observation period) où seront déployés durant la saison des pluies différents radars, appareils de mesures aéroportés, etc. Les échelles spatiales sont présentées par la Figure 3. La zone AMMA couvre toute l'Afrique de l'Ouest en vue de l'étude de la circulation atmosphérique régionale. Des sites de méso-échelle sont instrumentés pour suivre le bilan hydrique et la dynamique de la végétation :

- le degré carré d'HAPEX-Sahel (the Hydrology-Atmosphere Pilot Experiment in the Sahel) (2°E – 3°E; 13°N – 14°N) situé au Niger, en zone sahélienne et suivi depuis 1990. La pluviométrie moyenne annuelle est d'environ 500 mm.

- le Gourma malien (15°N – 17°N) sur lequel les premières études de végétation remontent à 1982. La pluviométrie annuelle est d'environ 300 mm.
- le haut bassin de l'Ouémé (14,000 km²) au Bénin, qui s'étend sur un degré de latitude (9°N – 10°N et 1,5° – 2,5° E). Il est caractérisé par un climat soudanien avec une pluie moyenne annuelle dépassant 1000 mm, et est suivi depuis 1997.

L'ensemble de ces trois sites de méso-échelle a reçu le label "ORE" (Observatoire de Recherche en Environnement) délivré par le ministère français de la Recherche, sous le nom ORE AMMA-CATCH (CATCH pour Couplage de l'Atmosphère Tropical et du Cycle Hydrologique). Au sein de chacun de ces sites de méso-échelle, des super sites d'observations plus denses de quelques centaines de km² sont installés. Ils servent à l'étude fine de processus (notamment concernant les flux à l'interface sol-atmosphère) et la fermeture du bilan hydrique. Sur le site béninois, c'est le bassin versant de la Donga (586 km²) qui constitue ce super-site sur lequel sont concentrés des efforts d'observations qui seront détaillés au chapitre 2.

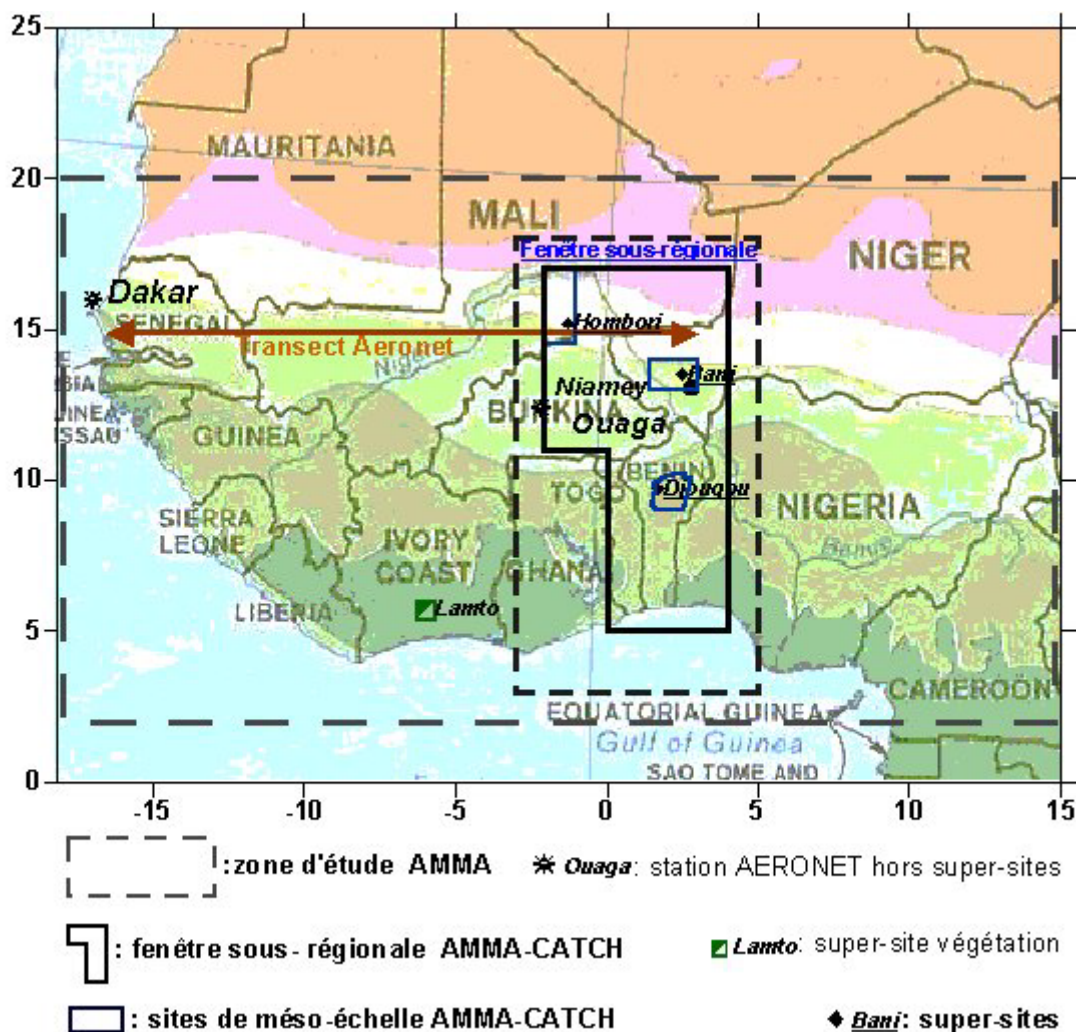


Figure 3 : Zone d'étude du projet AMMA et ses différentes fenêtres

1.5.1.2 Le volet hydrologique

Les travaux menés en hydrologie dans le cadre du projet AMMA visent à quantifier les contributions des différents compartiments (précipitations, écoulement dans les rivières, évapotranspiration, contribution des nappes souterraines) au cycle hydrologique et à mieux comprendre les interactions entre ces différents réservoirs. Une question clé est celle du rôle des nappes et de leur fonctionnement: alimentation des débits par les nappes profondes, contributions de nappes superficielles de versant? C'est à ces questions que le projet de recherche soutenu par le PNRH "Vers une modélisation hydrologique intégrée sur le haut bassin de l'Ouémé (Bénin-projet CATCH)" 2000-2002 poursuivi par le projet ECCO/PNRH "Evaluation des termes du bilan hydrologique sur le bassin versant de la Donga par mesures et modélisation" en 2003-2004 souhaite répondre. Nous comprenons donc que les objectifs sont doubles. Premièrement, dans la compréhension des processus, il s'agit de bien connaître le fonctionnement du système et donc d'être capable de le décrire précisément. Cela passe par une stratégie d'observation particulièrement détaillée et complète. Deuxièmement, dans le cadre de la modélisation, nous voulons être capables de représenter chacun de ces processus, d'évaluer la représentation que nous en faisons et la structure interne du modèle numérique.

Les modèles hydrologiques considérant le bassin comme une seule entité, tel que le modèle GR4, permettent de modéliser de manière satisfaisante les débits à l'exutoire (Le Lay, 2002) ou d'étudier des scénarios d'évolution de la pluviométrie (Le Lay et al., 2003). Néanmoins ils ne permettent pas une compréhension fine des processus. C'est pourquoi sont développées en parallèle des modélisations spatialisées du cycle hydrologique dans son ensemble qui représentent l'ensemble des processus dominants mais qui nécessitent une instrumentation plus poussée du milieu.

Il s'agit donc de maximiser la synergie entre stratégie d'observations et de modélisation pour que les deux activités soient vraiment complémentaires. C'est une condition indispensable pour répondre à la question suivante : en fonction des objectifs visés par la modélisation, **quel degré de sophistication** est nécessaire dans la **discrétisation de l'espace**, la **représentation des processus**, la **prise en compte de la variabilité spatio-temporelle des entrées** (pluie, ETP, caractérisation des sols et de la végétation, etc.) ? Cette question sera reproduite selon les différents objectifs. S'agit-il de bien reproduire **les débits annuels, mensuels ou journaliers** ? Veut-on bien représenter ces débits **en différents points du bassin ou à l'exutoire seulement** ? De même, cherche-t-on à représenter la **dynamique de la nappe** et à **quelle échelle de temps** ? Voulons-nous être capables de déterminer **l'évapotranspiration, journalière ou horaire, à l'échelle du sous-bassin ou de la parcelle** ?

1.5.2 Développement d'une approche de modélisation novatrice

Le modèle POWER (**P**lanner **O**riented evaluative **W**atershed model for **E**nvironmental and socio-economic **R**esponses) est un modèle hydrologique, en cours de développement au LTHE dans le cadre du projet européen AgriBMP-Water (Haverkamp et al., 2004). L'objectif est d'obtenir un modèle capable de représenter le cycle de l'eau dans son ensemble (précipitations, infiltration, évapotranspiration, ruissellement, recharge des nappes, écoulement dans les rivières) sur de longues périodes de temps. Le projet AgriBMP-Water comprend aussi un volet qualité des eaux vis à vis des nitrates et pesticides que je ne discuterai pas dans la suite de ce mémoire.

En liaison avec le développement de nouvelles pratiques culturales, on cherche à répondre à la question de l'origine des pollutions ou de l'impact des changements de pratiques culturales. Ainsi, le modèle doit être capable de fournir les variables simulées à l'échelle souhaitée par l'utilisateur. Ceci conduit alors à une segmentation de l'espace en différents niveaux emboîtés. Le premier est un découpage en sous-bassins versants élémentaires : les REWs- Representative Elementary Watersheds. Ce type de découpage est particulièrement intéressant puisqu'on utilise alors une maille de calcul qui a un sens hydrologique. Le deuxième niveau est constitué de colonnes élémentaires : les RECs – Representative Elementary Columns. Les RECs sont homogènes du point de vue type de sols ou d'occupation du sol. Ils sont obtenus par superposition de plusieurs couches dans un Système d'Information Géographique (SIG) et permettent donc de représenter les hétérogénéités de surface.

La représentation des processus s'appuie sur les approches théoriques proposées par Reggiani et al. (1998, 1999, 2000, 2001). Leur approche permet la dérivation d'équations physiques valables à l'échelle du sous-bassin versant. Le modèle REW-v4.0 qui en découle repose sur une conceptualisation homogène à l'échelle des REWs des termes d'échange entre les différents compartiments du bassin : zone non saturée, zone saturée, surface saturée, surface non saturée et rivière. Le modèle REW-v4.0 est donc en quelque sorte la base théorique du modèle POWER ; il sera largement développé au chapitre 3. Dans cette première approche, la zone non saturée est représentée de manière très simple (modèle de type réservoir). Reggiani et Rientjes (2004a et 2004b) ont montré qu'elle pouvait malgré tout fournir une simulation réaliste des débits et des écoulements dans la nappe sur un bassin belge.

Ce premier modèle permet d'évaluer la pertinence des concepts de modélisation qui sont proposés dans POWER, notamment en matière de découpage de l'espace en unités hydrologiques et de représentation des transferts dans la zone non saturée. Des améliorations ont été apportées à cette approche de base, notamment par une description plus physique des transferts dans la zone non saturée et saturée du sol (cf. chapitre 6). Ces améliorations couplées à la méthode d'invariance d'échelle proposée par Haverkamp et al. (1998) pour décrire les propriétés hydrodynamiques des sols, constituent le modèle POWER.

1.5.3 Objectifs propres au travail de thèse

A partir des deux projets présentés ci-dessus, l'idée a émergé de profiter de la mise en place de l'instrumentation sur le bassin de la Donga pour i) tester le nouveau concept de modélisation et ii) orienter les mesures mises en place sur la Donga pour qu'elles soient bien adaptées au modèle utilisé par la suite.

Les objectifs fixés à ce travail peuvent alors se résumer ainsi :

- i) contribuer au développement d'une modélisation hydrologique spatialisée sur le bassin de la Donga
- ii) évaluer la pertinence de l'outil de modélisation à l'aide des données déjà disponibles
- iii) contribuer à la définition de l'instrumentation mise en place sur ce bassin
- iv) essayer de fournir des éléments de réponse à la question posée (cf. section 1.5.1.2) : de quel modèle (discrétisation spatiale, processus représentés, niveau de complexité dans ces processus) avons-nous besoin en fonction des objectifs de modélisation que nous nous sommes donnés?

Le travail de thèse présenté dans ce mémoire est l'un des premiers à s'achever sur l'ORE AMMA-CATCH. Il est une contribution directe au volet hydrologique du projet AMMA et des projets nationaux sur le bassin de la Donga. J'aborde en effet la question du fonctionnement hydrologique du bassin du point de vue de la modélisation hydrologique distribuée et donc en souhaitant représenter les processus et leurs interactions. La stratégie d'observation est le complément indispensable à ce type de modélisation puisqu'elle va nous permettre de valider notre compréhension du milieu et la modélisation que l'on peut en faire. A l'inverse, le travail de modélisation présenté ici a permis quelquefois de mettre en exergue les éléments manquants dans l'observation actuelle et qui apparaissent comme cruciaux dans la modélisation. Rappelons que ce travail se situe dans la première phase d'observation (LOP) mais les autres observations, notamment pendant l'EOP, apporteront certainement les compléments attendus.

Ainsi, ce travail contribue à plusieurs des objectifs généraux du projet AMMA puisqu'il améliore les connaissances scientifiques du cycle hydrologique au Bénin et qu'il a contribué à la mise en place de la stratégie d'observations sur le bassin expérimental de la Donga. Soulignons également qu'il existe des liens forts avec les implications socio-économiques puisqu'un outil tel que celui que nous cherchons à développer permettra, à terme, de répondre aux questions d'impacts sur le cycle hydrologique et la ressource en eau. Cette question ne sera certes pas résolue dans ce travail, mais il a pour objectif de contribuer à avancer dans ce sens.

Pour répondre aux objectifs fixés ci-dessus, nous avons deux outils de modélisation que sont le modèle REW-v4.0 et le modèle POWER, ce dernier constituant une complexification dans la description des phénomènes et le découpage de l'espace. Dans le cadre du développement d'un nouveau concept de modélisation distribuée, nous avons cherché à nous rapprocher au maximum des configurations idéales énoncées dans la littérature, c'est-à-dire à développer une validation raisonnée de l'outil en passant par la représentation des processus qui y est faite et la disponibilité de données de validation nombreuses, variées et spatialisées. Je me suis donc attachée à comprendre et évaluer la structure interne du modèle REW-v4.0. Puis en utilisant au maximum les données disponibles et en me dotant de critères objectifs sur des variables intégrant mais également sur des variables internes du modèle, j'ai évalué la représentation des processus qui y était faite et leur pertinence vis-à-vis de l'échelle spatiale et de mes objectifs de modélisation. Aussi mon travail contribue-t-il à la mise en relief des possibilités que nous pouvons attendre de cette modélisation, et de ses limites.

1.5.3.1 Que peut-on attendre d'une modélisation avec REW_v4.0 ?

L'objectif de ce travail de thèse est ainsi d'évaluer l'apport du modèle REW-v4.0 sur le bassin versant de la Donga pour la simulation des composantes du cycle hydrologique, tout en préparant l'utilisation future du modèle POWER. Ceci passe par une sorte de notice d'utilisation du modèle, particulièrement en ce qui concerne la détermination des paramètres, au vu des nombreuses données disponibles pour ce site. Il s'agit en quelque sorte de faire une analyse critique du modèle et aussi de la synergie que nous essayons de mettre en place entre l'observation sur le bassin et la modélisation hydrologique distribuée à base physique. Cette première étape d'évaluation permettra aussi de mettre en évidence les manques dans l'instrumentation actuelle et de définir les variables pour lesquelles la mesure est nécessaire pour progresser et trancher entre différentes hypothèses de fonctionnement.

Ainsi pour répondre à la question du degré de sophistication nécessaire dans la modélisation, je partirai d'une modélisation simple où toutes les composantes et toutes les entrées sont homogènes sur le bassin versant. Cette première modélisation homogène permet de tester l'influence du découpage sur la représentation des débits. Ensuite, à l'aide d'outil d'interpolation géostatistique, la spatialisation de différentes composantes peut être prise en compte en définissant une valeur moyenne d'un paramètre (par exemple les paramètres de sols) ou d'une entrée (par exemple la pluie journalière) pour chaque REW. Ainsi, je complexifierai petit à petit la modélisation en introduisant la spatialisation des propriétés des sols, de la liaison entre la nappe et la surface saturée et enfin la spatialisation des pluies. Afin de bien évaluer le rôle de chacune de ces spatialisations, leurs effets sur les résultats de la modélisation seront traités séparément.

Comme je l'ai soulevé plus haut, cette influence doit être jugée de façon objective, sur des variables pertinentes et distribuées du modèle. J'exposerai plus loin l'ensemble des données disponibles sur le bassin et nous verrons alors que mon jugement aura pour cible non seulement la

représentation des débits et des volumes écoulés à l'exutoire mais également la représentation de ces mêmes débits en des points intermédiaires du bassin, l'évolution du niveau de nappe en plusieurs sous-bassins versants et la représentation qualitative de la dynamique de la zone non saturée. Je travaillerai avec des entrées journalières en cherchant à reproduire les débits mensuels, décennaires et journaliers. La dynamique de la nappe, quant à elle sera étudiée globalement à l'échelle de la saison.

1.5.3.2 Vers un affinement de la modélisation.

La modélisation proposée par le modèle REW-v4.0 est une modélisation simplifiée en ce qui concerne certains compartiments (cf. chapitre 3). Nous pouvons citer en exemple la représentation des écoulements dans les rivières ou la représentation des transferts dans la zone non saturée conceptualisée comme un réservoir unique.

Selon l'approche de Jothityangkoon et al. (2001), nous voudrions encore affiner la modélisation (et nous verrons au chapitre 5 que cela semble nécessaire), particulièrement du point de vue de la représentation des processus dans la zone non saturée afin de s'affranchir de ses limites pour l'utilisation future du modèle POWER. L'objectif est d'avoir une représentation plus physique de ces processus avec un découpage vertical du sol pour permettre la prise en compte d'horizons aux propriétés hydrodynamiques différentes, avec la contrainte de rapidité du calcul liée à une utilisation à grande échelle. Si nous reprenons le schéma de conception d'un modèle hydrologique proposé par Refsgaard (Figure 1), le code existant ne répondant pas aux attentes, le développement d'un nouveau code est nécessaire. Pour ce développement, je me suis appuyée sur le travail numérique réalisé par Ross (2003) auquel j'ai adjoint des fonctionnalités inexistantes auparavant que sont les phénomènes liés à la végétation : interception des précipitations par la végétation, extraction racinaire et transpiration des plantes. La programmation de ses fonctionnalités et la validation du module de zone non saturée ont fait partie intégrante de mon travail.

Je l'ai souligné auparavant, le modèle POWER prévoit un deuxième découpage qui permet de mieux représenter la variabilité spatiale de la surface selon la végétation, l'occupation des sols, les propriétés des sols et les infrastructures. Les RECs serviront ainsi de maille de calcul pour les transferts dans la zone non saturée. Le module de zone non saturée développée dans cette thèse permettra ainsi de prendre en compte explicitement l'hétérogénéité de surface notamment du point de vue de la végétation et des propriétés des sols. Ainsi, tout en n'utilisant pas directement le modèle POWER, j'ai largement initié son utilisation et contribué à son développement en m'intéressant à la complexification de la description des processus à travers le développement du module de zone non saturée.

2^{ème} chapitre : Stratégie d'observation multi-échelles pour la modélisation spatialisée des processus

Nous avons développé dans le premier chapitre, la place de l'instrumentation du bassin de la Donga dans le cadre du projet AMMA et de ses différentes échelles spatio-temporelles. D'une manière plus générale que les besoins de cette thèse, la stratégie d'instrumentation cherche à quantifier les différents processus (précipitation, ruissellement, infiltration, écoulements souterrains, évapotranspiration) intervenant dans le cycle hydrologique, à déterminer leur temps caractéristique et leur rôle dans la variabilité inter et intra-annuelle des écoulements. Nous espérons ainsi pouvoir répondre à la question du rôle de chaque compartiment dans la genèse du débit et les fluctuations de la nappe, ainsi qu'à celle du rôle de la végétation sur le cycle hydrologique.

La stratégie d'observation mutli-échelles adoptée sur la fenêtre béninoise de l'ORE AMMA-CATCH est particulièrement adaptée à la mise en place d'une modélisation hydrologique distribuée. Comme nous l'avons souligné dans l'introduction, la validation des modèles distribués et surtout de leur structure interne et de leur paramétrisation des processus, demande des données distribuées en quantités importantes et pas seulement des mesures de débits à l'exutoire. L'utilisation d'une structure distribuée suppose aussi que l'on soit capable de représenter la variabilité des différentes entrées ou des caractéristiques du bassin.

C'est en partie pourquoi de nombreuses mesures ont été mises en place sur le bassin versant. Certaines ne le sont que depuis quelques mois et ne pourront donc pas être utilisées dans ce premier travail qui devra être poursuivi au fur et à mesure de l'acquisition de nouveaux types de données.

Soulignons ici que toutes les mesures évoquées ici n'ont ni été collectées ni traitées uniquement pour les besoins de cette thèse. De nombreuses personnes sont impliquées dans cette tâche. Nous avons choisi de présenter les mesures qui ont été utilisées dans le travail de modélisation entrepris mais également toutes celles qui serviront à la validation de la modélisation hydrologique spatialisées des processus avec le modèle POWER, et que je n'ai donc pas forcément utilisées.

Avant de détailler l'instrumentation et les observations sur le bassin de la Donga, je présente en première partie quelques caractéristiques générales valables sur l'ensemble de la Haute Vallée de l'Ouémé. Nous verrons ensuite l'instrumentation mise en place pour caractériser le bilan hydrologique sur le bassin de la Donga. Nous analyserons ensuite les données des mesures d'infiltration pour

caractériser la surface. Enfin, je détaillerai les autres données disponibles que je n'ai pu utiliser dans cette première étude.

2.1 CARACTERISTIQUES GENERALES DE LA FENETRE GEOGRAPHIQUE AMMA-CATCH DU BENIN :

Le haut bassin de l'Ouémé est bordé au nord ouest par le massif de l'Atacora qui culmine à 650m et qui influence la pluviométrie de la zone et notamment celle du bassin de la Donga.

Il repose sur le socle Dahomeyen fracturé à la différence de la partie basse du bassin de l'Ouémé, située sur des formations sédimentaires. Ce socle est le socle ancien de la zone qui a subi de nombreuses transformations métamorphiques depuis le Précambrien. Il est constitué essentiellement de migmatites et de gneiss (Faure et Volkoff, 1998). Le groupe pétrographique de Djougou (caractéristique du bassin de la Donga) est constitué essentiellement de roches claires comme les gneiss à muscovite et les gneiss à deux micas (cf. carte de pédologie Figure 28).

La structure verticale des sols est conforme à celle observée sur l'ensemble de l'Afrique de l'Ouest en zone soudanienne (Figure 4, d'après CIEH 1992). Elle est constituée d'une zone de sol en surface (1 à 3m d'épaisseur), une zone d'altérites formée par les arènes issues de la décomposition des roches du sol (10 à 20m d'épaisseur (DH/SOGREAH, 1998) et un socle. Celui-ci est fracturé ou fissuré dans sa partie supérieure puis de moins en moins fracturé, altéré et fissuré en profondeur.

Le régime pluviométrique, comme pour l'ensemble de l'Afrique de l'Ouest, est contrôlé principalement par la circulation atmosphérique de deux masses d'air et par leur mouvement saisonnier : l'Harmattan sec (alizé continental venant du Nord Est) et la mousson humide (alizés maritimes australs). On distingue alors une saison sèche et une saison humide. Les durées et le fonctionnement de ces deux saisons varient selon les zones. Sur le littoral, la saison des pluies est coupée par une petite saison sèche au cours du mois d'août. En remontant vers le Nord, l'influence de l'Harmattan sec va croître ce qui va se traduire par une augmentation progressive des écarts de températures et de la durée de la grande saison sèche. Ainsi sur le haut bassin de l'Ouémé, le régime pluviométrique se caractérise par une saison des pluies d'avril à octobre et une saison sèche de 5 mois, de novembre à mars.

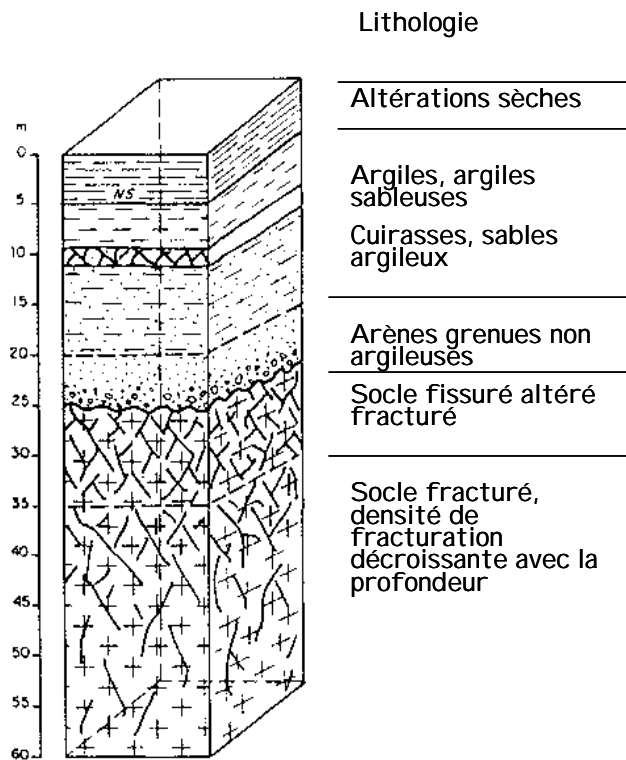


Figure 4 : Profil caractéristique des sols d'Afrique de l'Ouest (CIEH, 1992)

En 1980, une carte du couvert végétal du Bénin a été proposée par la FAO. Elle découpait le Bénin en trois zones écologiques qui correspondent à des zones de pluviométrie contrastées :

- La zone littorale sèche qui s'étend de la côte à la latitude $7^{\circ}15'N$, avec une pluviométrie annuelle entre 850mm et 1300mm.
- La zone continentale sèche qui s'étend approximativement entre les latitudes $7^{\circ}15'N$ et $11^{\circ}15'N$, avec une pluviométrie entre 1000mm et 1400mm.
- La zone continentale très sèche au nord du Bénin, avec une pluviométrie inférieure à 1000mm.

Le haut bassin de l'Ouémé se situe dans la zone continentale sèche. Notons toutefois que le bassin de la Donga se situe dans la partie la plus humide de cette zone avec une pluviométrie moyenne annuelle supérieure à 1200mm. La végétation de cette zone est caractérisée par de la savane boisée ou arborée. Des zones de forêts classées sont largement présentes sur le haut bassin de l'Ouémé, ainsi que des forêts-galeries le long des principales rivières. Notons également que les couverts végétaux sont en pleine modification, du fait des activités humaines essentiellement agro-pastorales sur cette zone.

La carte suivante (Figure 5) permet de positionner la Haute Vallée de l'Ouémé et le bassin de la Donga. J'y est également fait figuré le bassin de l'Aguima ainsi que les villes de Parakou, Djougou, Bembéréké et Bétérou que j'évoquerai dans la partie suivante.

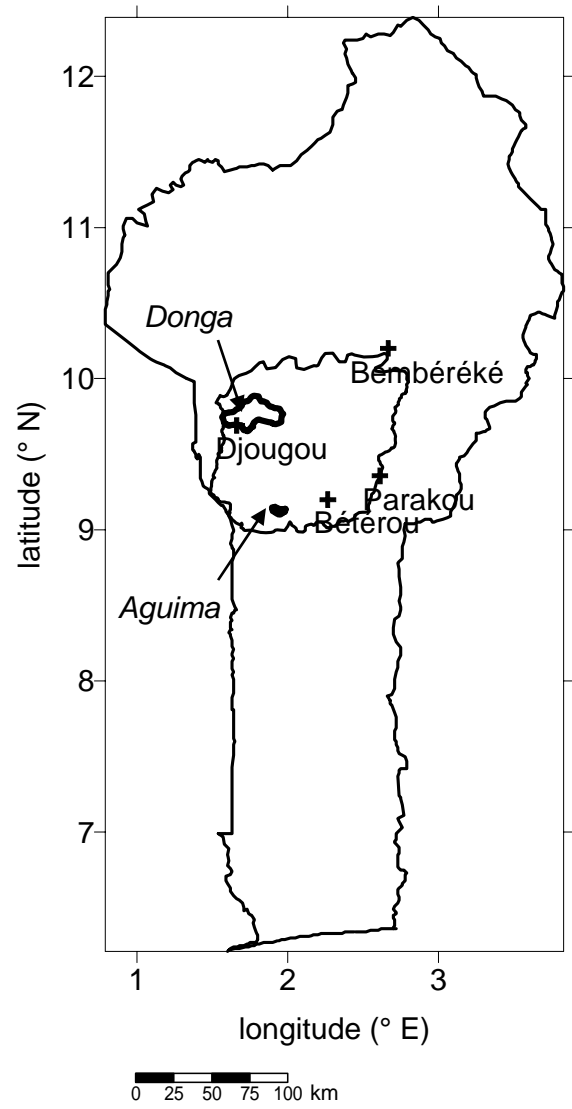


Figure 5 : Carte du Bénin

2.2 CARACTERISATION DU BILAN HYDROLOGIQUE SUR LE BASSIN DE LA DONGA :

2.2.1 La pluie :

2.2.1.1 Pluviométrie des années 1998 à 2002

Nous l'avons souligné précédemment, le régime de pluie sur le bassin versant de la Donga, se caractérise par une saison des pluies d'avril à octobre et une saison sèche de novembre à mars. Afin de bien fixer dans les esprits l'évolution des précipitations au cours de la saison des pluies, la figure suivante montre l'évolution des précipitations mensuelles pour l'année 1998.

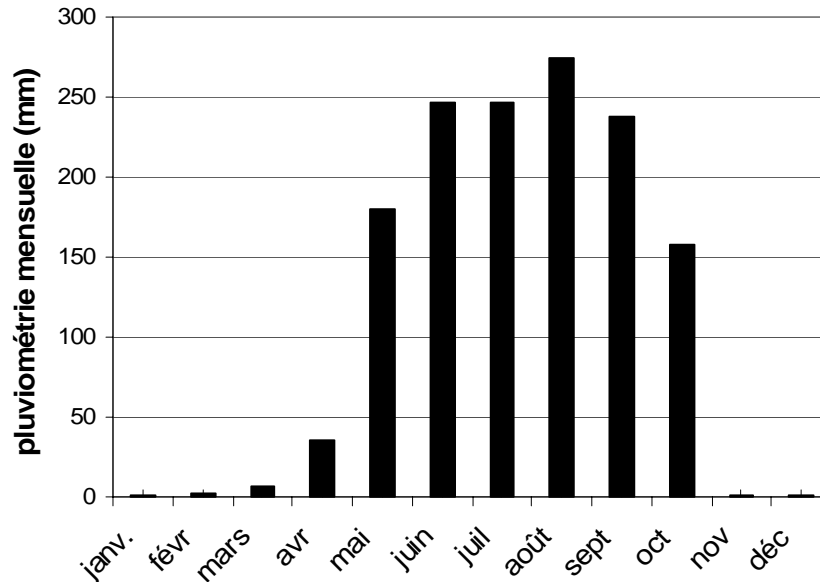


Figure 6 : Evolution de la pluviométrie mensuelle moyenne sur le bassin de la Donga pour l'année 1998

La pluviométrie annuelle de la zone se situe vers 1200 mm mais peu de stations étaient disponibles avant 1997 pour l'estimation de la pluie moyenne sur le bassin versant. Toutefois Le Barbé et al. (1993) rapportent les caractéristiques statistiques de trois stations pluviométriques disponibles depuis 1925 et situées à proximité ou sur la haute vallée de l'Ouémé : Djougou (seule ville située sur le bassin versant de la Donga), Parakou et Bembéréké. Ces trois stations permettent d'étudier les caractéristiques des années 1998 à 2002 à l'échelle de la Haute Vallée de l'Ouémé. A cette échelle, les années 1998 et 1999 sont des années excédentaires. Alors que l'année 1998 a connu un mois de juin très pluvieux ; en 1999, la saison des pluies a commencé tardivement et le début a été relativement sec. C'est donc le cœur de la saison qui a été particulièrement excédentaire. L'année 2000 a été caractérisée de plutôt sèche, avec un démarrage tardif et un début de saison relativement sec. Seul le

mois de juillet a été excédentaire. L'année 2001 s'est avérée globalement déficitaire pour l'ensemble de la haute vallée de l'Ouémé. L'année 2002 est une année intermédiaire à l'échelle de la haute vallée de l'Ouémé mais un déficit marqué a été noté sur certaines zones notamment celle de Djougou.

L'analyse de la pluviométrie à l'échelle du bassin versant de la Donga est plus délicate étant donné les courtes séries de données disponibles. La lame d'eau moyenne sur le bassin de la Donga n'a pu être déterminée qu'à partir de 1998. Seule la station de Djougou permet une comparaison succincte de la pluviométrie des années 1998 à 2002, par rapport à une moyenne. J'ai laissé de côté les stations de Parakou et de Bembéréké à cause de leur éloignement (plus de 100km) et du fait qu'elles ne subissent pas l'influence du massif de l'Atacora sur ces stations.

Le Tableau 1 propose la lame d'eau précipitée (en mm) à Djougou en comparaison de la moyenne (1925-1984) de cette station et de la lame d'eau moyenne calculée par krigeage sur le bassin versant de la Donga.

	Lame précipitée (Djougou) (mm)	Ecart à la moyenne (%) pour Djougou	Lame moyenne sur la Donga (mm)
moyenne (1925-1984)	1336		
1998	1349	0.9	1392
1999	1373	2.8	1423
2000	1283	-4.0	1071
2001	1170	-12.4	1125
2002	1153	-13.7	1016

Tableau 1 : Pluviométrie de la station de Djougou et sur le bassin versant de la Donga de 1998 à 2002

Pour la station de Djougou, toutes les années entre 1998 et 2002 ont une pluviométrie de période de retour inférieure à 5 ans. Les années 2001 et 2002 sont globalement sèches avec un écart à la moyenne de -12,4% et -13,7% respectivement. L'année 2000 est elle aussi globalement sèche pour la station mais avec un écart à la moyenne plus faible (-4%). En revanche les années 1998 et 1999 sont légèrement excédentaires (écart à la moyenne de 0,9% et 2,8% respectivement). Ceci semble confirmé par la lame d'eau moyenne sur la Donga : l'année 1999 est la plus pluvieuse avec une lame d'eau moyenne de 1423 mm et 2000 est l'année la moins pluvieuse avec 1016 mm ; soit une différence de plus de 400 mm. La pluviométrie moyenne sur le bassin de l'année 1998 est sensiblement la même que pour 1999. Les années 2000 et 2001 sont plus sèches avec une différence de pluviométrie de 352 mm et 298 mm respectivement par rapport à l'année 1999.

2.2.1.2 Etat du réseau :

Avant 2002, 9 pluviographes étaient situés sur le bassin versant. La ville de Djougou en comptait un en plus du pluviomètre du réseau national. 7 de ces 9 pluviographes sont situés sur la cible du radar BandeX qui sera installé en 2004, à Djougou. Les deux autres sont situés à Djougou et à Kolokondé. En 2002, 11 nouveaux pluviographes ont été installés, dont un à Djougou. Ainsi un réseau de 20 pluviographes (OTT 1000 ou 250 et Elyde (Edepe)) permet depuis 2002, de caractériser le champ de pluie sur le bassin versant de la Donga (Figure 7). En dehors de la cible du radar autour du village de Donga, les stations sont à peu près équidistantes pour permettre une estimation homogène de la variabilité spatiale de la pluie.

Avant 2002, l'étude de la variabilité spatiale de la pluie sur le bassin de la Donga était difficilement envisageable. Toutefois depuis 1997, le haut bassin de l'Ouémé est instrumenté de sorte que l'étude de la variabilité spatiale des pluies soit possible à cette échelle. Des outils géostatistiques tel que le logiciel SPATIAL développé à l'IRD (Delclaux et Chauvin 1993a, 1993b) permettent l'analyse de cette variabilité. Ce logiciel permet en effet d'étudier le variogramme expérimental d'une série de données, de caler un modèle de variogramme puis enfin de déterminer la valeur moyenne par krigeage (Krigé, 1951) sur la zone entière ou sur une surface donnée (par exemple des sous-bassins) et d'associer la variance d'estimation.

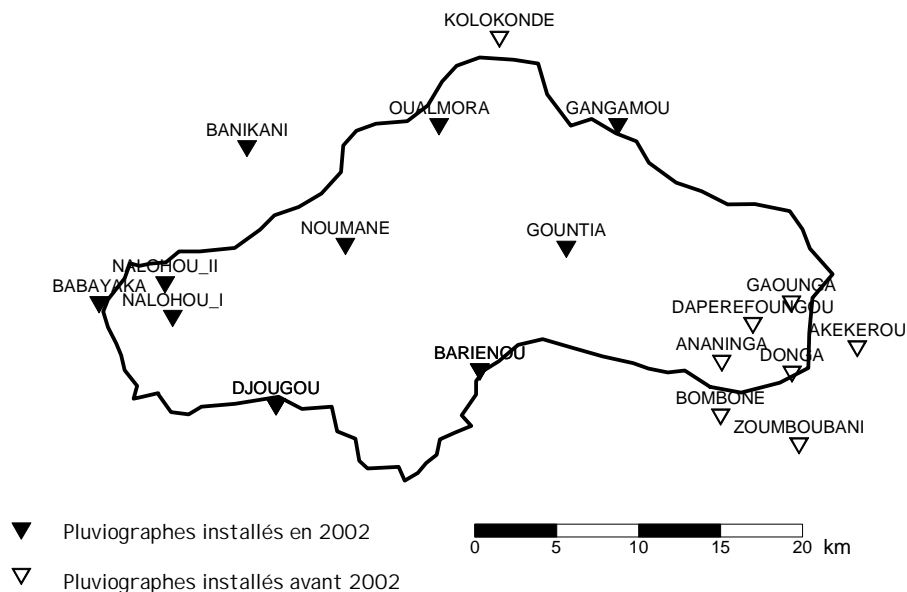


Figure 7 : Réseau de pluviographes sur le bassin versant de la Donga

L'analyse détaillée du champ de pluie, de sa structure, et des événements, fait l'objet de la thèse d'E. Lawin qui a débuté en 2002 (LTHE / Université d'Abomey au Bénin). Pour les besoins de la modélisation, nous devons néanmoins cartographier la pluviométrie et déterminer des lames d'eau

moyennes sur des surfaces : bassin et sous-bassins, au pas de temps journalier. Comme aucune étude géostatistique des pluies n'avait encore été menée sur la zone, j'ai été amenée à déterminer, même sommairement, les caractéristiques du variogramme des pluies journalières, afin de disposer d'un premier outil de cartographie. Sur la haute vallée de l'Ouémé, l'analyse a été faite avec l'ensemble des données disponibles entre 1997 et 2002. Sur le bassin de la Donga, seule l'année 2002 permet d'étudier le variogramme expérimental. Les résultats concernant le bassin de la Donga seront donc à reprendre et à confirmer avec les données des années suivantes.

La Figure 8 montre qu'un variogramme exponentiel de portée 90km, de palier 1,2 et 20% de pépité permet de décrire assez bien le variogramme expérimental obtenu pour l'ensemble du bassin de l'Ouémé. (Les variogrammes présentés sont tous normés par la variance du champ observé.)

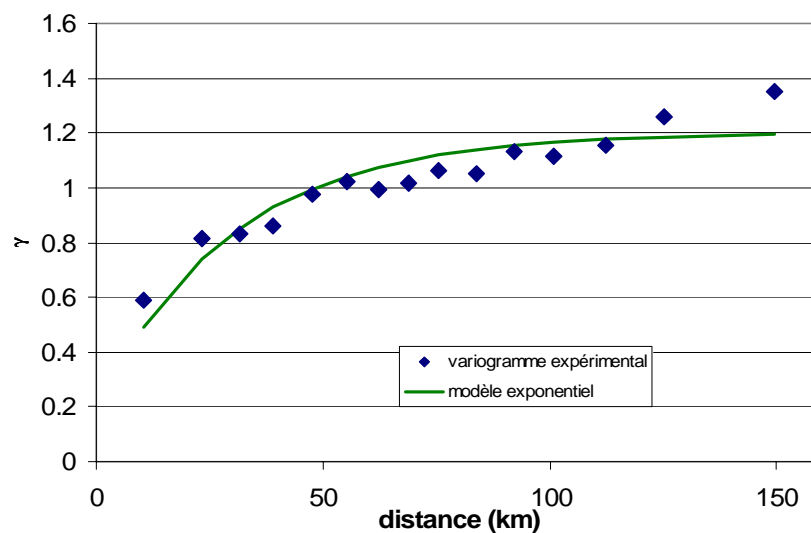


Figure 8 : Variogramme normé des pluies journalières sur le haut bassin de l'Ouémé.

Pour l'année 2002, nous avons réalisé la même étude de variogramme sur le bassin de la Donga uniquement (Figure 9). Le palier est inchangé et la pépité passe à 40%. La distance de décorrélation est fortement modifiée : elle passe à 30 km, montrant ainsi que l'on n'observe pas le système à la même échelle. Les derniers points du variogramme laissent penser que l'on ne voit pas le système pluvieux dans son ensemble. Celui-ci pourrait être représenté par deux variogrammes emboîtés comme c'est le cas sur la partie sahélienne de l'ORE AMMA-CATCH (cf. Thèse A. Ali 2004).

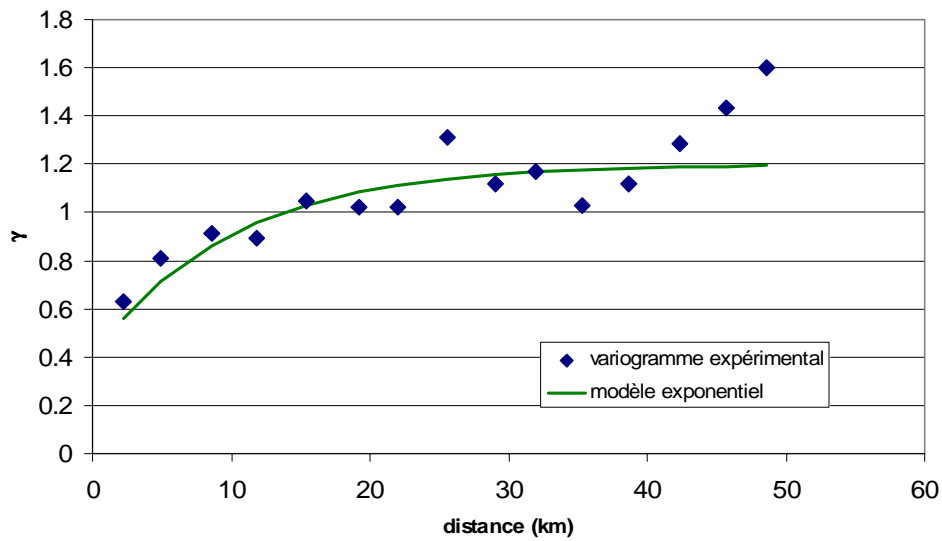


Figure 9 : Variogramme normé des pluies journalières sur le bassin de la Donga

La caractérisation des variogrammes sur la haute vallée de l’Ouémé et sur le bassin versant de la Donga nous permettra de déterminer les lames d’eau journalières moyennes sur des surfaces et donc de représenter la variabilité spatiale de la pluie dans notre modélisation. Le passage à un autre pas de temps (horaire, événementiel, etc.) requiert la caractérisation du variogramme propre à ce pas de temps, et notamment la distance de décorrélation caractéristique.

2.2.2 Les variables climatiques :

Une station automatique Campbell CR 10X a été installée à Djougou au début de l’année 2002. Elle mesure les variables nécessaires au calcul d’une évapotranspiration potentielle (ETP) ou au forçage d’un modèle de transfert sol – végétation – atmosphère (TSVA), toutes les 10 minutes. Le Tableau 2 liste les différents éléments qui la composent et les variables qu’ils permettent de mesurer.

Appareil	Marque	Modèle	Variables mesurées
Sonde température humidité	Vaisala	HMP45C	Température et humidité relative de l'air
Pyranomètre	Kipp & Zonen	SP-Lite	Radiation incidente
Radiomètre	Kipp & Zonen	NR-Lite	Radiation nette
Moniteur de vent	Campbell	05103	Vitesse et direction du vent
Baromètre	Druck	RPT410F	Pression atmosphérique

Tableau 2 : Eléments de la station météorologique installée à Djougou

Les séries d'ETP sont calculées à partir de la méthode proposée par la FAO (1998). Cette méthode propose de calculer une évapotranspiration de référence ET_0 qui serait celle d'une surface de référence bien irriguée, plantée d'un gazon de 12 cm de haut, d'un albédo de 0,23 et d'une résistance de surface fixe égale à 70 s.m^{-1} . Cette méthode est dérivée de l'équation de Penman-Monteith :

$$\text{Éq. 7} \quad ET_0 = \frac{\Delta(R_n - G) + \rho_a C_p \frac{(e_s - e_a)}{r_a}}{\Delta + \gamma_{psy} \left(1 + \frac{r_s}{r_a}\right)}$$

où R_n est la radiation nette, G le flux de chaleur du sol, $(e_s - e_a)$ représente le déficit de pression de vapeur de l'air, ρ_a est la masse volumique moyenne de l'air, c_p est la capacité calorifique de l'air, Δ représente la pente de la relation liant la pression de vapeur saturante et la température, γ_{psy} est la constante psychrométrique et r_s et r_a sont les résistances de surface et aérodynamique.

Au vu des hypothèses faites, cette équation se simplifie en :

$$\text{Éq. 8} \quad ET_0 = \frac{0,408\Delta(R_n - G) + \gamma_{psy} \frac{900}{T + 273} u_2 (e_s - e_a)}{\Delta + \gamma_{psy} (1 + 0,34u_2)}$$

ET_0 est l'évapotranspiration de référence [mm.jour-1], R_n est la radiation nette [MJ.m-2.jour-1], G est le flux de chaleur du sol [MJ.m-2.jour-1], T est la température moyenne journalière à 2m du sol [°C], u_2 est la vitesse du vent à 2m du sol [m.s-1], e_s est la pression de vapeur saturante [kPa], e_a la pression de vapeur réelle [kPa], Δ représente la pente de la relation liant la pression de vapeur saturante et la température [kPa.°C-1], γ_{psy} est la constante psychrométrique [kPa.°C-1]. Les détails du calcul sont disponibles dans le guide édité par la FAO (1998).

La totalité de ces variables peuvent être déterminées à partir des mesures météorologiques effectuées à Djougou. Soulignons également que cette méthode peut entraîner de mauvaises estimations du fait que l'on considère une surface de référence plantée de gazon et bien irriguée, surface peu probable en région aride et semi-aride.

Pour les années précédant l'installation de la station de Djougou en 2002, aucune mesure en continu n'était disponible sur le bassin. Seuls des relevés manuels étaient faits trois fois par jour. Une station synoptique est située dans la ville de Parakou (environ 130km à l'Est du bassin) et couvre la période 1998-2002 qui nous intéresse. Les données collectées permettent la détermination d'une ETP journalière. Toutefois, du fait de sa situation géographique, la valeur de cette ETP risque de ne pas être représentative du bassin versant de la Donga.

Mentionnons aussi que le programme de recherche allemand IMPETUS (Integratives Management-Projekt für einen Effizienten und Tragfähigen Umgang mit Süßwasser in Westafrika) implanté également dans le haut bassin de l'Ouémé nous a fourni les données de leurs deux stations météorologiques automatiques (pas de temps 30 minutes) situées à peu de distance l'une de l'autre, sur le bassin versant de l'Aguima (environ 80km au sud de Djougou) : Savannah et Mont-De-Gaulle.

Ainsi, étant donné le faible nombre de stations météorologiques, la variabilité spatiale de l'ETP ne peut pas être renseignée pour l'instant à l'échelle de la Haute Vallée de l'Ouémé comme à celle du bassin versant de la Donga. Il est néanmoins possible de comparer les différentes stations et donc de valider les mesures faites à Djougou, tout d'abord sur la température et l'humidité puis sur les mesures de rayonnement, avant de passer à l'ETP.

2.2.2.1 Température et humidité :

Pour l'année 2002, la comparaison des températures et des humidités des deux stations de Djougou (relevé automatique et relevé manuel) ne fait apparaître que de faibles corrélations entre les deux relevés, alors que les stations sont situés à 10m de distance. Deux raisons principales peuvent expliquer ceci. Tout d'abord, le relevé de la station automatique est en fait une moyenne sur le pas de temps de scrutation (ici 10 min) ; alors que la mesure manuelle est ponctuelle. Mais surtout, on ne peut être assuré de l'exactitude de l'heure de la mesure manuelle.

Les températures moyennes sur 30 min de la station de Djougou sont relativement bien corrélées avec les températures moyennes sur 30 min des stations de Mont De Gaulle et Savannah (respectivement $R^2=0,85$ et $R^2=0,72$), malgré les 80 km de distance séparant Djougou et les deux autres stations. Toutefois, cette relativement bonne corrélation n'est peut être due qu'à la co-fluctuation journalière des deux séries. La corrélation entre les stations de Mont De Gaulle et Savannah n'est pas meilleure ($R^2= 0,8313$) alors que les deux stations ne sont distantes que de 5 km.

Au-delà de ce pas de temps de 30 min, les températures moyennes ne sont que faiblement corrélées, avec un coefficient de détermination inférieur à 0,5.

De la même façon, les humidités relatives peuvent être jugées bien corrélées sur des pas de temps de 30 min, mais pas à l'échelle de la journée. Ceci reste logique au vu de la grande distance qui sépare les stations et de l'incertitude concernant la corrélation des données météorologiques sur de telles distances.

2.2.2.2 Rayonnement :

En théorie, le rayonnement incident est égal au rayonnement incident sans nuages (calculable à partir du rayonnement astronomique) lorsque la couverture nuageuse est nulle. Or, pour la station de Djougou, sur la totalité de l'année 2002, ces deux rayonnements ne sont égaux en aucun jour. La différence semble très importante : près de 40 W.m^{-2} (Figure 10). Même si nous admettons qu'en saison des pluies, la couverture nuageuse est toujours présente, la sous-estimation systématique du rayonnement incident même en saison sèche laisse penser que la mesure est biaisée ou que l'atmosphère est toujours trouble (aérosols).

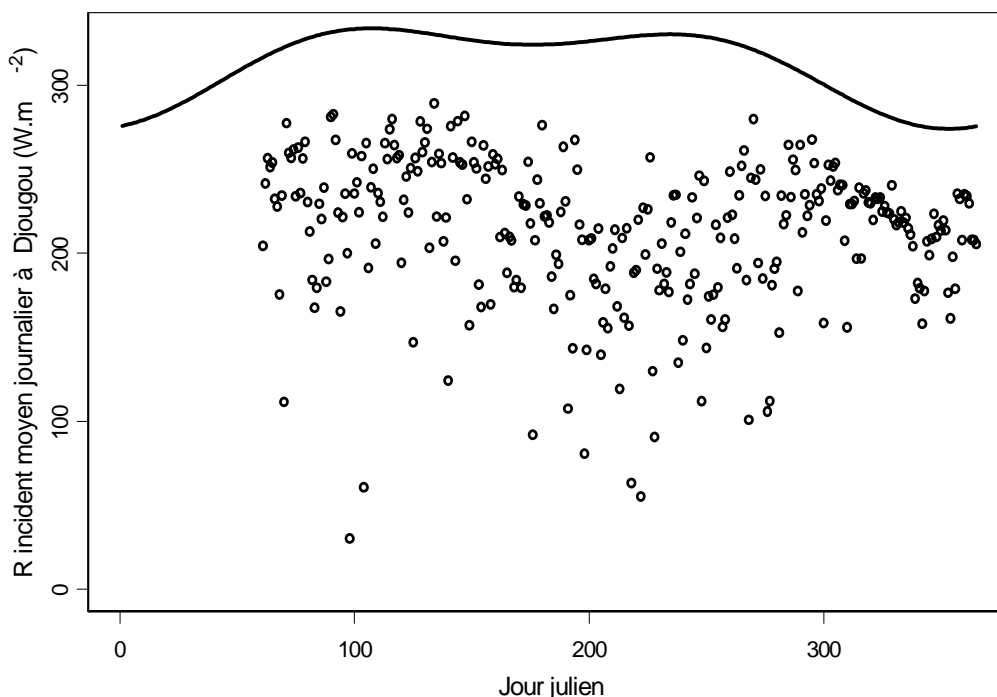


Figure 10 : Rayonnement incident (points) et rayonnement extraterrestre (ligne pleine) au cours de l'année 2002 pour la station de Djougou.

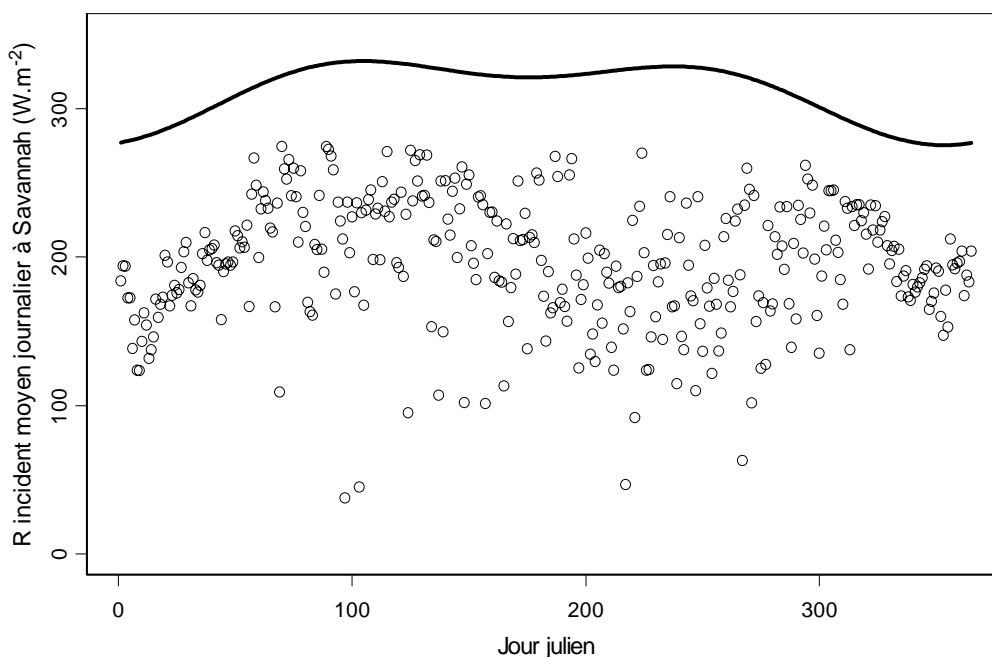


Figure 11 : Rayonnement incident (points) et rayonnement extraterrestre (ligne pleine) au cours de l'année 2002 pour la station Savannah

Le même biais est observé à la station de Savannah (Figure 11) et à la station de Mont-De-Gaulle. Ceci laisse penser que la mesure du rayonnement solaire dans cette région ne peut pas être faite de façon précise, à l'aide de pyranomètres. En effet, même en saison sèche, l'atmosphère n'est jamais claire. L'air est toujours chargé de poussières emmenées par l'Harmattan. C'est pour cette raison également que le pyranomètre, corps noir très sensible, n'est pas toujours propre : la poussière s'y dépose chaque jour. Retenons donc que le rayonnement incident mesuré par la station automatique est toujours inférieur au rayonnement extraterrestre (d'environ 40 W.m^{-2} soit plus de 10%) même pour les jours non nuageux.

De la même manière, il est difficile de valider les mesures de rayonnement net qui sont faites par la station de Djougou. Les rayonnements de la station de Mont De Gaulle sont inexploitable pour cause de lacunes importantes. La comparaison des stations de Djougou et de Savannah donne un nuage de points assez dispersé qu'il est difficile d'interpréter (Figure 12), mais avec un coefficient de détermination relativement bon ($R^2=0,80$). Cependant, encore moins que pour les températures et les humidités, il est peu probable que les rayonnements nets sur 30 min soient corrélés à 80 km de distance.

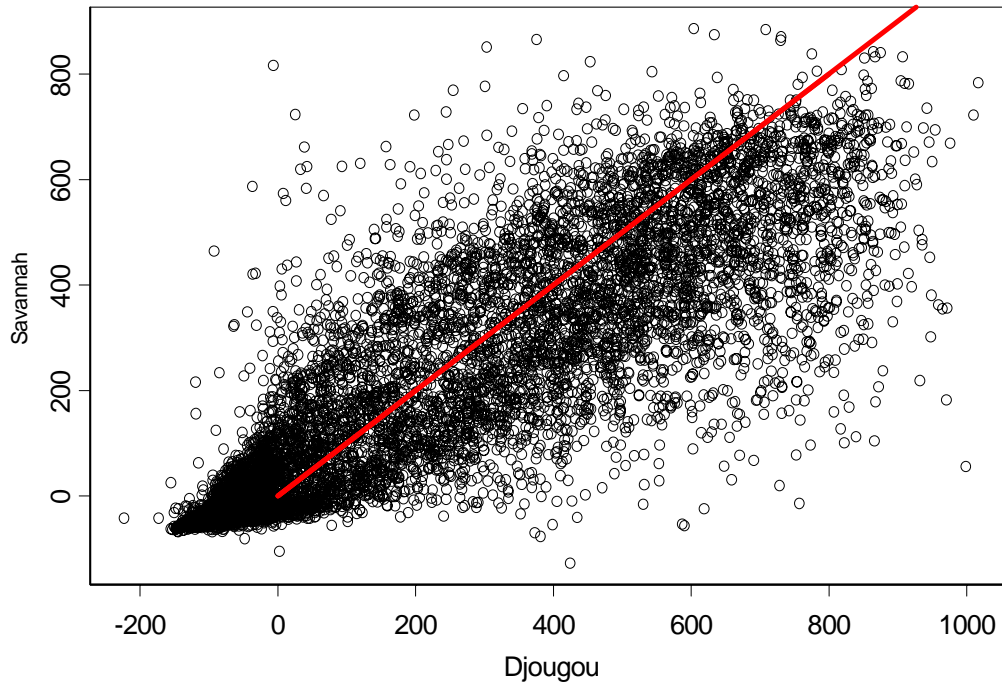


Figure 12 : Comparaison du rayonnement net à 30 min entre Djougou et Savannah pour 2002

Pour être utilisé dans la formule de l'ETP (Éq. 8), un rayonnement net journalier peut-être calculé à partir du rayonnement incident (FAO, 1998), par la procédure qui suit :

$$\text{Éq. 9} \quad R_n = R_{ns} - R_{nl}$$

Où R_n est le rayonnement net global [$\text{MJ.m}^{-2}.\text{jour}^{-1}$], composé du rayonnement net courtes longueurs d'onde (R_{ns}) et grandes longueurs d'onde (R_{nl})

$$\text{Éq. 10} \quad R_{nl} = \sigma \left[\frac{T_{\max}^4 + T_{\min}^4}{2} \right] \left(0,34 - 0,14\sqrt{e_a} \right) \left(1,35 \frac{R_s}{R_{so}} - 0,35 \right)$$

σ est la constante de Stephan-Boltzmann [$4.903 \cdot 10^{-9} \text{ MJ.K}^{-4}.\text{m}^{-2}.\text{jour}^{-1}$], T_{\max} est la température maximale [$^{\circ}\text{K}$], T_{\min} la température minimale [$^{\circ}\text{K}$], e_a la pression de vapeur réelle [kPa], R_s le rayonnement incident [$\text{MJ.m}^{-2}.\text{jour}^{-1}$] et R_{so} le rayonnement incident sans nuage [$\text{MJ.m}^{-2}.\text{jour}^{-1}$].

$$\text{Éq. 11} \quad R_{so} = (a_s + b_s) R_a$$

a_s et b_s sont des coefficients régionaux, et R_a le rayonnement astronomique (rayonnement au sommet de l'atmosphère). Les valeurs de a_s et b_s pour la région de Parakou sont disponibles dans la Monographie du Bénin (Le Barbé et al. 1993) ($a_s=0,25$ et $b_s=0,45$). Le rayonnement astronomique peut être déterminé à partir de la position exacte et du jour de l'année

$$\text{Éq. 12} \quad R_a = \frac{24(60)}{\pi} G_{sc} d_r [\omega_s \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \sin \omega_s]$$

G_{sc} est la constante solaire, d_r est l'inverse de la distance relative Terre-Soleil, ω_s l'angle solaire crépusculaire, φ la latitude et δ la déclinaison solaire.

Pour finir, le rayonnement net courtes longueurs d'onde s'écrit en fonction du rayonnement incident et de l'albédo α .

$$\text{Éq. 13} \quad R_{ns} = (1 - \alpha) R_s$$

Dans la méthode de la FAO, l'albédo est celui d'un gazon vert bien irrigué ($\alpha=0,23$). La station de Djougou est quant à elle située sur une surface de terre sèche, de couleur ocre, sans aucune végétation environnante. L'albédo sera donc plutôt proche de 0,3. La Figure 13 montre la comparaison entre le rayonnement net mesuré et celui calculé par les équations Éq. 9 à Éq. 13. Le coefficient de détermination est relativement bon ($R^2=0,84$), malgré une tendance à la sous-estimation de la mesure par rapport au rayonnement net calculé, surtout pour les faibles valeurs.

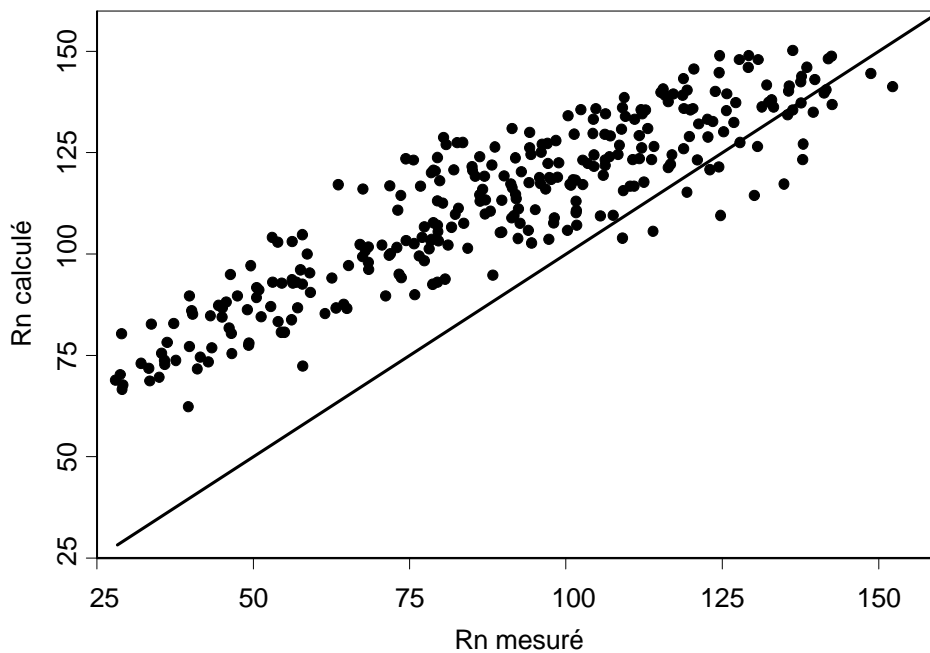


Figure 13 : Comparaison du rayonnement net journalier ($W.m^{-2}$) mesuré et calculé à la station de Djougou

La vérification de la mesure de rayonnement net est donc délicate. Nous utiliserons tout de même le rayonnement net mesuré dans le calcul de l'ETP tout en gardant en mémoire qu'il risque d'être sous-estimé et de la même manière l'ETP.

2.2.2.3 ETP :

La corrélation entre la série d'ETP journalière de Parakou et celles des autres stations n'est pas très forte (Figure 14). Le coefficient de détermination n'est que de 0,48 pour Djougou, contre 0,41 pour Savannah et 0,70 pour Mont-De-Gaulle. La station de Mont-De-Gaulle présente beaucoup de lacunes en 2002 et cette relativement forte corrélation n'est probablement que fortuite. L'ETP à Savannah est quant à elle systématiquement sous-estimée du fait d'une mesure de vent biaisée. La station est en effet installée dans un bas-fond bien végétalisé et entouré d'arbres suffisamment grands pour perturber la mesure de vent.

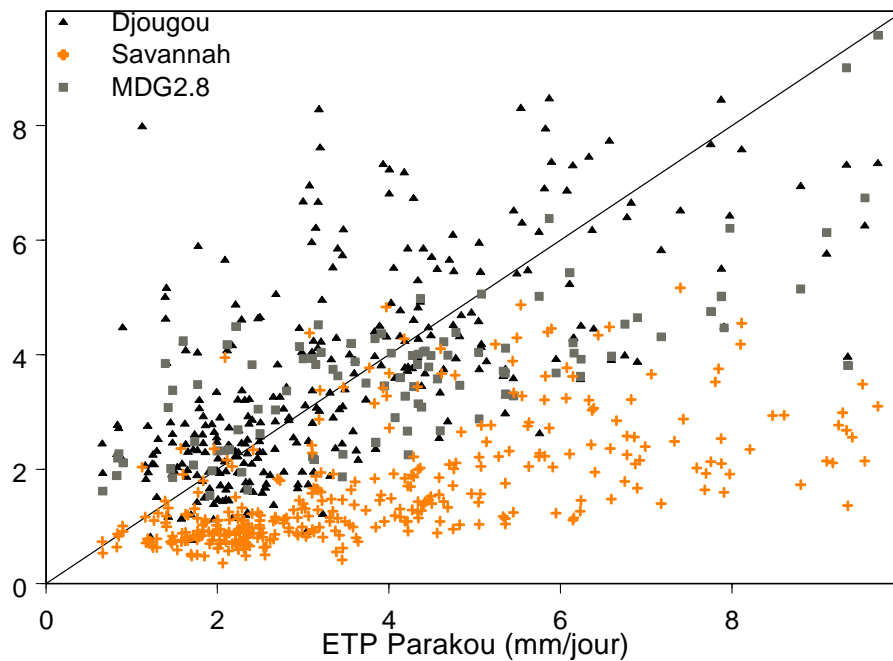


Figure 14 : Comparaison des séries d'ETP entre Parakou, Djougou, Mont-De-Gaulle et Savannah.

Malgré cette faible corrélation, nous observons une variabilité saisonnière équivalente entre les stations de Djougou et de Parakou (Figure 15). Cette constatation se retrouve en observant l'évolution mensuelle de l'ETP pour les stations de Djougou, Parakou et Mont De Gaulle (Figure 16). La corrélation entre les valeurs mensuelles est tout à fait acceptable : $R^2=0,93$ entre Djougou et Mont De Gaulle ; $R^2=0,82$ entre Parakou et Mont De Gaulle ; et $R^2=0,72$ entre Parakou et Djougou.

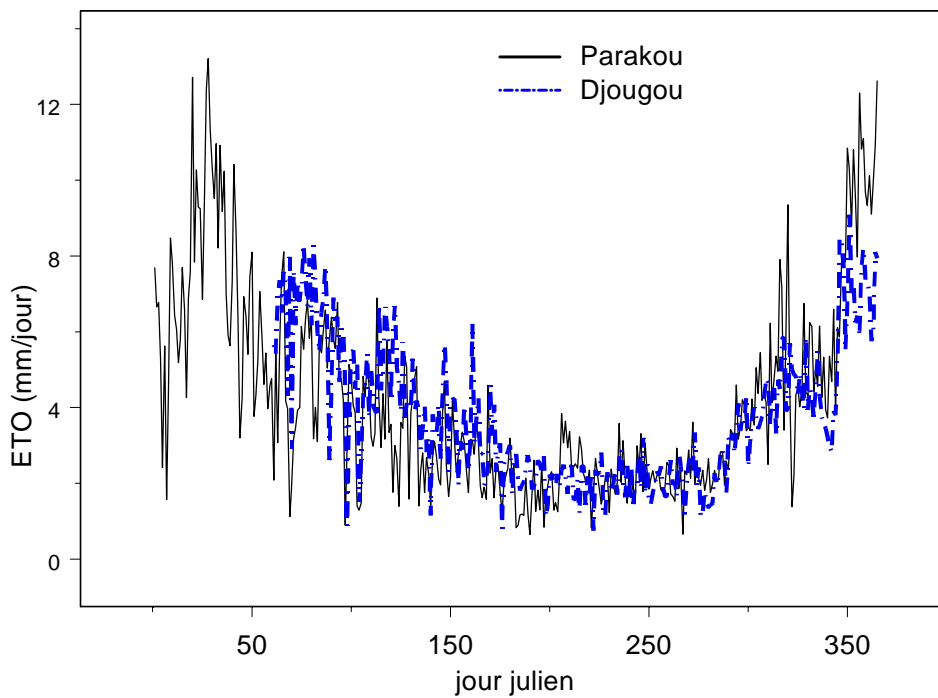


Figure 15 : Variation saisonnière de l'ETP à Parakou et à Djougou

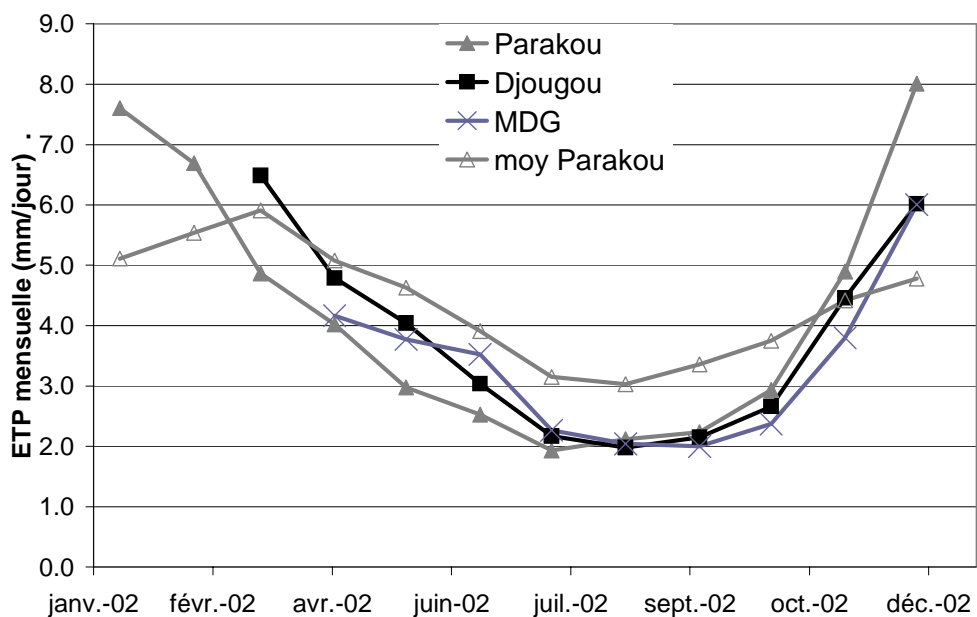


Figure 16 : Comparaison des ETP mensuelles (en mm/jour) pour les stations de Djougou, Parakou et Mont De Gaulle en 2002. Les valeurs de la moyenne de Parakou sont fournies par la Monographie du Bénin (Le Barbé et al. 1993)

La Monographie du Bénin (Le Barbé et al. 1993) propose une valeur moyenne mensuelle calculée par l'équation classique de Penman à partir des données de Parakou collectées par l'ASECNA (Agence pour la SECurité et la Navigation Aérienne en Afrique et à Madagascar) les années antérieures à la période 1998-2002. Ces valeurs mensuelles conduisent à une ETP annuelle de

1600mm, soit en moyenne 4,38 mm/jour. La comparaison des moyennes mensuelles avec celles calculées à Parakou pour les années 1998 à 2002 (Figure 17) laisse penser que l'on obtient des valeurs plus faibles de l'ETP en saison des pluies avec la formule de la FAO qu'avec la formule de Penman et au contraire des valeurs plus fortes en saison sèche.

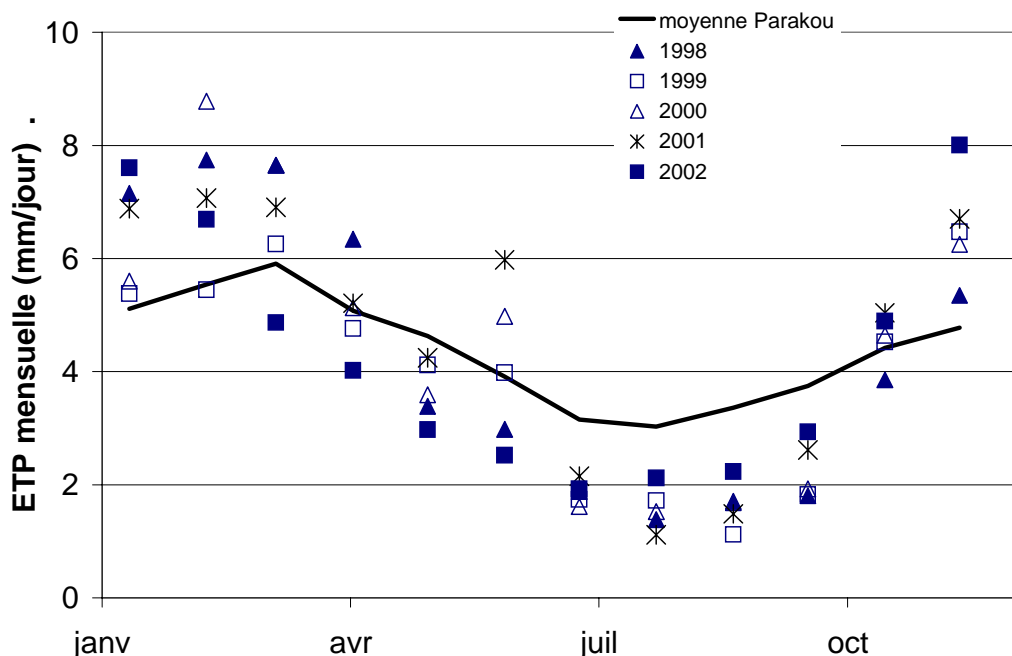


Figure 17 : Comparaison des ETP mensuelles moyennes de 1998 à 2002 calculée par la méthode de la FAO avec l'ETP moyenne mensuelle calculée par la formule de Penman, pour la station de Parakou

Nous retiendrons alors que les ETP calculées à Djougou et à Parakou sont notablement différentes. Malgré des variations saisonnières et mensuelles semblables, les ETP journalières peuvent varier du simple au double. Pour les années antérieures à 2002, nous pourrions donc utiliser l'ETP calculée à Parakou, tout en gardant en mémoire la forte incertitude concernant sa validité à Djougou. Cette forte variabilité entre deux stations met également en exergue la nécessité de mieux connaître la variabilité spatiale de l'ETP sur le bassin, élément non disponible à ce jour, mais qui pourra être approchée car il est prévu d'autres capteurs météorologiques en différents endroits du bassin. Mentionnons enfin que l'ETP FAO doit être associée à des coefficients cultureux pour être utilisable sur un type de végétation donné. Les nombreuses végétations naturelles, voire les cultures présentes sur le bassin de la Donga ne sont pas documentées dans le guide FAO. Seules des mesures directes de l'évapotranspiration réelle sur des parcelles particulières nous permettront d'approcher les valeurs de ces coefficients et de juger de la représentativité de l'ETP FAO. A l'échelle du bassin versant, les

mesures directes ne sont pas possibles mais la modélisation permettra d'évaluer des coefficients culturaux pertinents pour cette échelle.

2.2.3 Les débits

L'écoulement de la Donga est saisonnier et soutenu par le drainage des nappes. Il n'y a pas de rivière pérenne sur le bassin, tout au plus des bas-fonds très végétalisés situés en tête de bassin versant et qui restent humides en saison sèche (par exemple sur le bassin de Bokpéro). La question de l'origine des écoulements sur le bassin versant de la Donga est une des questions fondamentales du volet hydrologique du projet AMMA-CATCH. Les premières observations indiquent que les écoulements ne sont pas exclusivement superficiels, notamment à l'échelle du bassin versant.

Depuis 1998, l'exutoire du bassin versant de la Donga, situé au pont près du village de Donga, est équipé d'un limnimètre automatique (de type OTT Thalymèdes). En 2002, 5 limnimètres intermédiaires (du même type) ont été installés en amont afin de suivre les débits sur des bassins emboîtés et drainant des tailles variées (Figure 18 et Tableau 3).

Stations	Coordonnées UTM ellipsoïde WGS84		Aire drainée (km ²)
	E	N	
Ara	347525	1078331	12.8
Bokpéro	381646	1081303	17.4
Donga pont	384239	1073591	586
Koua	365561	1079530	292
Nékété	372266	1084498	409
rte Kolokondé	355933	1078273	105

Tableau 3 : Coordonnées des stations limnimétriques et aire drainée

Pour chacun de ces 6 limnimètres, nous avons avec précision la section en travers ainsi qu'une courbe de tarage. Des campagnes de jaugeage ont lieu chaque année pour déterminer au mieux ces courbes. L'ORE s'est équipé en 2004 d'un ADCP (Acoustic Doppler Current Profiler, WorkHorse Rio Grande, RD Instrument) permettant d'augmenter la précision des tarages. L'ensemble des données de jaugeage ont été analysées et mise en forme par M. Le Lay dans le cadre de sa thèse commencée en 2002, au LTHE et précédemment lors de son DEA (Le Lay, 2002).

Les bassins de Ara et de Bokpérou présentent des surfaces équivalentes mais ont un couvert végétal bien différencié. Le bassin versant de Ara est plutôt agricole alors que le bassin de Bokpérou est encore relativement couvert de végétation naturelle. Cette différence de couverture végétale peut conduire à des comportements hydrologiques différents que nous serons à même d'identifier et, à terme de modéliser, grâce à cette instrumentation.

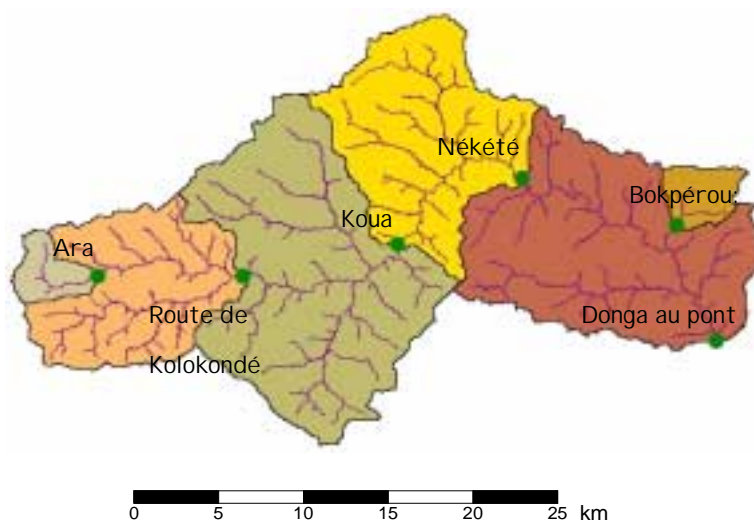


Figure 18 : Réseau de limnimètres sur le bassin versant de la Donga et sous-bassins associés.

Pour les années 1998 à 2002 que nous avons utilisées, nous pouvons étudier la relation pluie-débit à l'échelle du bassin versant (Tableau 4)

Année	pluie moyenne annuelle (mm)	lame d'eau moyenne (mm)	Coefficient d'écoulement
1998	1392	413	30 %
1999	1423	345	24 %
2000	1071	262	24 %
2001	1125	217	19 %
2002	1016	149	15 %

Tableau 4 : Relation pluie-débit sur le bassin versant de la Donga

Sur les écoulements, comme sur les pluies, les années 2001 et 2002 ont été des années plutôt sèches. Au contraire l'année 1998 a connu des écoulements importants. Le coefficient de ruissellement varie ainsi de 30% en 1998 à seulement 15% en 2002. On remarque qu'en 1998 la pluie moyenne était plus faible qu'en 1999 alors que le coefficient de ruissellement est plus fort. Pour les années 2000 et

2002, la pluviométrie est équivalente mais les coefficients de ruissellement sont assez différents (respectivement 24% et 15%). On peut supposer que la distribution temporelle et spatiale de la pluie a été déterminante dans le ruissellement.

Il n'est malheureusement pas possible de connaître la moyenne des écoulements sur le bassin versant et donc de classer les années. Nous pouvons néanmoins nous baser sur l'analyse de l'Ouémé à Bétérou faite par Le Barbé et al. (1993) et reprise par Le Lay (2002). Pour les années 1998 à 2000, la période de retour des écoulements à Bétérou est inférieure à 5 ans avec les années 1998 et 1999 plutôt excédentaire et l'année 2000 plutôt déficitaire.

Pour finir, la Figure 19 montre l'évolution des débits journaliers au cours de l'année 2002 pour les 6 stations limnimétriques du bassin. On notera l'augmentation du débit en fonction de l'aire drainée. D'autre part, un décalage conséquent existe entre le début de la saison des pluies et le début des écoulements. Il est d'environ 90 jours et est observé chaque année sur l'ensemble du bassin versant. Ceci montre que l'origine des écoulements n'est pas exclusivement superficielle et pose des questions sur la part entre le ruissellement et l'alimentation par les nappes, sur l'existence d'écoulements souterrains rapides, ou sur l'existence d'un effet mémoire entre les saisons pour le stock de la zone non saturée (Séguis et al. 2004). Autant de questions auxquelles un modèle spatialisé représentant les processus devrait nous aider à répondre.

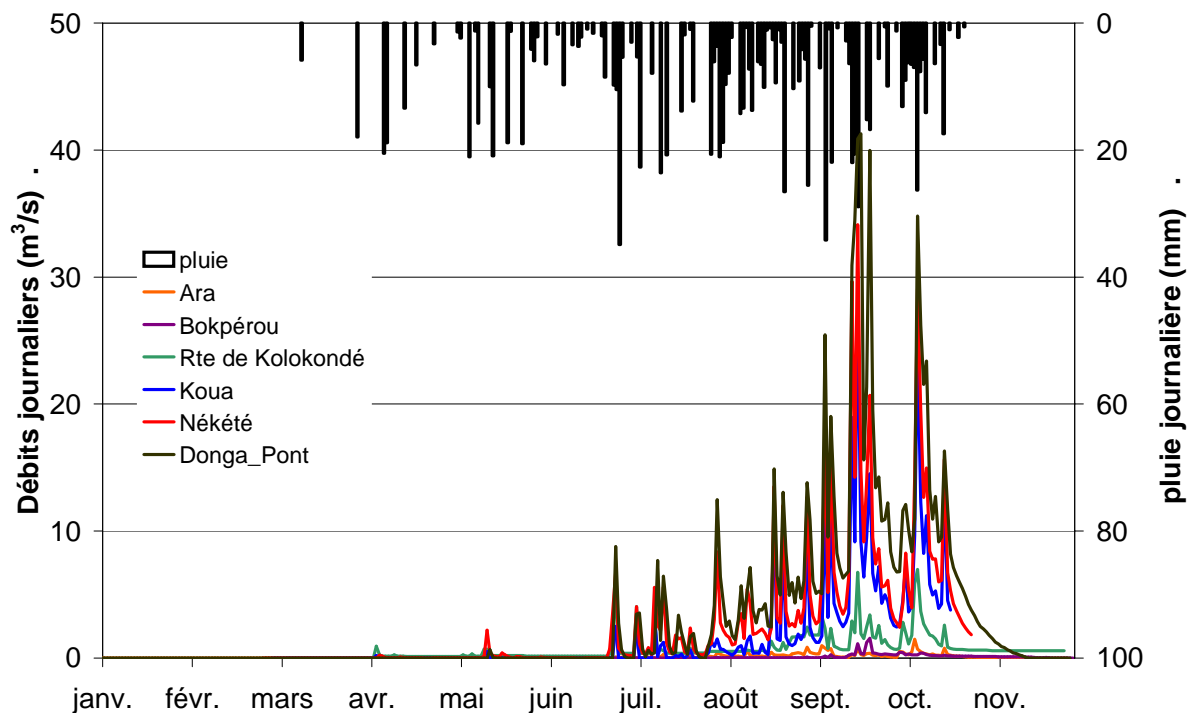


Figure 19 : Débits journaliers en 2002 sur les 6 stations limnimétriques du bassin de la Donga

2.2.4 Les hauteurs de nappe

En 2002, la nappe était suivie dans 18 puits villageois, dont 12 étaient équipés d'enregistreurs (de type OTT Thalymèdes) (Tableau 5 et Figure 20). Les autres sont relevés trois fois par jour par des lecteurs utilisant un décimètre. Une campagne de nivellement des puits par GPS différentiel a eu lieu en février 2003 (Kamagate et al., 2003) afin de positionner précisément la nappe par rapport à la rivière. En 2003, le réseau a légèrement évolué avec le suivi d'autres puits.

LIEU	COORDONNEES		ALT.	PROF	DATE	TYPE	1999	2000	2001	2002
	UTM		alt. Margelle	Prof réelle puits	<i>Installation</i>					
	<i>E</i>	<i>N</i>	<i>en m</i>	<i>en m</i>						
BABAYAKA	342305	1077928	515.17	7.72	27/10/99	E		1	1	1
CPR-SOSSO	362792	1087601	433.84	11.76	15/11/99	E		1	1	1
DJOUGOU	353994	1073376	470.75	8.74	09/08/99	E		1	1	1
DENDOUGOU	360612	1076431	426.93	11.77	23/08/98	E	1	1	1	1
FOYO	383357	1073726	368.33	9.87	06/08/00	E			1	1
GANGAMOU	374354	1088880	423	14.03	15/03/00	E			1	1
GAOUNGA	384600	1076758	386.01	6.91	30/07/00	E			1	1
KOKO-SIKA	383108	1079976	386.68	11.51	05/04/00	E			1	1
KOUA	367437	1079381	430.23	12.58	06/11/99	E		1	1	1
PAMIDO	350265	1074369	466.45	11.7	29/07/00	E			1	1
SANKORO	369989	1091610	436.10	11.58	29/07/00	E			1	1
TEWAMOU	377571	1085723	418.77	12.57	18/11/99	E (L depuis le 1/03/02)		1	1	1
ANANINGA	380252	1074308	384.07	12.1	07/07/00	L		1	1	1
BELEFOUNGOU	359868	1085200	444.68	12.95	07/07/00	L		1	1	1
BORTOKO	379276	1083944	393.60	14	03/07/00	L		1	1	1
DJAKPINGO	354966	1082777	462.11	8.85	07/07/00	L		1	1	1
FOUNGA	345498	1071177	504.44	12.22	05/06/00	L		1	1	1
KOLOKONDE	366117	1093400	446.89	11.42	03/07/00	L		1	1	1

Tableau 5 : Coordonnées des puits villageois dans lesquels est suivie la hauteur de nappe (E signifie enregistreur et L signifie lecteur)

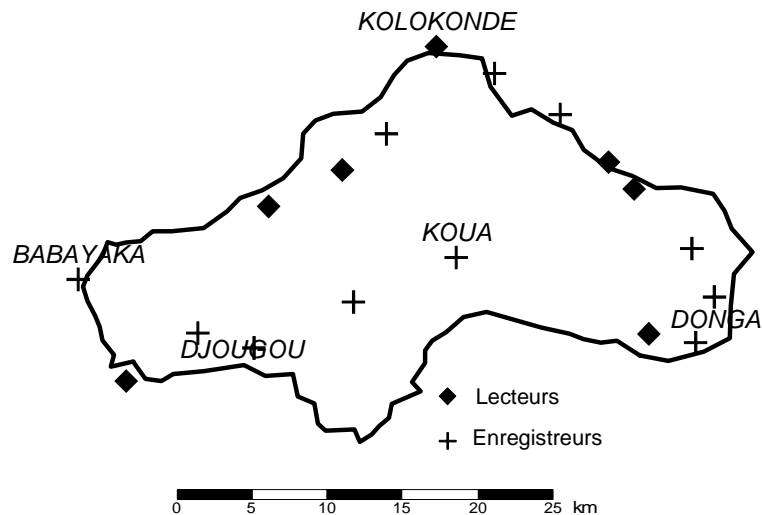


Figure 20 : Suivi de la hauteur de nappe dans les puits villageois

L'ensemble des puits suivis est soumis à des prélèvements pour les usages domestiques des villageois. Les mesures effectuées donnent donc une idée de la position de la nappe mais il est probable que ces mesures soient fortement biaisées. Elles permettent toutefois une estimation de la position d'équilibre de la nappe, avec la hauteur maximale relevée dans la journée (généralement le matin avant le premier prélèvement), tout en gardant en mémoire que cette position d'équilibre risque d'être sous-estimée. A l'heure actuelle, on ne peut donc envisager d'étudier la variation de la hauteur de nappe à un pas de temps plus faible que la journée. Un autre inconvénient de ces mesures dans les puits est qu'ils s'assèchent au cours de la saison sèche, empêchant le suivi de la nappe en fin de saison sèche. Durant cette période, la hauteur d'eau relevée est très sensible aux prélèvements et quelquefois inexploitable (Kamagate et al., 2003 ; Séguis et al., 2004).

En 2004, un transect de piézomètres a été foré sur une toposéquence du bassin d'Ara afin de s'affranchir du problème des prélèvements d'eau. Une comparaison des mesures faites dans ces piézomètres avec le niveau relevé dans les puits devrait permettre de corriger les données des puits villageois.

Les Figure 21 et Figure 22 montrent des exemples de fluctuations de la nappe sur deux puits du bassin (respectivement Ananinga et Djougou). Le puits d'Ananinga est largement mis à contribution par les villageois et s'assèche en saison sèche ; alors que le puits de Djougou n'est que faiblement soumis à des prélèvements et ne s'assèche pas. Malgré ces différences, on observe sur ces deux exemples et dans tous les puits du bassin versant un décalage entre le début de la saison des pluies et la remontée des nappes dans les puits. Il est du même ordre de grandeur que le décalage qui existe entre le début de la saison des pluies et le début des écoulements.

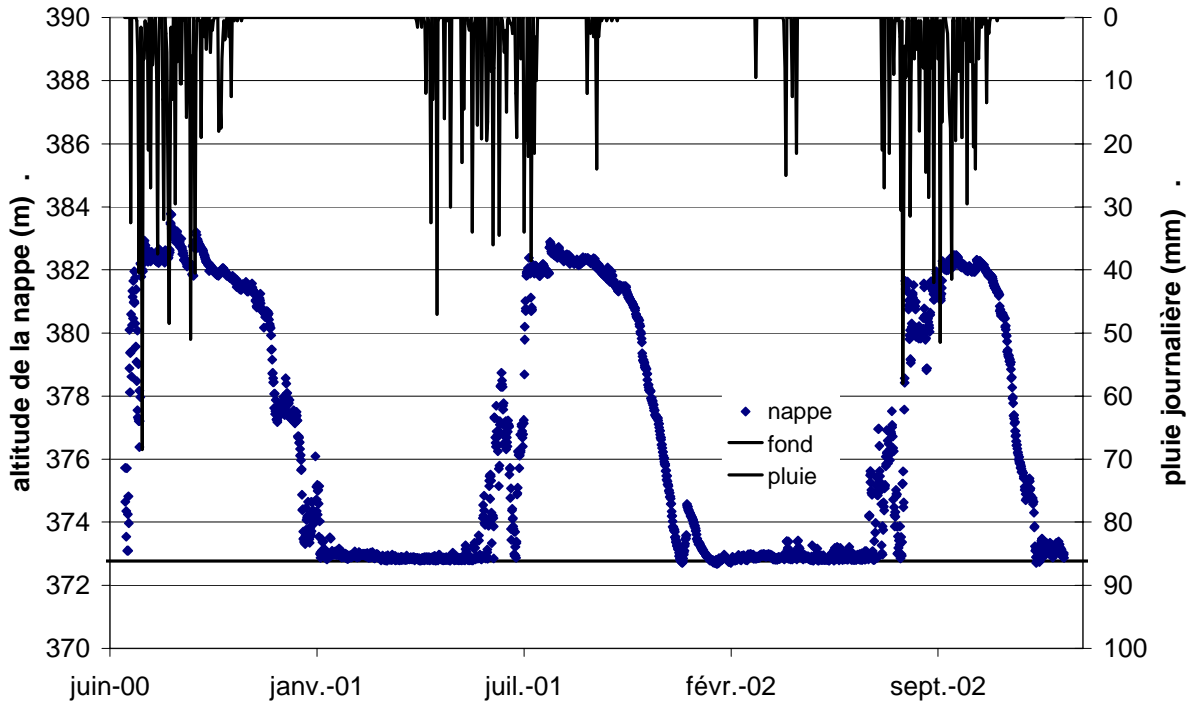


Figure 21 : Fluctuations de la nappe et pluviométrie journalière à Ananinga

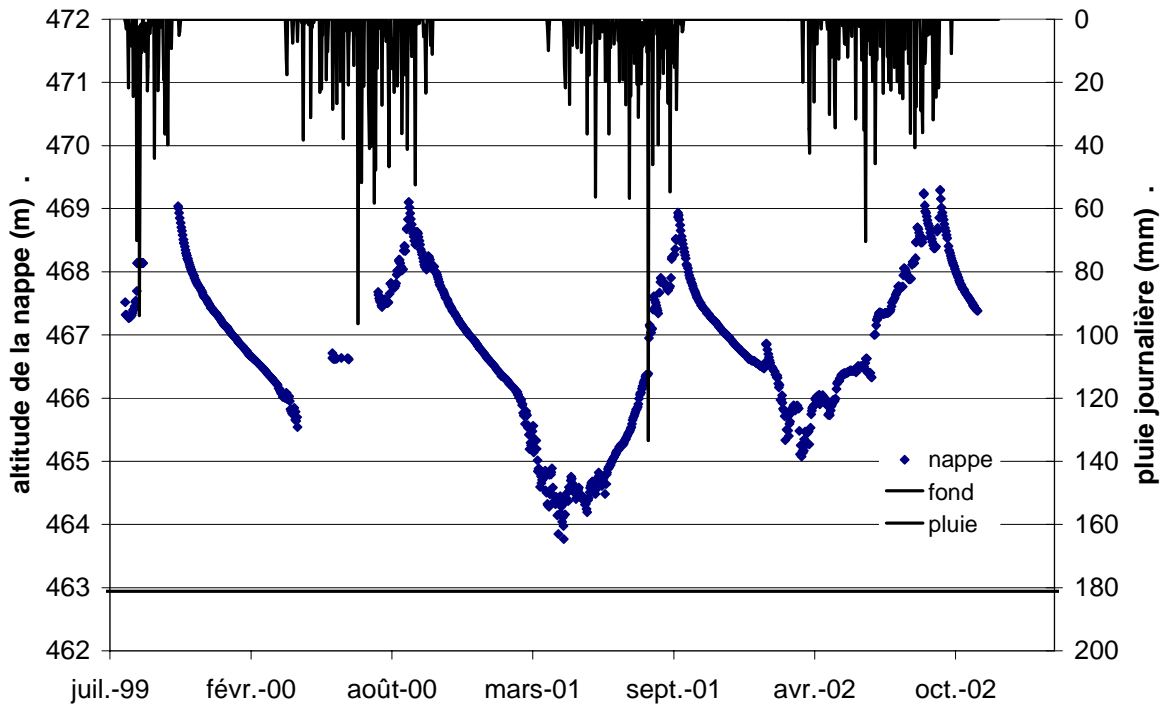


Figure 22 : Fluctuations de la nappe et pluviométrie journalière à Djougou

Je n'ai fait aucune tentative d'interpolation spatiale des mesures ponctuelles. En effet, les premières études géophysiques (cf. p.91) donnent malheureusement l'impression que la nappe est discontinue. Ceci couplé au problème des prélèvements domestiques rend difficile et peu pertinente l'interpolation des mesures ponctuelles. La cartographie de la nappe n'est pas envisageable avant d'avoir plus de données sur la structure du socle et l'organisation des nappes sur les altérites. Ces données ponctuelles nous permettront d'évaluer ponctuellement et qualitativement la modélisation de la zone saturée. Toutefois, le problème de cohérence entre les mesures ponctuelles et une estimation moyenne représentative d'une surface fournie par le modèle restera entier

2.3 CARACTERISATION DE LA SURFACE :

2.3.1 Mesures d'infiltration

Une campagne de mesures simplifiées d'infiltration a été menée en décembre 2000 selon la méthode Beerkan (Braud et al. 2004 et Angulo et al. 2001). Les points de mesure ont été disposés sur une grille régulière de 3,5 km de pas d'espace afin de couvrir la plus grande zone possible. Une toposéquence a également été réalisée avec un pas d'espace de 20 m. Les essais ayant été doublés et parfois triplés, il y a 66 points de mesure sur la grille et 114 mesures exploitables ; sur le transect, il y a 43 points de mesure et 75 mesures exploitables. Ces essais d'infiltration couplés à des mesures granulométriques permettent de déterminer les paramètres nécessaires à la caractérisation des sols par les modèles de Van Genuchten (1980) (Éq. 14 avec l'hypothèse sur la capillarité de Mualem (1976b)) ou de Brooks et Corey (1964) (Éq. 15).

$$\text{Éq. 14} \quad \frac{\theta}{\theta_s} = \left(1 + \left(\frac{h}{h_g} \right)^n \right)^{-m} \quad \frac{K}{K_s} = \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^2 \left[1 - \left(1 - \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^{1/m} \right)^m \right]$$

$$\text{Éq. 15} \quad \frac{\theta}{\theta_s} = \left(\frac{h}{h_e} \right)^{-\lambda} \quad \text{si } h < h_e \quad \frac{K}{K_s} = \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^\eta \quad \text{si } h < h_e$$

$$= 1, \quad \text{si } h \geq h_e \quad = 1 \quad \text{si } h \geq h_e$$

On peut classer ces paramètres en deux groupes : les paramètres de texture m et n (ou η et λ) et les paramètres de structure K_s , θ_s , h_g (ou h_e). Le nombre important de mesure sur la zone devrait nous permettre d'étudier la variabilité spatiale des propriétés des sols. Notons que ces mesures n'ont été

réalisées qu'en surface et que nous ne possédons pas d'information en profondeur notamment sur le K_s dans les altérites.

Dans l'analyse qui suit je m'attacherai à l'étude d'un paramètre de texture (λ) et d'un paramètre de structure (K_s). D'après de récents travaux (Haverkamp et al., 2004), la connaissance de deux paramètres est suffisante pour déduire tous les autres paramètres des équations précédentes. L'analyse des deux paramètres retenus est menée à l'aide d'un outil géostatistique déjà utilisé précédemment : le logiciel de krigeage SPATIAL (Delclaux et Thauvin 1993a, 1993b). Comme pour l'analyse des pluies, il va nous permettre d'étudier le variogramme expérimental, puis de déterminer une valeur moyenne sur une surface donnée (par exemple des sous-bassins).

La Figure 23 montre le variogramme expérimental du paramètre de texture λ (ce variogramme est normé par la variance du champ). Il peut être décrit par un variogramme sphérique ayant une distance de décorrélation de l'ordre de 25 km. Le palier est supérieur à 1 montrant une forte corrélation entre les points. L'effet de pépite est important, près de 40%, attestant d'une forte variabilité locale.

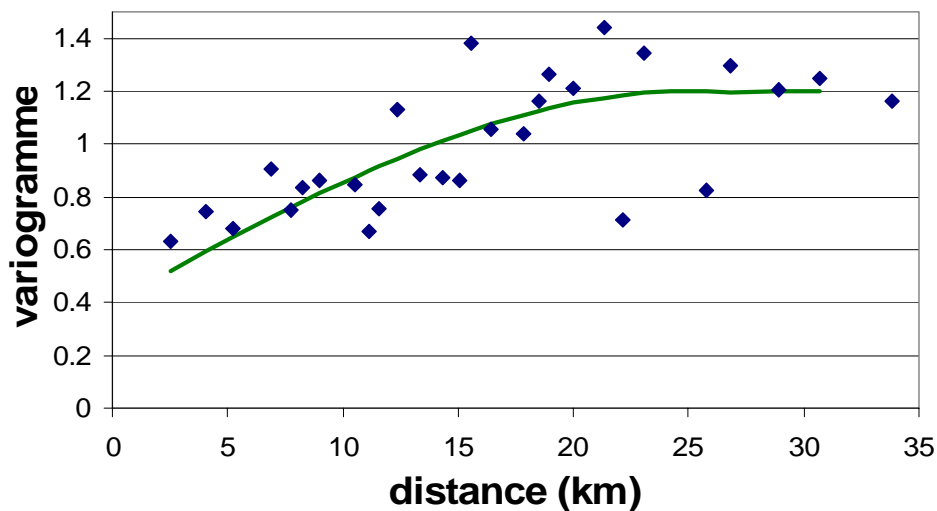


Figure 23 : Variogramme du paramètre de texture λ sur le bassin de la Donga

Les caractéristiques de ce variogramme nous permettent de réaliser une carte de l'organisation spatiale du paramètre de texture (Figure 24). Elles nous permettent également de définir une valeur représentative par unité de surface, ici soit pour le bassin et pour les sous-bassins. Cette valeur représentative sera souvent prise égale à la moyenne sur la surface considérée. Cependant cette détermination n'est certainement pas la seule pouvant être envisagée et, compte tenu des non-linéarités des transferts d'eau dans les sols, rien ne nous assure que cette valeur moyenne conduira au flux moyen sur le REW. Si on se réfère aux travaux de Soria-Ugalde et al. (2003), la texture équivalente

d'un milieu composite ne conduit pas au même flux de drainage et dans une moindre mesure d'évaporation qu'une agrégation des flux calculés sur chaque composante. Néanmoins cette étude a été réalisée avec des sols de textures très différentes (sable et limon argileux) pour lesquels λ varie de 0.245 à 0.67. Sur le bassin de la Donga, on observe de la continuité dans les variations de λ et une faible gamme de valeur (λ compris entre 0.11 et 0.22). Ceci peut laisser espérer que l'utilisation d'une valeur moyenne de λ soit satisfaisante.

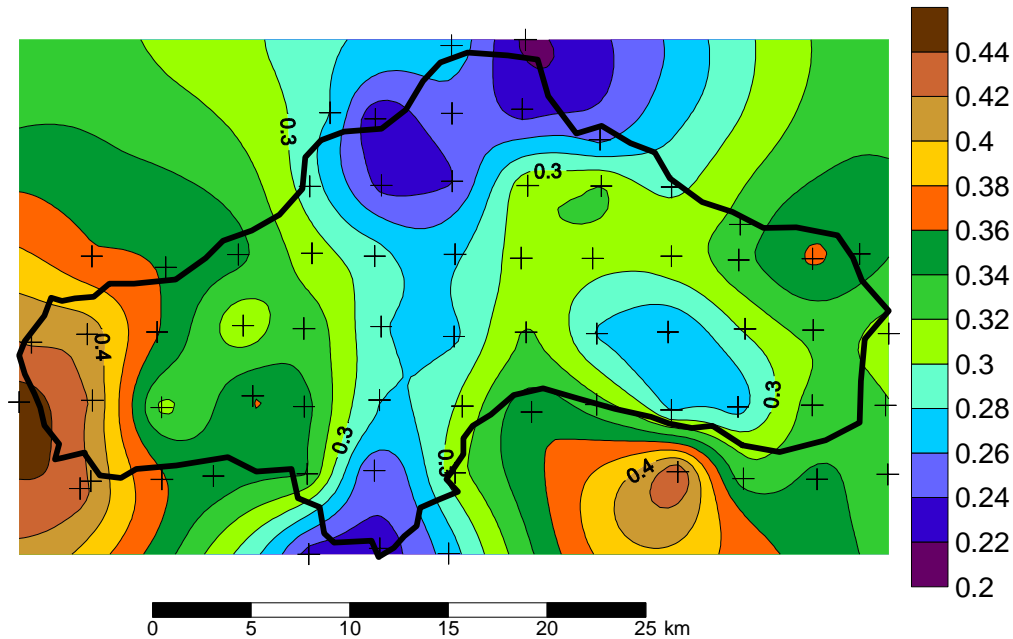


Figure 24 : Cartographie du paramètre de texture λ

Le paramètre de structure dont j'étudierai l'organisation sur le bassin est la conductivité hydraulique à saturation K_s . Une revue de littérature nous montre que la distance de décorrélation de ce paramètre est beaucoup plus faible que celle de la texture et sera généralement de l'ordre de la centaine de mètres (par exemple Vauclin et al., 1994 ou Descroix et al. 2002). La conductivité hydraulique à saturation a généralement une distribution log-normale. Nous vérifions que cela est bien le cas sur l'ensemble des points de mesures réalisées sur le bassin de la Donga. La Figure 25 présente la distribution cumulée du $\log(K_s)$ en variables de Gauss. Sauf pour les extrémités de la distribution, cette dernière apparaît comme log-normale. Le test du Chi2 accepte cette hypothèse au seuil 10%. Le test du Chi2 effectué avec le logiciel S-Plus (Insightful Corporation, 2001) donne un score de 16,18 pour 13 degrés de liberté soit une *p-valeur* de 0,2398. La distribution des conductivités hydrauliques à saturation a donc une distribution log-normale permettant la recherche d'un variogramme expérimental sur le logarithme de la distribution.

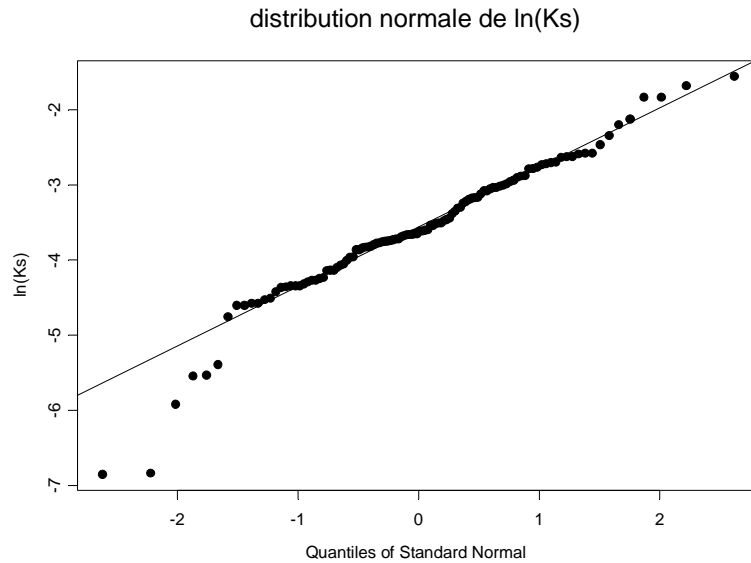


Figure 25 : Distribution log-normale de K_s sur l'ensemble des points de mesure d'infiltration

Le variogramme expérimental sur l'ensemble du bassin versant montre que toutes les mesures sont décorréelées, quelle que soit la distance (Figure 26). Il n'est donc pas possible de définir un modèle de variogramme et les paramètres nécessaires à la détermination de la valeur moyenne de K_s sur une surface par la méthode de krigeage.

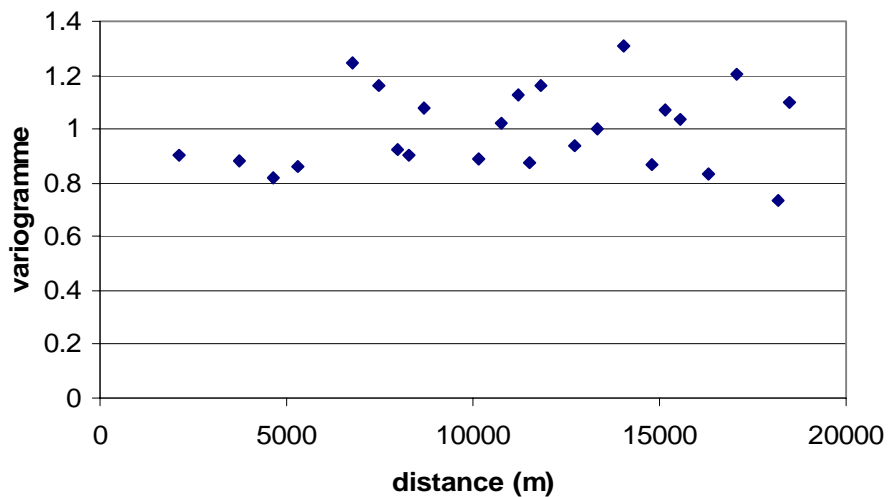


Figure 26 : Variogramme expérimental de $ln(K_s)$ sur le bassin versant de la Donga

Par les mesures d'infiltration effectuées sur le transect, nous retrouvons l'ordre de grandeur de la distance de décorrélation observées par les études précédemment citées (Vauclin et al. 1994 ; Descroix et al. 2002). Sur la Figure 27, seuls les premiers points du variogramme expérimental sont

représentés. Même si le variogramme n'est pas stable pour des les grandes distances, on voit que jusqu'à 100m de distance, les mesures sont assez bien corrélées.

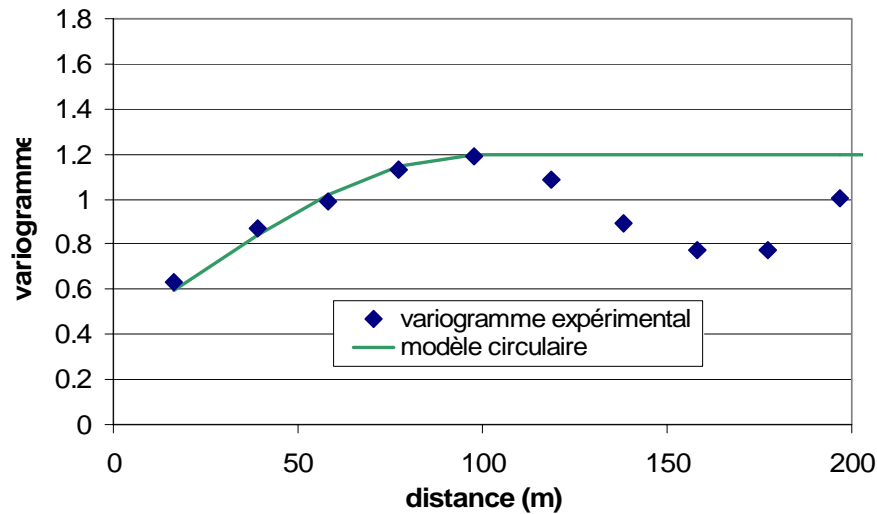


Figure 27 : Variogramme expérimentale de $\ln(K_s)$ sur la toposéquence d'Ananinga

Cette analyse montre que la grille de pas d'espace 3,5 km n'est pas adaptée pour la détermination de la structure spatiale du paramètre de structure du sol, tel que le K_s . Cependant, il n'est pas envisageable pour l'instant de réaliser un nombre suffisant de mesure d'infiltration pour déterminer finement la variabilité spatiale du K_s à l'échelle du bassin, comme cela a pu être fait dans le cadre de NOPEX (cf. chapitre 1 : Halldin et al., 1999). Il n'est donc pas possible à l'échelle des 586 km² de déterminer la variabilité spatiale de K_s . Pour être capable de rendre compte de cette variabilité, d'autres méthodes doivent être envisagées.

2.3.2 Utilisation de la carte pédologique

Une carte de pédologie simplifiée (Figure 28) peut nous permettre de compléter qualitativement les mesures faites lors de la campagne de caractérisation des sols. En effet, nous pouvons espérer que les distributions de K_s soient différentes d'une classe pédologique à l'autre, ou au moins sur de grands ensembles pédologiques. Pour faire apparaître ces différentes distributions de K_s , j'ai mis en œuvre des tests statistiques permettant de tester l'égalité des moyennes, des variances et des médianes pour chaque couple de distributions.

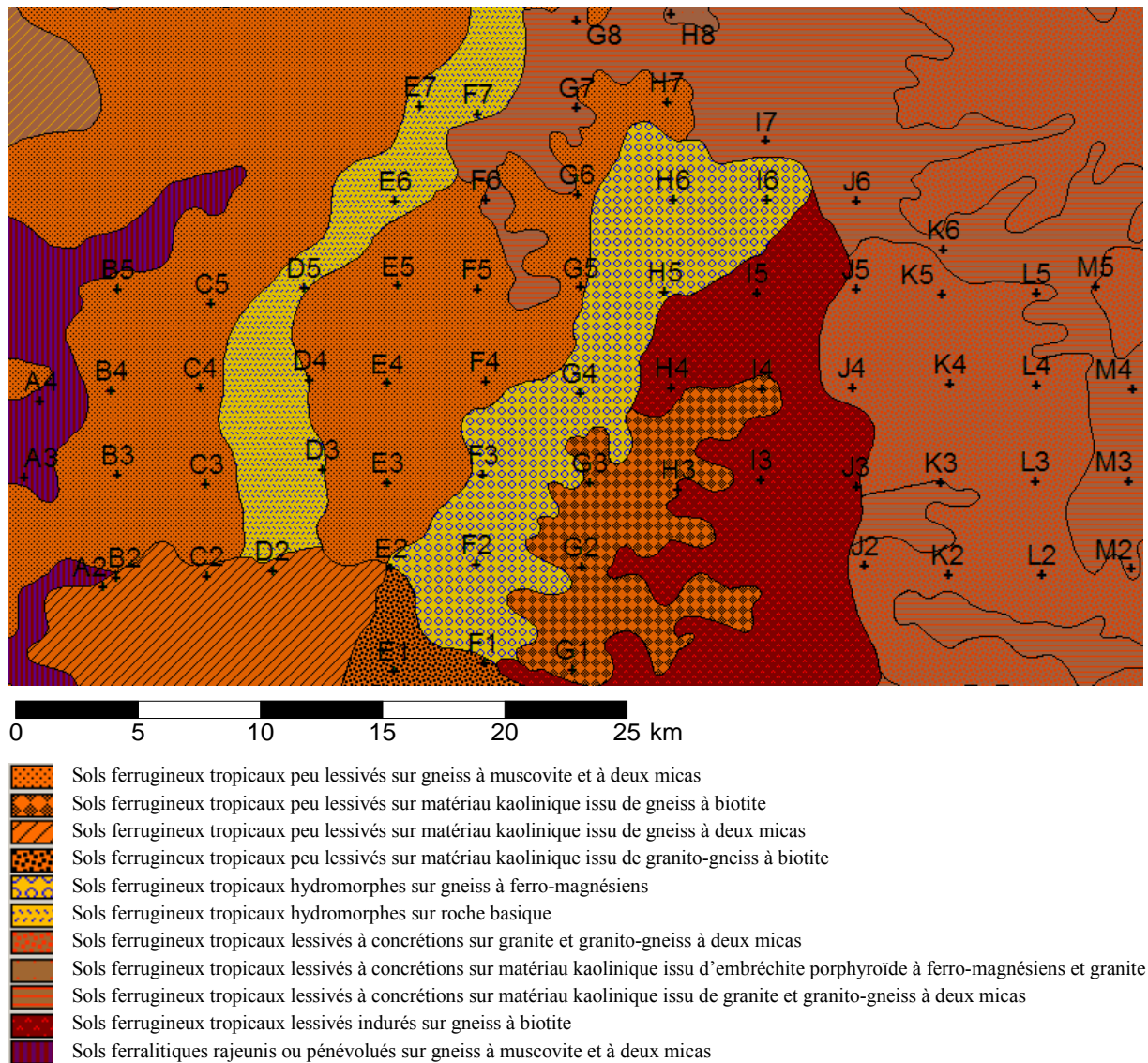


Figure 28 : Carte pédologique et points de mesure d'infiltration

Les 66 points de mesures sont répartis sur 11 classes pédologiques différentes et de façon non homogènes : le nombre de mesures exploitables par classe pédologique varie de 2 à 24. Une telle hétérogénéité du nombre de points ne permet pas de travailler directement sur ces 11 classes. Dans un premier temps il faut procéder à des regroupements, en tenant compte des noms et des substrats des 11 classes pédologiques de la carte.

Le Tableau 6 donne le nom des 11 classes ainsi que les points qui leur appartiennent. A partir de cette liste, j'ai choisi de regrouper les sols hydromorphes (S4 et S5), les sols peu lessivés sur matériau kaolinique (S2, S6 et S7), et les sols lessivés à concrétions sur matériau kaolinique (S9 et S10). Après ces regroupements, il reste alors 7 classes pédologiques à peu près homogènes du point de vue de la taille (Tableau 7).

Classe	Dénomination	Points de mesure
S1	sols ferralitiques rajeunis ou pénévolués sur gneiss à muscovite et à deux micas	A3 A4
S2	sols ferrugineux tropicaux peu lessivés sur matériau kaolinique issus de gneiss à deux micas	A2 B2 C2 D2
S3	sols ferrugineux tropicaux peu lessivés sur gneiss à muscovite et à deux micas	B5 B4 B3 C5 C4 C3 E5 E4 E3 F5 F4 G6 G5 H7
S4	sols ferrugineux tropicaux hydromorphes sur roche basique	D3 D4 D5 E6 E7 F7
S5	sols ferrugineux tropicaux hydromorphes sur gneiss à ferro-magnésiens	F2 F3 G4 H5 H6 I6
S6	sols ferrugineux tropicaux peu lessivés sur matériau kaolinique issu de granito-gneiss à biotite	E2 E1 F1
S7	Sols ferrugineux tropicaux peu lessivés sur matériau kaolinique issu de gneiss à biotite	G1 G2 G3 H3 I4
S8	Sols ferrugineux tropicaux lessivés indurés sur gneiss à biotite	I3 H4 I5 J3
S9	Sols ferrugineux tropicaux lessivés à concrétions sur matériaux kaolinique issu de granite et granito-gneiss à deux micas	F6 G7 G8 I7 J6 K6 M5 M4 M2 M3
S10	Sols ferrugineux tropicaux lessivés à concrétions sur matériaux kaolinique issu d'embréchite porphyroïde à ferro-magnésiens et granite	H8
S11	Sols ferrugineux tropicaux lessivés à concrétions sur granite et granito-gneiss à deux micas	J5 K5 L5 J4 K4 L4 K3 L3 J2 K2 L2 + transect

Tableau 6 : Noms des 11 classes pédologiques

Classe	Points	Regroupement	Dénomination commune
SOL1	4	S1	sols ferralitiques rajeunis ou pénévolués sur gneiss
SOL2	19	S2+S6+S7	sols ferrugineux tropicaux peu lessivés sur matériau kaolinique
SOL3	24	S3	sols ferrugineux tropicaux peu lessivés sur gneiss
SOL4	21	S4+S5	sols ferrugineux tropicaux hydromorphes
SOL5	8	S8	sols ferrugineux tropicaux lessivés indurés sur gneiss
SOL6	22	S9+S10	sols ferrugineux tropicaux lessivés à concrétions sur matériau kaolinique
SOL7	16	S11	sols ferrugineux tropicaux lessivés à concrétions sur granite et granito-gneiss

Tableau 7 : Noms des 7 classes pédologiques après regroupement

Un *t-test* de Student permet de tester l'hypothèse selon laquelle les moyennes de deux distributions sont égales. Le logiciel S-Plus (Insightful Corporation, 2001) nous a permis une mise en œuvre aisée de ce test. Dans ce même logiciel, un test équivalent existe sur l'égalité des variances. Un autre test dérivé du test de rang de Wilcoxon permet de tester l'égalité des médianes. Ces tests fournissent une estimation de la probabilité pour que l'hypothèse faite (égalité des moyennes, des variances ou des médianes entre deux classes) soit vraie. La valeur du test est comprise entre 0 et 1. Plus la valeur est faible et plus l'hypothèse d'égalité des moyennes (ou des variances ou des médianes) est probablement fautive et donc à rejeter. En revanche, plus la valeur du test est proche de 1 et plus l'égalité des moyennes (ou des variances ou des médianes) est une hypothèse plausible. Au final, nous obtenons une vue synthétique de la relation possible entre deux séries.

Le Tableau 8 donnent les résultats de ces trois tests pour chaque couple de classes pédologiques. Nous pouvons considérer que les K_s des sols SOL1 et SOL2 proviennent de la même distribution de K_s . Il est aussi fort probable que les K_s des sols SOL3 et SOL6 proviennent de la même distribution de K_s . Les résultats des couples SOL3-SOL5, SOL4-SOL7 et SOL5-SOL7 sont mitigés puisque les distributions de K_s ont des variances foncièrement différentes, alors que les moyennes et / ou les médianes sont plutôt proches. Nous considérerons par la suite que chacun de ces sols a une distribution de K_s qui lui est propre. Il reste donc 5 sols (SOL1.2 ; SOL3.6 ; SOL4 ; SOL5 ; et SOL7). Une vérification après regroupement permet de dire que ces 5 sols ont des distributions de K_s distinctes. Le Tableau 9 donne les caractéristiques de chacune de ces distributions.

classes	test	SOL1	SOL2	SOL3	SOL4	SOL5	SOL6	SOL7
SOL1	variance	X	0.927	0.1882	0.6404	0.0165	0.3105	0.1703
	moyenne	X	0.843	0.0253	0.1209	0.0519	0.0192	0.2023
	médiane	X	0.968	0.071	0.0924	0.0172	0.026	0.2114
SOL2	variance		X	0.0036	0.413	0.0026	0.0338	0.0036
	moyenne		X	0.0037	0.0122	0.0001	0.0009	0.1742
	médiane		X	0.0038	0.0292	0.0029	0.0005	0.1017
SOL3	variance			X	0.0248	0.00001	0.3734	0.8399
	moyenne			X	0.2742	0.5532	0.9	0.3307
	médiane			X	0.4665	0.99999	0.668	0.4644
SOL4	variance				X	0.0007	0.1656	0.0234
	moyenne				X	0.3193	0.1744	0.8451
	médiane				X	0.5418	0.3074	0.99999
SOL5	variance					X	0.0001	0.00001
	moyenne					X	0.3885	0.4604
	médiane					X	0.4817	0.7417
SOL6	variance						X	0.3156
	moyenne						X	0.2602
	médiane						X	0.3117
SOL7	variance							X
	moyenne							X
	médiane							X

Tableau 8 : Résultats des tests statistiques sur les 7 classes pédologiques

Ks	moyenne	médiane	mini	maxi	variance
SOL1.2 (rose)	5.34E-05	4.90E-05	1.90E-05	1.20E-04	7.64E-07
SOL3.6 (vert)	3.04E-05	2.35E-05	1.00E-06	1.60E-04	8.10E-07
SOL4 (bleu)	3.58E-05	3.00E-05	1.00E-05	6.80E-05	4.98E-07
SOL5 (jaune)	2.23E-05	2.30E-05	1.70E-05	2.60E-05	1.49E-08
SOL7 (orange)	5.93E-05	2.60E-05	4.00E-06	2.11E-04	5.42E-06

Tableau 9 : Caractéristiques des distributions de Ks (en mm/s) des 5 classes pédologiques reconnues distinctes

Ces 5 classes peuvent être cartographiées (Figure 29). Cette carte et le Tableau 9 seront nécessaires pour la détermination des paramètres pour chaque maille de calcul (cf. chapitre 4).

Notons qu'une analyse statistique similaire sur les distributions des paramètres de texture ne fait pas ressortir les mêmes groupes. Ceci montre l'ambiguïté du lien entre pédologie et paramètres hydrodynamiques des sols et la différence qui existe selon que l'on parle des paramètres de texture ou des paramètres de structure.

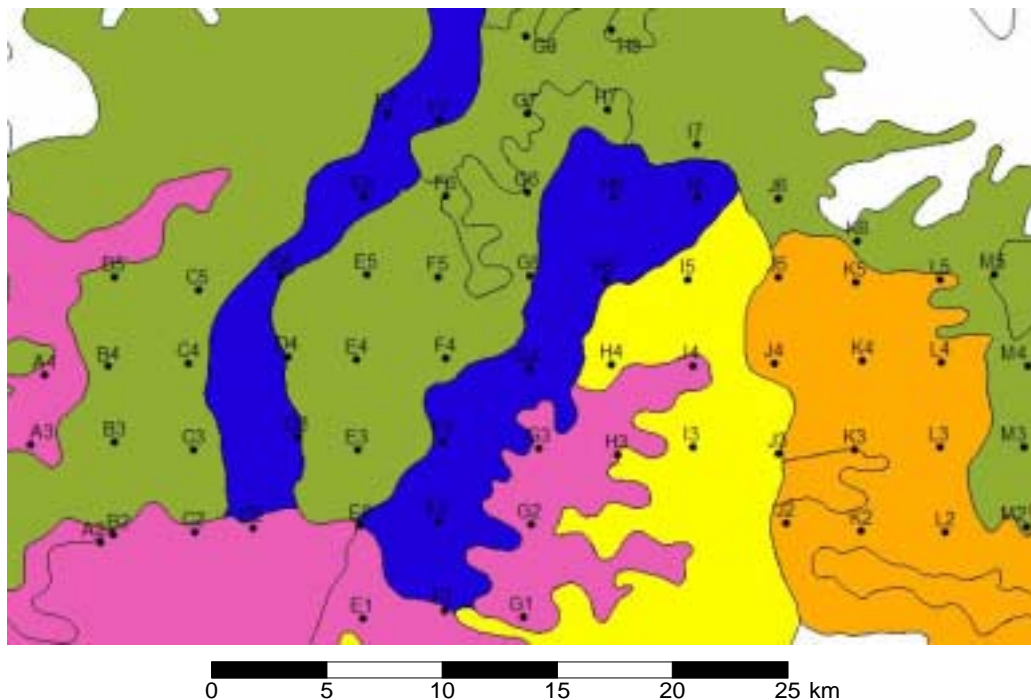


Figure 29 : Les 5 classes pédologiques différentes du point de vue de leur distribution de K_s .

La différenciation des distributions de K_s sur les sous-bassins et la détermination d'un paramètre de texture moyen par sous-bassin nous permettra d'étudier l'influence de la variabilité spatiale des propriétés des sols sur la représentation des composantes du cycle hydrologique, à travers la modélisation.

Mais cette étude ne répond pas entièrement à la question posée dans la mesure où nous ne savons pas quelle caractéristique de la distribution sera la plus pertinente à l'échelle considérée. Par exemple, la moyenne des K_s mesurés ponctuellement est-elle réellement représentative d'un K_s à l'échelle d'un sous-bassin versant ? La réponse est certainement non, mais il n'existe pas pour l'instant de méthode d'interpolation pour déterminer un K_s équivalent sur une aire plus grande que son échelle de mesure. En attendant cette méthode d'interpolation, ne vaudrait-il pas mieux utiliser la médiane, la valeur minimale de la distribution, la valeur maximale, ou autre chose ?

2.4 AUTRES DONNEES DISPONIBLES SUR LE BASSIN VERSANT DE LA DONGA :

D'autres données qui permettront de valider notre modélisation hydrologique spatialisée des processus sont collectées sur le bassin. Je n'ai pu les utiliser directement dans mon travail de thèse. Néanmoins certaines m'ont permis de mieux comprendre le système que nous cherchons à représenter. Et toutes seront utiles pour la suite de la modélisation des processus à l'échelle du bassin versant, notamment dans le cadre de l'application du modèle POWER sur le bassin.

2.4.1 Mesures géophysiques

Des études géophysiques (électrique 2D et électromagnétisme EM34) ont été réalisées en 2003 sur le petit bassin versant de Ara (13 km²) pour essayer de caractériser le sous-sol (Descloitres et al. 2003). Les premiers résultats font apparaître des épaisseurs de sols de l'ordre de 10 à 15m, avec des zones très conductrices dans les versants (Wubda, 2003 ; Figure 30). Alors que l'on pensait au départ être dans une zone de nappe de socle, ces premiers résultats laissent penser qu'au contraire les nappes suivies dans les puits villageois sont des nappes de versant, éventuellement discontinues et ne reposant pas forcément sur le socle. D'autres études sur d'autres zones, plus au cœur du bassin de la Donga, devraient permettre en 2004 de confirmer ou d'infirmer ces hypothèses, notamment en travaillant sur des zones plus étendues.

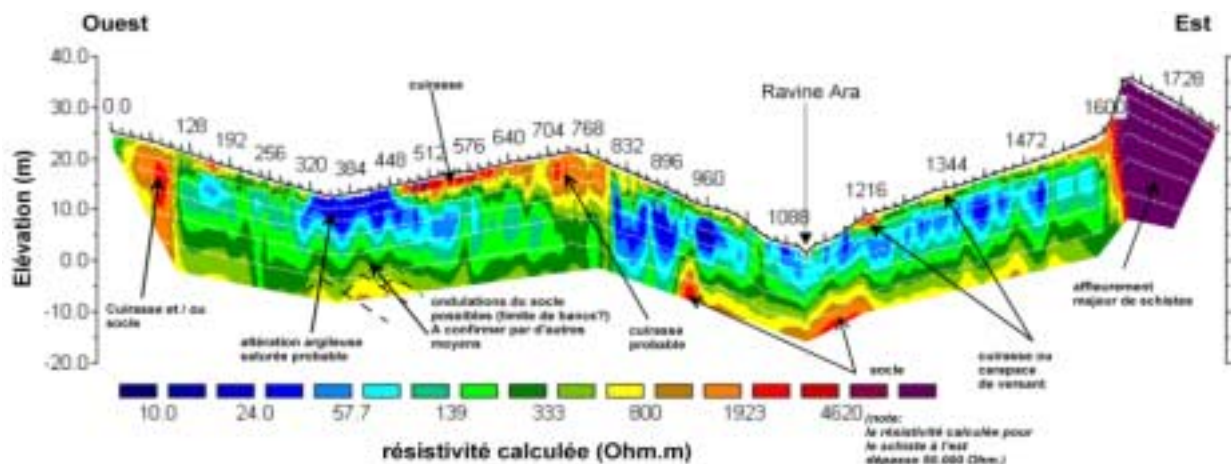


Figure 30 : Coupe de résistivité sur le transect d'Ara réalisé en mai 2003 (Wubda, 2003)

Ces mesures nous ont permis de mieux visualiser l'entité nappe que nous cherchons à représenter et de revoir la conception que nous avons du compartiment souterrain. Des informations,

pour l'instant qualitatives, ont pu être extraites de ces mesures et de leur interprétation, comme par exemple l'épaisseur des sols, la possible discontinuité de la nappe, sa position dans le versant, etc.

2.4.2 Mesures géochimiques :

Des mesures géochimiques ont été mises en place sur le bassin de la Donga, dans le cadre de la thèse de B. Kamagate (Laboratoire HydroSciences Montpellier). Elles permettront de mieux caractériser les compartiments hydrologiques (pluie, ruissellement, écoulement latéral de subsurface, nappes superficielles, nappes profondes), au travers de leur signature isotopique. L'objectif est ici de suivre l'origine des écoulements et l'évolution de la contribution au débit de chacun des compartiments au cours de la saison. Pour cela de nombreuses mesures ponctuelles ou en continu ont lieu sur le bassin.

Des campagnes ont été menées depuis 2002 sur les puits villageois et les forages profonds. Depuis la saison des pluies 2003, les lecteurs des puits villageois associent à la hauteur de la nappe la mesure de la conductivité électrique pour permettre un suivi continu. En parallèle, en 2003, des crues ont été échantillonnées sur les stations limnimétriques de Ara, Route de Kolokondé et Donga Pont. Deux sondes à radon ont été installées (aux stations de Ara et Donga Pont) ainsi que deux conductimètres automatiques (aux stations de Route de Kolokondé et Donga Pont), permettant un suivi en continu dans la rivière.

Les premières interprétations des résultats laissent penser que l'origine des écoulements diffère entre les têtes de bassin et l'exutoire (Séguis et al., 2004). Sur le bassin d'Ara, les écoulements seraient essentiellement générés par ruissellement de surface ; alors qu'à l'échelle du bassin versant, l'origine serait partagée entre ruissellement et alimentation souterraine. On suppose alors deux types de fonctionnement :

- soit la contribution en proportions stables de différents réservoirs souterrains.
- soit la contribution variable d'un seul réservoir de sub-surface.

Les mesures de conductivité suggèrent une contribution prépondérante des nappes de versant (Kamagate et al. 2004), résultats venant confirmer ce qui est observé par la géophysique.

2.4.3 Carte satellite et végétation

Des études de caractérisation de la végétation ont été entreprises sur le bassin versant de la Donga afin de connaître le rôle de la végétation dans le cycle hydrologique par une équipe du CESBIO (Centre d'Etudes Spatiales de la Biosphère). On cherche ainsi à identifier les principaux groupes fonctionnels de végétation, à évaluer le rôle éventuel de la végétation dans le retard des écoulements en début de saison et l'impact du changement d'occupation des sols (par exemple de la dégradation anthropique de la forêt vers des zones de cultures). Cette caractérisation de la végétation passe par la description des différents couverts présents sur le bassin, notamment par des mesures de biomasse et de développement foliaire et racinaire au cours de la saison.

En parallèle, on cherche à suivre la dynamique de la végétation au cours de la saison et l'évolution de l'occupation des sols au cours des années sur la totalité du bassin versant par des outils de télédétection (Zribi et al. 2003). Des images SPOT et ERS sont disponibles de 1998 à 2003. Les principales difficultés résident dans la sensibilité des images SPOT à la couverture nuageuse, rendant inutilisable cet outil pendant une grande partie de l'année. Les images radars ERS quant à elles peuvent être réalisées même pendant la saison des pluies mais se sont avérées jusqu'à maintenant difficilement accessibles.

Néanmoins, une carte d'occupation du sol a été établie pour l'année 2000 à partir de 6 images satellites SPOT à 20m de résolution (Figure 31). Les principales zones anthropisées (ville, villages, routes), ainsi que 5 groupes fonctionnels de végétation ont été retenus : sol nu, savane/jachère, forêt claire/savane boisée, forêt dense, et cultures. Sur la Figure 31, le sol nu et les cultures apparaissent en vert, la forêt claire en bleu et la forêt dense en rose. L'évolution dynamique de chaque groupe fonctionnel au cours de l'année peut être suivi à l'échelle décadaire et kilométrique à partir d'une série d'images SPOT VEGETATION disponible à partir de 2001.

Ces images fournissent le NDVI (Normalized Difference Vegetation Index) pour chaque groupe de végétation. Il est ensuite nécessaire de le relier à l'indice foliaire (LAI : Leaf Area Index) pour alimenter les modèles hydrologiques que nous utilisons. Ces cartes seront d'une aide précieuse dans l'utilisation du modèle POWER pour le découpage de la surface en unités homogènes et le forçage du module de zone non saturée.

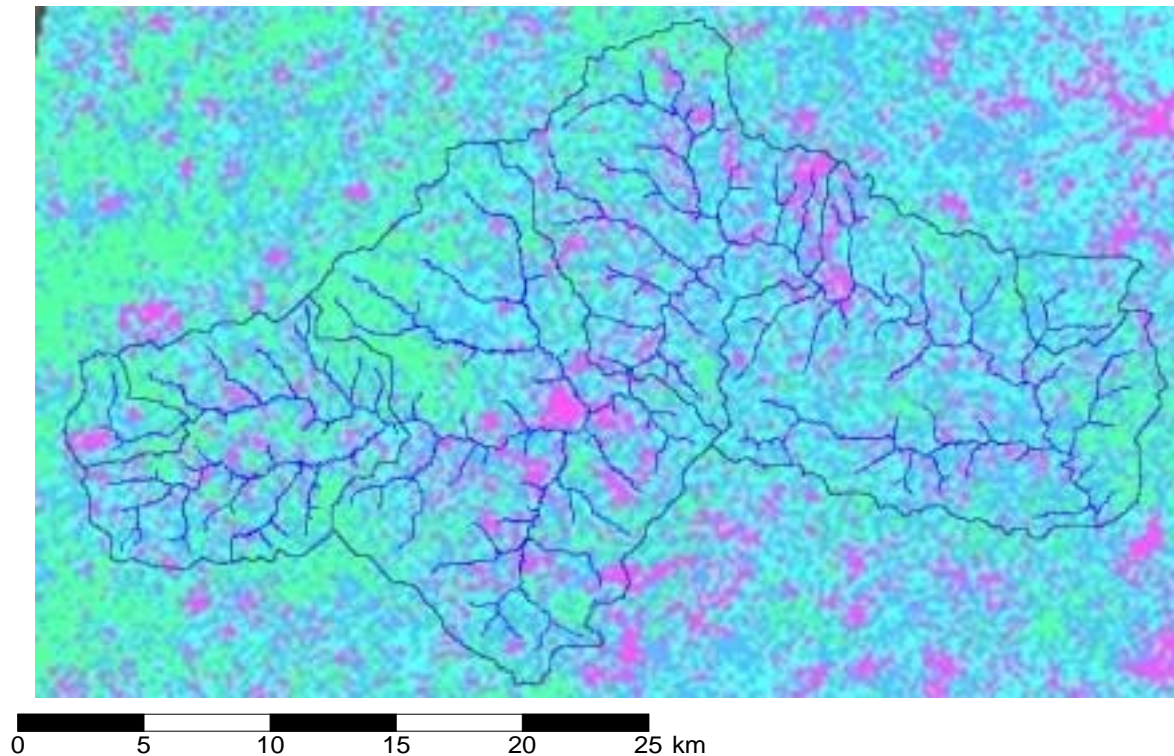


Figure 31 : Carte d'occupation du sol pour 2000 (Zribi et al. 2003)

2.4.4 Station de suivi des groupes fonctionnels de végétation

Des stations de suivi des groupes fonctionnels de végétation et du réservoir sol sont mises en place progressivement depuis novembre 2003 pour compléter le système d'observation. Ces stations permettent de suivre tous les compartiments du cycle hydrologique (pluie, ruissellement, infiltration, évapotranspiration) à l'échelle locale. Elles comprennent notamment des suivis de profils d'humidité et de succion, ainsi que des mesures météorologiques qui viendront compléter les mesures faites à Djougou. Lors de l'installation de la première station en novembre 2003, une chute de la conductivité hydraulique a été observée à 50 cm et ainsi qu'un état proche de la saturation à 2 m.

L'utilisation d'un scintillomètre infrarouge grande ouverture sur un versant permettra de suivre le flux de chaleur sensible. Cette mesure associée à la mesure de rayonnement net et du flux de chaleur dans le sol devrait permettre une estimation du flux de chaleur latente intégré sur des transects.

Ces mesures encore récentes n'ont pu être utilisées dans mon travail de thèse. Néanmoins elles m'ont apporté des informations importantes sur la structure du sol en profondeur. Elles permettent d'évaluer la modélisation que nous faisons de la zone non saturée et d'en envisager une plus pertinente qui sera mise en œuvre dans le cadre du modèle POWER.

2.5 CONCLUSION DU CHAPITRE

Ainsi, nous avons pu voir dans ce chapitre l'ensemble de l'instrumentation mise en place sur le bassin versant de la Donga, dans le cadre du projet AMMA. Cette instrumentation permettra à terme de caractériser et de comprendre le fonctionnement de chacun des compartiments hydrologiques. Les processus identifiés pourront ensuite être intégrés à la modélisation. Celle-ci peut d'ores et déjà s'appuyer sur une bonne caractérisation du champ de pluie, une mesure de l'ETP et des données de validation nombreuses : débits en plusieurs points du bassin versant et hauteurs de nappe dans de nombreux puits villageois. C'est ce qui sera utilisé dans l'application que je ferai du modèle REW-v4.0.

L'utilisation d'un modèle plus détaillé tel que le modèle POWER est possible puisque de nombreuses autres données, notamment concernant la végétation et l'humidité des sols, sont disponibles et permettront la validation de la paramétrisation d'autres compartiments hydrologiques.

L'interaction entre modélisation et observation est déjà de mise. L'analyse des données pour les besoins de la modélisation montre certaines lacunes dans l'observation. Les mesures météorologiques ont besoin d'être renforcées pour permettre la détermination d'une ETP en plusieurs points du bassin versant et sur des couverts végétaux plus appropriés que le sol nu. D'autre part la stratégie de caractérisation des propriétés hydrodynamiques du sol n'est pas optimale pour l'étude de la variabilité des paramètres de structure à l'échelle du bassin versant. Les mesures nécessiteraient d'être complétées, notamment sur les bas-fonds et sur des classes pédologiques contrastées.

3^{ème} chapitre : Le modèle REW-v4.0

Nous avons vu au chapitre introductif que de nombreux modèles hydrologiques spatialisés auraient pu répondre à nos besoins pour représenter, sur le bassin de la Donga, les composantes du cycle hydrologique à différentes échelles spatiales et temporelles. Nous avons retenu, pour débiter cette étude, les concepts théoriques dérivés par Reggiani et al. (1998, 1999) et un premier outil numérique de leur mise en œuvre pratique : le modèle REW-v4.0, dont l'auteur nous a permis l'utilisation. Dans la présentation du modèle, nous essaierons de montrer l'intérêt d'une telle approche par rapport à d'autres modèles existants. Nous pouvons d'ores et déjà mentionner les points suivants :

- i) Le modèle s'appuie sur un découpage de l'espace en sous-bassins versants, qui nous paraissait plus pertinent, pour traiter de l'hydrologie, que les maillages réguliers souvent utilisés. L'avantage de ce découpage est de pouvoir dériver une discrétisation spatiale plus ou moins fine, mais gardant la même structure que l'on pourrait qualifier de "fractale", organisée autour du réseau hydrographique. Cette propriété est particulièrement intéressante pour aborder les problèmes de changement d'échelle.
- ii) Les différentes composantes du cycle hydrologique (sol saturé ou non saturé, surface saturée ou non et rivière), qui seront dénommées zones par la suite, sont traitées avec la même approche théorique proposée par Reggiani et al. (1998, 1999). Cette approche s'appuie sur les équations fondamentales de conservation de la masse et de la quantité de mouvement qui sont intégrées, pour chaque zone, à l'échelle de l'unité de modélisation (ici le sous-bassin). L'énergie et l'entropie ont aussi été traitées par Reggiani et al. (1998) mais elles ne seront pas utilisées dans la suite du travail. Là encore, cette approche fournit un outil intéressant pour aborder les questions de changement d'échelle puisque la forme des équations reste la même quelle que soit la taille de l'unité d'intégration.
- iii) L'approche théorique permet de ramener le problème de la modélisation à la formulation des termes d'échange entre zones ou entre REWs (voir détails plus loin). C'est donc sur ces termes que se concentre la problématique du changement d'échelle ou les choix en terme de complexité dans la représentation des processus. Couplée à une structure très modulaire de l'outil informatique (utilisation de la programmation orientée objet), ceci permet d'avoir un outil très adapté pour répondre à l'un des objectifs de cette thèse qui est de donner quelques éléments de réponse à la question: quelle échelle, quel degré de complexité dans la représentation des processus pour quel résultat ?

Je présente ici le modèle REW-v4.0 en faisant ressortir les aspects qui nous ont paru intéressants à savoir le découpage de l'espace en sous-bassins versants (section 3.1), l'écriture générales des équations constitutives à l'échelle du REW (section 3.2) et leur dérivation pour chacune des zones (section 3.3 à 3.6).

3.1 DECOUPAGE DE L'ESPACE EN SOUS-BASSIN VERSANTS : LES REWS

Les sous-bassins versants sont ici nommés REWs pour Representative Elementary Watershed. Le découpage en REWs se fait à partir de l'analyse d'un Modèle Numérique de Terrain (MNT) et des algorithmes d'un logiciel de traitement des MNT : TarDEM développé par Tarboton (1997). Les coordonnées de l'exutoire du bassin versant permettent de définir ses limites et donc son réseau hydrographique propre (voir les détails sur les algorithmes au chapitre 4).

Chaque brin de rivière est ensuite numéroté selon l'ordre de Strahler (1957). Cette classification permet de décrire le réseau hydrographique de l'amont vers l'aval (Figure 32). Elle se base sur les règles suivantes :

- Tout cours d'eau dépourvu de tributaire est d'ordre un.
- Le cours d'eau formé par la confluence de deux cours d'eau d'ordre différent prend l'ordre du plus élevé des deux
- Le cours d'eau formé par la confluence de deux cours d'eau du même ordre est augmenté de un.

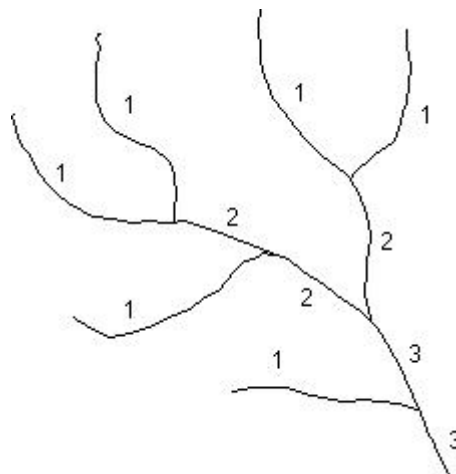


Figure 32 : Description du réseau hydrographique selon l'ordre de Strahler (1957).

Le découpage en REWs se fait à partir d'un ordre de Strahler seuil que l'utilisateur souhaite conserver. Par exemple, sur la Figure 32, si l'on souhaite ne conserver que les brins d'ordre supérieur ou égal à 2, on extraira 3 REWs (Figure 33). Un découpage à l'ordre 3, n'aurait conduit qu'à un seul REW. En revanche, celui à l'ordre 1 aurait fait apparaître 11 REWs.

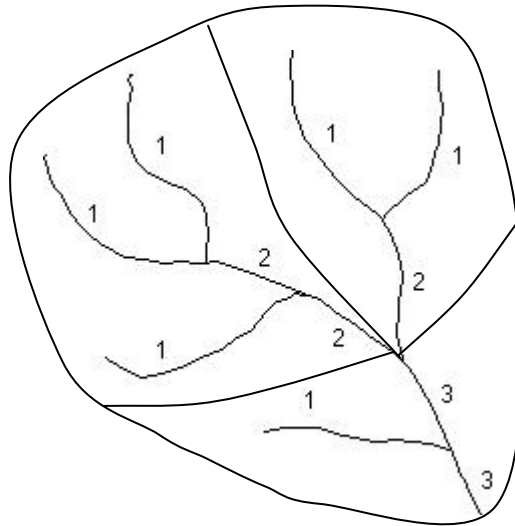


Figure 33 : Extraction des sous-bassins versants selon l'ordre de Strahler

Pour chaque REW, on ne conserve ensuite qu'un seul brin de rivière moyen qui sera défini par sa longueur moyenne l' [m], son périmètre mouillé P' [m] et sa section en travers m' [m²]. La géométrie du REW lui-même est définie par son altitude moyenne z_{surf} [m] (par rapport à une altitude de référence), son aire réelle S_{REW} [m²], son aire projetée Σ [m²] et sa pente moyenne γ [-] définie comme le rapport de S_{REW} à Σ .

Chaque REW est ensuite découpé conceptuellement en 5 sous-régions qui sont également des entités hydrologiques :

- la zone U : la zone non saturée.
- la zone S : la zone saturée, caractérisée par une couche imperméable au fond (le socle)³ et le toit de la nappe en haut.
- la zone O : la surface saturée sur laquelle se produit du ruissellement par saturation (de type Dunne, 1978).
- la zone R : la rivière.
- la zone C : la surface non saturée sur laquelle se produit du ruissellement par défaut d'infiltration (de type Horton, 1933).

³ Nous avons supposé par la suite que le socle était imperméable. En théorie et en pratique, rien n'interdit d'avoir un socle perméable: il suffit de rajouter le flux correspondant dans l'équation de conservation de la masse.

Définissons d'ores et déjà quelques caractéristiques géométriques pour chacune de ces zones (Figure 34). z^r [m] représente l'altitude moyenne du lit de la rivière et z^s [m] l'altitude moyenne du fond imperméable. y^s [m] est l'épaisseur moyenne de la zone saturée ; y^u [m] l'épaisseur moyenne de la zone non saturée ; et y^r [m] la hauteur d'eau moyenne dans la rivière. y^u [m] est reliée à y^s [m] par la fraction de surface occupée par la zone non saturée ω^u :

$$\text{Éq. 16} \quad z_{surf} - z^s = y^u \omega^u + y^s$$

Pour chaque zone j , on définit la fraction de surface du REW ω^j [-] occupée par cette zone par :

$$\text{Éq. 17} \quad \omega^j = \frac{\Sigma^j}{\Sigma} \quad j = o, u, s$$

où Σ^j est l'aire occupée par la zone j et Σ l'aire totale du REW.

Pour finir, Reggiani et al. (1998) introduisent, pour chaque zone, un centre de gravité où sont appliquées les équations de conservation. Reggiani et Rientjes (2004a) supposent que la position de ce centre de gravité est fixée dans le plan horizontal au niveau du centre de gravité du REW. Seule la coordonnée verticale, ζ [m], du centre de gravité de chaque zone peut varier dans le temps. Cette position est définie par :

$$\text{Éq. 18} \quad \zeta^i \int_{V_i} dz = \int_{V_i} z dz \quad i = s, u, o, c, r$$

où V_i est le volume occupé par la zone i sur le REW. Ceci conduit à :

$$\begin{aligned} \zeta^s &= \frac{1}{2} y^s + z^s \\ \zeta^u &= \frac{1}{2} y^u + y^s + z^s \\ \text{Éq. 19} \quad \zeta^o &= \frac{1}{2} y^o + \frac{1}{2} (y^s + z^s + z^r) \approx \frac{1}{2} (y^s + z^s + z^r) \\ \zeta^c &= y^u + y^s + z^s \\ \zeta^r &= \frac{1}{2} y^r + z^r \end{aligned}$$

Sur chacune de ces cinq zones, les équations de conservations moyennées sont appliquées et permettent de déterminer l'évolution temporelle des variables caractéristiques de chacune des zones. Ainsi la description distribuée du bassin versant est remplacée par un ensemble de points discrets. Ces points sont connectés par des transferts de masse, de quantité de mouvements, d'énergie et d'entropie entre eux et à travers les frontières du système.

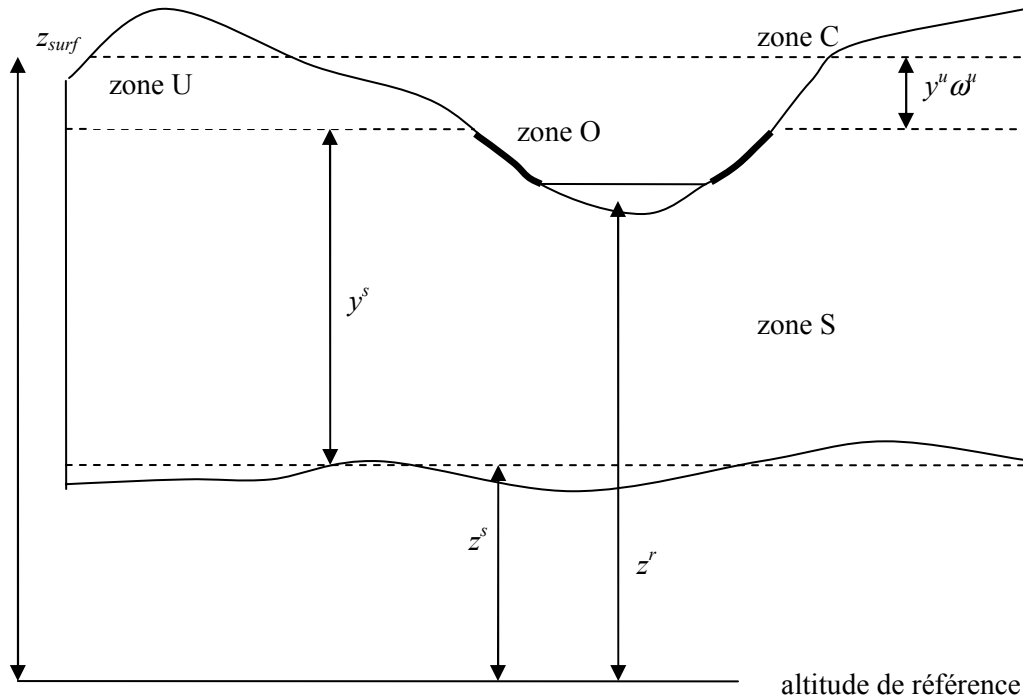


Figure 34 : Coupe transversale d'un REW et éléments géométriques (d'après Reggiani et al. 2001)

Le positionnement se fait par un système d'axes orthogonaux composé de deux axes horizontaux e_x et e_y et d'un axe vertical e_z orienté vers le haut.

3.2 FORME GENERALE DES EQUATIONS

Reggiani et al. (1998) proposent un cadre théorique permettant la dérivation des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et de l'entropie, directement à l'échelle du bassin versant ou du sous-bassin versant. Cette approche se base sur une technique de moyenne de ces équations à des échelles plus grandes proposée par Hassanizadeh et Gray (1979a, 1979b, 1980). L'annexe I propose une description un peu plus détaillée de ces approches en synthétisant les articles de Reggiani et al. (1998, 1999). Je me borne dans ce paragraphe à n'en présenter que les résultats directement utilisés pour la modélisation.

Quelle que soit la zone considérée, les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et de l'entropie, une fois intégrées spatialement dans l'espace sur la zone, peuvent se ramener à une forme générale synthétique :

$$\text{Éq. 20} \quad \frac{d\psi}{dt} = \sum_i e_i^{\psi} + R + G$$

où Ψ est la propriété que l'on cherche à conserver sur la zone (masse, quantité de mouvement, énergie ou entropie), e_i^Ψ est un échange de masse, de quantité de mouvement ou de chaleur entre les différentes zones ou entre les mêmes zones de deux REWs voisins. R est un éventuel apport extérieur et G correspond à une génération interne.

Par rapport aux équations initiales à l'échelle locale qui sont en général des équations aux dérivées partielles, après intégration sur la zone et le REW, on se ramène à des équations différentielles ordinaires, dont la résolution numérique est en général plus aisée. Néanmoins, cette intégration spatiale ne résout pas tout mais déplace en quelque sorte le problème. En effet, les termes d'échange e_i^Ψ , entre zones d'un même REW ou entre une même zone sur plusieurs REWs, deviennent les inconnues du problème. On se retrouve alors confronté à un problème de fermeture du système et à la définition de lois constitutives pour définir ces termes d'échange. C'est sur ces termes qu'il est possible de jouer pour représenter les processus selon le degré de complexité souhaité et l'échelle de travail.

Pour obtenir la forme des termes d'échange, Reggiani et al. (1998, 1999) ont utilisé la seconde loi de la thermodynamique appliquée à l'ensemble du bassin versant : « la production totale d'entropie d'un système doit être positive ou nulle ». Ceci suppose quelques hypothèses simplificatrices du système :

- H1 : Le sol est un milieu solide, rigide et dans lequel le déplacement de la phase gazeuse est négligeable.
- H2 : La température dans le système est uniforme⁴.
- H3 : Le système est thermodynamiquement simple.
- H4 : Les phases sont incompressibles.

Pour les termes d'échange de masse, Reggiani et al. (1999) affirment que l'inégalité sur l'entropie suggère une dépendance de ces termes par rapport au potentiel chimique, au potentiel hydraulique et à la vitesse. Pour des systèmes isothermes, seule la dépendance par rapport au potentiel hydraulique et à la vitesse est considérée. Ainsi les flux d'échange de masse e^{jk} entre les zones j et k peuvent s'écrire comme une fonction linéaire de la différence de potentiel hydraulique et de la moyenne des vitesses v^j et v^k :

$$\text{Éq. 21} \quad e^{jk} = -e^{kj} = \alpha^{jk} \left(p^k + \zeta^k \rho g - p^j - \zeta^j \rho g \right) - \beta^{jk} \frac{(v^j + v^k)}{2} A^{jk}$$

⁴ Si l'on souhaitait résoudre le bilan d'énergie en surface et tenir compte des interactions avec l'atmosphère, cette hypothèse ne serait plus valable et les dérivations qui suivent devraient être modifiées.

où ζ est la position du centre de gravité pour la zone considérée ; p est la pression de l'eau ; g est l'accélération de la pesanteur et ρ la masse volumique de l'eau et A^{jk} la surface d'échange définie comme suit :

$$\text{Éq. 22} \quad A^{jk} = \frac{1}{\Sigma} \int_{A^{jk}} n^{jk} dA$$

où n^{jk} est le vecteur normal à l'élément de surface dA et Σ est la surface projetée du REW.

Dans la pratique, l'un des deux coefficients α^{jk} ou β^{jk} sera nul. Notons également que les flux e^{jk} et e^{kj} sont opposés.

Pour les équations de conservation de la quantité de mouvement, l'inégalité sur l'entropie permet de dire que les termes d'échange sont la somme d'un terme à l'équilibre et d'un terme hors équilibre. A l'équilibre, l'entropie du système atteindra sa valeur minimale.

$$\text{Éq. 23} \quad \sum_{i \neq j} \mathbf{T}^{ij} = \sum_{i \neq j} \mathbf{T}^{ij} \Big|_e + \boldsymbol{\tau}^i$$

Les termes d'échanges \mathbf{T}^{ij} sont les composantes du tenseur des contraintes qui s'exercent sur la zone considérée. Le terme à l'équilibre $\mathbf{T}^{ij} \Big|_e$ correspond aux forces de pression et le terme hors équilibre $\boldsymbol{\tau}^i$ aux forces de friction. Le terme de friction sera exprimé par un développement de Taylor de la vitesse, à l'ordre 2. Il sera donc nul à l'équilibre (vitesse nulle).

$$\text{Éq. 24} \quad \boldsymbol{\tau}^i = -R^i V^i - U^i V^i V^i$$

où les coefficients R^i et U^i seront à déterminer pour chaque zone. En pratique, l'un de ces deux coefficients sera nul. Pour les écoulements plutôt lents, comme dans la zone non saturée par exemple, on n'utilisera qu'un développement à l'ordre 1 et U^i sera nul. Au contraire, pour les écoulements dans la rivière, plutôt rapides, le terme de premier ordre peut être négligé par rapport à celui de deuxième ordre et R^i sera nul.

Soulignons que les équations de conservation de la quantité de mouvement sont des équations vectorielles et qu'elles doivent être ensuite projetées selon des axes, dans un système de coordonnées qui permettra le calcul des grandeurs caractéristiques des zones.

Ainsi toutes les équations, quelle que soit leur zone d'application, ont une expression commune. L'expression des coefficients α^{jk} , β^{jk} , R^i et U^i dépend des zones U, S, O, C ou R. Leur détermination est une paramétrisation⁵ des processus qui permet de clore le système d'équations. Cette paramétrisation est donc un choix objectif mais certainement pas une solution unique. Je reprends ici

⁵ Le mot paramétrisation s'entend au sens défini par la note 1 (section 1.1.1).

la paramétrisation proposée par Reggiani et al. (1998, 1999, 2000, 2001) en soulignant les endroits où il m'a paru opportun de la modifier.

Comme le REW est un sous-bassin versant, les zones U, O et C sont indépendantes les unes des autres et ne peuvent communiquer. Les échanges entre les différents REWs ne se font que par les zones R et S. Les échanges par la rivière sont conditionnés par la position des REWs amont et aval. Par contre, des flux d'échanges existent avec les zones S de chacun des REWs voisins.

Dans ce qui suit, je présente pour les zones U, S, R et O, les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement ainsi que les différents termes qui les composent. Pour plus de détails, le lecteur pourra se référer à Reggiani et al. (1998, 1999, 2000 et 2001).

3.3 LA ZONE U :

3.3.1 Conservation de la masse :

L'équation de conservation de la masse dans la zone non saturée va permettre de calculer la variable d'intérêt pour cette zone à savoir le degré de saturation s^u . Elle comprend le terme d'échange avec la zone S, e^{us} [kg.s⁻¹], représentant les remontées capillaires ou la recharge de la nappe ; le terme d'échange avec la zone C, e^{uc} [kg.s⁻¹] qui représente l'infiltration depuis la surface ; et le flux d'évaporation e_{wg}^u [kg.s⁻¹] :

$$\text{Éq. 25} \quad \frac{d}{dt} (\rho \varepsilon s^u y^u \omega^u \Sigma) = e^{us} + e^{uc} + e_{wg}^u$$

où ρ [kg.m⁻³] est la masse volumique de l'eau, ε [-] la porosité moyenne du sol, y^u [m] est l'épaisseur moyenne de la zone non saturée, ω^u [-] est la fraction de l'aire projetée du REW qu'occupe la zone

non saturée (définie par $\omega^j = \frac{\Sigma^j}{\Sigma}$ $j = o, u, s$ Éq. 17) et Σ [m²] l'aire projetée du REW.

- L'infiltration s'exprime selon la différence de potentiel hydraulique. La pression de l'eau en surface est nulle (égale à la pression atmosphérique). Dans les pores, la pression est égale à la pression capillaire p_{cap} , qui est elle-même calculée à l'aide du modèle de Brooks et Corey (1964), qui est ici supposée valable à l'échelle du REW. Ainsi l'infiltration peut s'écrire :

$$\text{Éq. 26} \quad e^{uc} = -e^{cu} = \alpha^{uc} \left(\zeta^c \rho g + p_{cap} - \zeta^u \rho g \right)$$

Reggiani et al. (1999) propose d'écrire le coefficient α^{uc} comme suit :

$$\text{Éq. 27} \quad \alpha^{uc} = \frac{K_s^u \omega^u \Sigma}{g \Lambda_u}$$

où K_s^u [m.s^{-1}] est la conductivité hydraulique à saturation de la zone U et Λ_u [m] est la longueur caractéristique de cette même zone. Elle correspond à une approximation du front d'infiltration dans un modèle de type piston :

$$\text{Éq. 28} \quad \Lambda_u = s^u y^u$$

où s^u [-] et y^u [m] sont respectivement le degré de saturation moyen et l'épaisseur moyenne de la zone U.

Cette formulation est proche de celle de Green et Ampt (1911). C'est pour cette raison que j'ai préféré utiliser directement l'équation de Green et Ampt (1911) qui s'écrit comme suit :

$$\text{Éq. 29} \quad \begin{aligned} I &= z_f (\theta_s - \theta_0) \\ q &= K_s \left[\frac{(\theta_s - \theta_0)(h_f - h_0)}{I} + 1 \right] \end{aligned}$$

où I est l'infiltration cumulée, q est le flux d'infiltration, z_f est la position du front, θ_s et θ_0 sont respectivement les teneurs en eau à saturation et à la surface, h_f et h_0 sont respectivement les pressions au front et à la surface.

En appliquant ceci à la zone U du modèle REW-v4.0, j'obtiens une paramétrisation de l'infiltration :

$$\text{Éq. 30} \quad e^{uc} = \rho K_s^u \left[\frac{(\theta_s - s^u)(h_e - h)}{\frac{y^u}{2} (\theta_s - s^u)} + 1 \right]$$

où h est la pression matricielle [m] ; et h_e la pression d'entrée d'air [m].

L'équation Éq. 30 fournit la capacité maximale d'infiltration à l'échelle du REW. Lorsqu'il pleut à une intensité I_{rain} [m.s^{-1}] plus faible que la capacité d'infiltration, toute la pluie est infiltrée. Ainsi :

$$\text{Éq. 31} \quad e^{uc} = \min \left[\rho I_{rain}, \rho K_s^u \left(\frac{(\theta_s - s^u)(h_e - h)}{\frac{y^u}{2} (\theta_s - s^u)} + 1 \right) \right] \times \Sigma \omega^u$$

▪ Le terme e^{us} est écrit en fonction des vitesses verticales dans chacune des zones S et U. La vitesse verticale est supposée négligeable dans la zone saturée (écoulement essentiellement horizontal). Le coefficient de proportionnalité est pris égal à 1. Il vient alors :

$$\text{Éq. 32} \quad e^{us} = -e^{su} = \rho v^u \varepsilon \omega^u \Sigma$$

▪ L'évaporation de la zone non saturée est écrite comme une fonction linéaire de l'évapotranspiration potentielle E_p et de la teneur en eau moyenne du REW.

$$\text{Éq. 33} \quad e_{wg}^u = -ETP \rho s^u \omega^u \Sigma$$

Tous les termes de l'équation de conservation de la masse dans la zone non saturée sont donc définis, et l'équation finale se présente sous la forme suivante :

Éq. 34

$$\frac{d}{dt} (\rho \varepsilon s^u y^u \omega^u \Sigma) = \rho v^u \varepsilon \omega^u \Sigma + \min \left[\rho I_{rain}, \rho K_s^u \left(\frac{(\theta_s - s^u)(h_e - h)}{\frac{y^u}{2} (\theta_s - s^u)} + 1 \right) \right] \times \omega^u \Sigma - ETP \rho s^u \omega^u \Sigma$$

Au vu de cette description, il apparaît clairement que la zone non saturée est, dans cette première approche, traitée de manière très globale, comme un seul réservoir. L'évapotranspiration y est traitée de manière très simplifiée et il n'est pas possible, avec cette formulation, de tenir compte explicitement d'une hétérogénéité verticale des sols (sauf à l'intégrer dans les paramètres du sol).

3.3.2 Conservation de la quantité de mouvement :

L'équation de conservation de la quantité de mouvement dans la zone non saturée va permettre de déterminer la vitesse v^u de l'eau dans cette zone. Elle s'écrit en tenant compte des forces s'exerçant sur la surface prismatique externe T^{uA} [$\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$] ; la force s'exerçant sur la surface saturée T^{us} [$\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$] c'est-à-dire sur la nappe, la force s'exerçant sur la surface non saturée T^{uc} [$\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$] et enfin les forces échangées entre la phase aqueuse et les phases solides et gazeuses du milieu poreux T_{wm}^u [$\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$] et T_{wg}^u [$\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$] :

$$\text{Éq. 35} \quad (\rho \varepsilon s^u y^u \omega^u) \frac{d}{dt} v^u - \rho g \varepsilon s^u y^u \omega^u = \mathbf{T}^{uA} + \mathbf{T}^{us} + \mathbf{T}^{uc} + \mathbf{T}_{wg}^u + \mathbf{T}_{wm}^u$$

La vitesse variant lentement dans la zone non saturée, on néglige le premier terme du membre de gauche contenant la dérivée temporelle de la vitesse.

- Considérons maintenant la projection sur l'axe \mathbf{e}_z de l'Éq. 35. A l'équilibre, la pression atmosphérique s'exerce au toit de la nappe ainsi que dans toute la zone non saturée.

D'où

$$\text{Éq. 36} \quad \mathbf{T}_{wg}^u \Big|_e \bullet \mathbf{e}_z = 0$$

et

$$\text{Éq. 37} \quad \mathbf{T}^{us} \Big|_e \bullet \mathbf{e}_z = 0$$

- Les termes d'échange avec la surface prismatique n'ont pas de composante verticale ainsi :

$$\text{Éq. 38} \quad \sum \mathbf{T}^{uAi} \Big|_e \bullet \mathbf{e}_z = 0$$

- Les seules forces non nulles à l'équilibre et ayant une composante verticale sont les forces liées à l'interaction entre la matrice poreuse et la phase liquide de l'eau et celles s'exerçant entre la surface et la zone non saturée. Elles peuvent s'écrire comme suit :

$$\text{Éq. 39} \quad (\mathbf{T}_{wm}^u \Big|_e + \mathbf{T}^{uc} \Big|_e) \bullet \mathbf{e}_z = \left[-p^u + \frac{\rho g}{2} y^u \right]$$

où p^u est égal à la pression capillaire p_{cap} .

- Le développement de Taylor traduisant la partie hors équilibre des forces n'est fait qu'au premier ordre (vitesse faible dans la zone non saturée) et le coefficient peut être exprimé de cette façon :

$$\text{Éq. 40} \quad R^u = \left[K(s^u) \right]^{-1} \varepsilon \rho g y^u \omega^u$$

Où $K(s^u)$ est la conductivité hydraulique pour le degré de saturation s^u , calculée par le modèle de Brooks et Corey (1964).

La forme finale de l'équation de conservation de la quantité de mouvement dans la zone non saturée est donc la suivante :

$$\text{Éq. 41} \quad \boxed{-\rho g \varepsilon^u y^u w^u = \rho g \left[-p^u + \frac{1}{2} y^u \right] - [K(s^u)]^{-1} \varepsilon \rho g y^u \omega^u v^u}$$

Cette première approche pour déterminer la vitesse dans la zone U est très grossière et nécessitera des améliorations par la suite.

3.4 LA ZONE S :

3.4.1 Conservation de la masse :

L'équation de conservation de la masse dans la zone saturée va permettre de déterminer l'épaisseur moyenne de la zone saturée y^s [m]. Elle tient compte des termes d'échange à travers les frontières avec les autres REWs e^{sAi} [kg.s⁻¹], de l'apport éventuel par l'extérieur e^{sAext} [kg.s⁻¹], de l'échange avec la zone non saturée e^{su} [kg.s⁻¹], de l'échange avec la surface saturée e^{so} [kg.s⁻¹], et enfin de l'échange avec le lit de la rivière e^{sr} [kg.s⁻¹]. L'échange avec le fond du système est nul, puisque le socle est considéré comme imperméable.

$$\text{Éq. 42} \quad \frac{d}{dt} (\rho \varepsilon y^s \omega^s \Sigma) = \sum_i e^{sAi} + e^{sAext} + e^{su} + e^{so} + e^{sr}$$

Comme pour la zone U, ρ [kg.m⁻³] est la masse volumique de l'eau et ε [-] la porosité moyenne du sol et ω^s [-] est la fraction de la surface projetée du REW occupée par la zone saturée.

- Le terme d'échange avec la zone non saturée, e^{su} , a été déterminé au paragraphe précédent (Éq. 32). Tous les autres termes sont paramétrés comme des fonctions du gradient de potentiel hydraulique.

- Le terme d'échange avec la surface saturée s'écrit :

$$\text{Éq. 43} \quad e^{so} = -e^{os} = \alpha^{so} (\zeta^o \rho g - p^s - \zeta^s \rho g)$$

où ζ^o [m] et ζ^s [m] sont les altitudes des centres de gravité, respectivement de la zone O et de la zone S. p^s est la pression dans la zone saturée et p^o est égale à la pression atmosphérique donc n'est pas considérée ici.

Une expression possible de α^{so} est :

$$\text{Éq. 44} \quad \alpha^{so} = \frac{K_s^s \omega^o \Sigma}{\cos(\gamma^o) g \Lambda^s}$$

où K_s^s [m.s^{-1}] est la conductivité hydraulique à saturation valable à l'échelle de la zone saturée, ω^o [-] est la fraction de surface occupée par la surface saturée, Σ [m^2] est l'aire projetée du REW ; g [m.s^{-2}] est l'accélération de la pesanteur, γ^o est la pente moyenne de la surface saturée et Λ^s [m] est une longueur caractéristique inconnue, représentant un rayon moyen d'influence de la surface saturée sur la nappe. Pour la suite, nous faisons l'hypothèse que cette longueur peut être définie par l'expression suivante (Reggiani and Rientjes, 2003):

$$\text{Éq. 45} \quad \Lambda^s = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\Sigma}{\Pi}}$$

où Σ [m^2] est la surface projetée du REW. Ainsi la longueur caractéristique de la zone S est prise comme égale à la moitié du rayon équivalent du REW.

Une autre hypothèse est faite concernant la pente moyenne de la surface saturée. Elle est prise égale à la pente moyenne du REW γ :

$$\text{Éq. 46} \quad \cos \gamma^o = \frac{S^o}{\Sigma^o} \simeq \frac{S_{REW}}{\Sigma}$$

où S_{REW} [m^2] et S^o [m^2] sont les surfaces réelles respectivement du REW et de la surface saturée, Σ [m^2] et Σ^o [m^2] sont les surfaces projetées respectivement du REW et de la surface saturée. L'angle γ varie théoriquement en fonction de l'étendue de la zone O, et donc dans le temps. Ici, on approche cet angle par une constante, indépendante de ω^o .

- Le terme d'échange avec la rivière s'écrit selon l'équation suivante :

$$\text{Éq. 47} \quad e^{sr} = -e^{rs} = \alpha^{sr} \rho g (y^r + \zeta^r - y^s - \zeta^s)$$

où ζ^r [m] est l'altitude du centre de gravité de la rivière. Rappelons que y^r [m] est défini comme la hauteur d'eau moyenne dans la rivière. La pression dans la rivière p^r [Pa] est approchée par la pression atmosphérique.

Le terme α^{sr} peut s'exprimer comme suit:

$$\text{Éq. 48} \quad \alpha^{sr} = \frac{P^r l^r K_s^r}{g \Lambda^r}$$

P^r [m] est le périmètre mouillé du lit, l^r [m] est la longueur du bief, Λ^r [m] est la longueur caractéristique d'échange entre la rivière et la zone saturée ; g est l'accélération de la pesanteur [m.s^{-2}] et K_s^r [m.s^{-1}] représente la conductivité hydraulique à saturation du lit.

Pour la suite, nous ferons l'hypothèse que la longueur Λ^r [m] peut être exprimée comme la différence entre l'altitude du fond du lit et l'altitude de la nappe, soit :

$$\text{Éq. 49} \quad \Lambda^r = z^r - y^s - z^s$$

▪ Les derniers termes d'échange à déterminer sont ceux concernant l'échange avec les REWs voisins. Ils s'expriment comme une fonction du gradient de potentiel hydraulique entre le REW i et le REW j :

$$\text{Éq. 50} \quad e_{ji}^{sA} = \alpha^{sji} \left(p^s \Big|_i + \rho g \zeta^s \Big|_i - p^s \Big|_j - \rho g \zeta^s \Big|_j \right)$$

Une paramétrisation des coefficients α^{sji} a été proposée par Reggiani et Rientjes. (2004b) :

$$\text{Éq. 51} \quad \alpha^{sji} = 2C_{ji} \frac{K_s^{sij}}{g} \frac{y_{ij}^s}{\Lambda^{ij}}$$

où K_s^{sij} [m.s^{-1}] est la conductivité hydraulique à saturation à la frontière entre les REWs i et j , C_{ji} [m] est la longueur du contour définissant la frontière entre les deux REWs, y_{ij}^s [m] est l'épaisseur de la zone saturée à l'interface et Λ^{ij} [m] est une longueur caractéristique sur laquelle le gradient peut être déterminé. Cette dernière longueur est inconnue et ne peut être définie géométriquement puisqu'elle varie dans le temps. Le rapport $\frac{y_{ij}^s}{\Lambda^{ij}}$ constitue donc l'inconnue de la paramétrisation de ces termes d'échange. La conductivité hydraulique à saturation à l'interface des REW i et j est supposée être la moyenne géométrique des conductivités hydrauliques à saturation des deux REWs.

Notons que la combinaison des équations Éq. 50 et Éq. 51 donne une expression du flux dans la zone saturée très proche de la classique loi de Darcy. La différence majeure réside toutefois dans l'échelle d'application de ces lois puisque les équations proposées ici sont des relations valables à l'échelle du REW. La procédure de moyenne de Reggiani et al. (1998 et 1999) permet donc de déduire à l'échelle du REW une équation équivalente à la loi de Darcy.

Reggiani et Rientjes (2004b) ont proposé une méthode de détermination des rapports $\theta^{ij} = \frac{y_{ij}^s}{\Lambda^{ij}}$. Leur méthode repose sur l'utilisation d'un algorithme proposée par Cross (1936) pour le dimensionnement des réseaux d'adduction d'eau potable. Il est basé sur une analogie avec les lois de Kirchhoff, souvent utilisées en électricité.

- Première loi (loi des nœuds) : La somme des flux de masses entrant est égale à la somme des flux de masses sortant, en chaque nœud (Figure 35). Ceci n'est vrai que s'il n'y a pas de variation de stock aux nœuds, et donc que la nappe est supposée à l'équilibre, au moins localement.

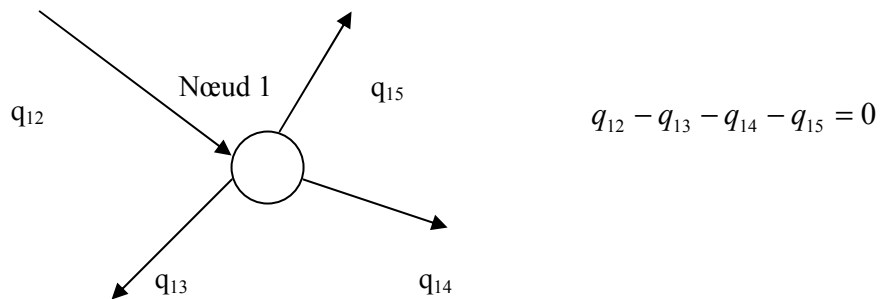


Figure 35: Première loi de Kirchhoff

- Deuxième loi (loi des mailles) : la somme des pertes de charge le long d'une maille est nulle (Figure 36).

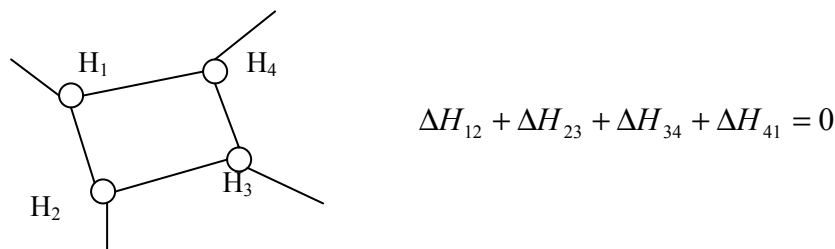


Figure 36: Deuxième loi de Kirchhoff

Dans un réseau de distribution d'eau potable, la géométrie du maillage est connue et les inconnues du système sont les flux dans chaque tronçon (Figure 36). Reggiani et Rientjes (2004b) proposent de déterminer par analogie les distances caractéristiques entre les REWs et donc les rapports

$\theta^{ij} = \frac{y_{ij}^s}{\Lambda^{ij}}$. L'écriture du système complet permet en théorie de déduire autant d'équations que

d'inconnues et donc la résolution du système. Pour réaliser ce calcul, à un instant donné, on suppose que l'on fige la position de la nappe (charge aux différents nœuds connue) et donc que cette dernière peut être considérée à l'équilibre. On applique alors l'algorithme de Cross pour dériver l'équivalent des

résistances dans un système électrique, ici les rapports $\theta^{ij} = \frac{y_{ij}^s}{\Lambda^{ij}}$.

Toutefois nous avons mis en évidence des cas simples sur lesquels cet algorithme ne peut pas fonctionner. Si par exemple, un REW sans frontière avec l'extérieur possède une charge plus grande que tous ses REWs voisins, tous les flux vont partir de ce REW vers ses voisins. La première loi de Kirchhoff n'est donc plus vérifiée. L'hypothèse d'équilibre instantané de la nappe est donc ici mise en défaut. Dans ces conditions un peu particulières mais plausibles, il n'est pas sûr que l'algorithme converge et que s'il converge, il le fasse vers une solution unique.

Cet algorithme ne sera pas conservé pour la résolution des transferts latéraux dans la nappe pour le modèle POWER. L'autre méthode étant en cours de développement, je n'ai pu l'utiliser pour ce travail. J'ai donc conservé la méthode proposée par Reggiani et Rientjes (2004b). Il est ainsi probable que les transferts latéraux dans la nappe et donc la dynamique de la nappe ne soient pas très bien représentés dans le modèle REW-v4.0. Malgré cela, Reggiani et Rientjes (2004b) montrent que cet algorithme conduit à une bonne représentation de la nappe alluviale sur un bassin belge.

Malgré cela, tous les termes de l'équation de conservation de la masse sont définis et l'équation finale se présente comme suit :

Éq. 52

$$\frac{d}{dt}(\rho \varepsilon y^s \omega^s \Sigma) = \sum_{i=1}^N \frac{2C}{g \left(\frac{1}{K_s^{sj}} + \frac{1}{K_s^{si}} \right)} \theta^i \left(p^s \Big|_i + \zeta^s \rho g \Big|_i - p^s \Big|_j - \zeta^s \rho g \Big|_j \right) - \rho v^u \varepsilon \omega^u \Sigma$$

$$+ \frac{K_s^s \omega^o \Sigma}{\cos(\gamma^o) g \Lambda_s} (\zeta^o \rho g - p^s - \zeta^s \rho g) + \frac{P^r l^r K_s^r}{\Lambda^r} \rho (y^r + \zeta^r - y^s - \zeta^s)$$

3.4.2 Conservation de la quantité de mouvement :

La résolution de l'équation de conservation de la quantité de mouvement dans la zone non saturée va permettre de déterminer la vitesse v^s [m.s⁻¹] dans la zone saturée et plus précisément ses composantes horizontales. Cette équation prend en compte les forces exercées sur les frontières extérieures T^{sAi} [kg.m⁻¹.s⁻²], la force exercée à travers le toit de la nappe T^{su} [kg.m⁻¹.s⁻²], la force exercée sur la surface saturée T^{so} [kg.m⁻¹.s⁻²], la force exercée sur le socle T^{sbot} [kg.m⁻¹.s⁻²] et pour finir la force exercée sur la matrice solide T_{wm}^s [kg.m⁻¹.s⁻²] :

$$\text{Éq. 53} \quad (\rho \varepsilon y^s \omega^s) \frac{d}{dt} \mathbf{v}^s - \rho g \varepsilon y^s \omega^s = \sum_{i=1}^N \mathbf{T}^{sAi} + \mathbf{T}^{su} + \mathbf{T}^{so} + \mathbf{T}^{sbot} + \mathbf{T}_{wm}^s$$

La vitesse dans la zone saturée étant faible, le premier terme du membre de gauche peut être négligé.

- A l'équilibre, seules les projections horizontales des forces s'exerçant sur les REWs voisins, la matrice solide et sur le lit de la rivière ne sont pas nulles et peuvent s'exprimer comme suit :

Éq. 54

$$\left(\mathbf{T}^{sr} \Big|_e + \sum_{i=1}^N \mathbf{T}^{sAi} \Big|_e + \mathbf{T}_{wm}^s \Big|_e \right) \bullet \mathbf{e}_\lambda = \sum_{i=1}^N \left(\left[-p^s + \rho g (\zeta^{iSA} - \zeta^s) \right] n_\lambda^{sA} + \left[-p^s + \rho g (\zeta_{ext}^{sA} - \zeta^s) \right] n_\lambda^{sA_{ext}} \right) - \bar{\boldsymbol{\tau}}^s \bullet \mathbf{e}_\lambda$$

où n_λ^{sA} est la composante sur \mathbf{e}_λ du vecteur normal à la surface d'échange A entre les REWs et $n_\lambda^{sA_{ext}}$ est la composante sur \mathbf{e}_λ du vecteur normal à la surface d'échange A_{ext} avec l'extérieur. \mathbf{e}_λ représente l'un ou l'autre des deux axes horizontaux.

- Le terme hors équilibre $\bar{\boldsymbol{\tau}}^s$ s'écrit avec un développement de Taylor au premier ordre :

$$\text{Éq. 55} \quad \bar{\boldsymbol{\tau}}^s \bullet \mathbf{e}_\lambda = -R^s \nu_\lambda^s$$

avec par exemple :

$$\text{Éq. 56} \quad R^s = \frac{\varepsilon y^s \rho g}{K_s^s}$$

L'équation finale à résoudre se présente alors sous la forme suivante :

Éq. 57

$$0 = \sum_{i=1}^N \left(\left[-p^s + \rho g (\zeta^{iSA} - \zeta^s) \right] A_\lambda^{sA} + \left[-p^s + \rho g (\zeta_{ext}^{sA} - \zeta^s) \right] A_{\lambda_{ext}}^{sA} \right) - [K_s^s]^{-1} \varepsilon y^s \rho g \nu^s$$

3.5 LA RIVIERE :

Rappelons tout d'abord qu'un seul brin de rivière équivalent est conservé par REW. L'ordre de celui-ci est déterminé par le seuil choisi par l'utilisateur. Le réseau hydrographique se présente

alors comme un assemblage de brins dont l'organisation est celle des REWs. Chaque brin connaît ses voisins amont à droite et à gauche et son voisin aval.

3.5.1 Conservation de la masse :

La variable que l'on cherche à déterminer par cette équation est la section en travers de la rivière m^r [m²]. L'équation de conservation de la masse prend en compte les échanges entre la rivière et la surface saturée e^{ro} [kg.s⁻¹]; l'échange avec l'atmosphère e^{rtop} [kg.s⁻¹] (pluie ou évaporation) ainsi que les flux d'échange avec les brins amont droit e^{rin} [kg.s⁻¹], amont gauche e^{lin} [kg.s⁻¹], et aval e^{out} [kg.s⁻¹] :

$$\text{Éq. 58} \quad \frac{d}{dt}(\rho l^r m^r) = e^{rs} + e^{ro} + e^{rtop} + e^{out} + e^{rin} + e^{lin}$$

Rappelons que l^r [m] est la longueur du brin équivalent.

- Le terme e^{rs} a été déterminé ci-dessus (Éq. 47).
- Le terme d'échange entre la rivière et la surface saturée est paramétré comme une fonction de la vitesse dans la zone O.

$$\text{Éq. 59} \quad e^{ro} = -2\rho v^o \cdot y^o l^r$$

où v^o [m.s⁻¹] et y^o [m] sont respectivement la vitesse et l'épaisseur de la lame d'eau dans la zone O.

- Le terme d'échange avec l'atmosphère est égal à la pluie (d'intensité I_{rain}) atteignant la surface de la rivière (produit de la longueur du brin équivalent l^r [m] par la largeur au miroir moyenne w^r [m]) lorsqu'il pleut, c'est-à-dire :

$$\text{Éq. 60} \quad e^{rtop} = \rho I_{rain} l^r w^r$$

Lorsqu'il ne pleut pas, l'échange avec l'atmosphère se caractérise par une évaporation au taux potentiel E_p :

$$\text{Éq. 61} \quad e^{rtop} = \rho ETPl^r w^r$$

Les termes d'échanges du brin i avec les brins de rivière j amont et aval sont paramétrés en fonction de la vitesse moyenne entre les brins :

$$\text{Éq. 62} \quad e^{rji} = \alpha^{rji} \left(\frac{\vec{v}^{rj} + \vec{v}^{ri}}{2} \right) \cdot \vec{A}^{rij}$$

soit

$$e^{rji} = \alpha^{rji} \left(\frac{v^{rj} + v^{ri}}{2} \right) \cdot \left(\frac{m^{rj} + m^{ri}}{2} \right)$$

A^{rij} est l'aire de la surface d'échange entre les brins i et j , approximée par la moyenne des sections en travers $\frac{m^{rj} + m^{ri}}{2}$.

Les coefficients α^{rji} sont différents pour l'amont et pour l'aval :

$$\text{Éq. 63} \quad \alpha^{rji} = \rho \frac{m^{rj}}{m^{ri}} \text{ pour les brins amont}$$

$$\text{Éq. 64} \quad \alpha^{rji} = \rho \frac{m^{ri}}{m^{rj}} \text{ pour les brins aval}$$

L'équation finale a donc la forme suivante :

Éq. 65

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\rho l^r m^r) = & -\frac{P^r l^r K_s^r}{\Lambda_r} \rho (y^r + \zeta^r - y^s - \zeta^s) + e^{rtop} + \rho \frac{m^{out}}{m^r} \left(\frac{v^r + v^{out}}{2} \right) + \rho \frac{m^r}{m^{rin}} \left(\frac{v^r + v^{rin}}{2} \right) \\ & + \rho \frac{m^r}{m^{lin}} \left(\frac{v^r + v^{lin}}{2} \right) - 2\rho l^r v^o y^o \end{aligned}$$

3.5.2 Conservation de la quantité de mouvement :

La résolution de l'équation de conservation de la quantité de mouvement pour la rivière va permettre de calculer la vitesse dans la rivière v^r [m.s⁻¹]. Le produit de cette vitesse par la section en travers (obtenue par la résolution de l'équation de conservation de la masse) fournit le débit Q^r [m³.s⁻¹]. Cette équation prend en compte la force de pression s'exerçant sur la surface de la rivière \mathbf{T}^{rtop} [kg.m.s⁻²]; les forces de pression s'exerçant sur le lit de la rivière \mathbf{T}^{rs} [kg.m.s⁻²]; les forces s'exerçant entre la rivière et la surface saturée \mathbf{T}^{ro} [kg.m.s⁻²]; et pour finir les forces de pression aux extrémités du brin de rivière : amont droit \mathbf{T}^{rin} [kg.m.s⁻²], amont gauche \mathbf{T}^{lin} [kg.m.s⁻²], aval \mathbf{T}^{rout} [kg.m.s⁻²].

$$\text{Éq. 66} \quad (\rho l^r m^r) \frac{d}{dt} \mathbf{v}^r = \rho g l^r m^r + \mathbf{T}^{rtop} + \mathbf{T}^{rs} + \mathbf{T}^{ro} + \mathbf{T}^{rin} + \mathbf{T}^{lin} + \mathbf{T}^{rout}$$

- La projection sur le vecteur normal à la section en travers de la rivière permet l'annulation de certains termes. Il ne reste alors que les termes suivants :

$$\text{Éq. 67} \quad (\mathbf{T}^{rs} + \mathbf{T}^{rout} + \mathbf{T}^{rin} + \mathbf{T}^{lin}) \cdot \mathbf{n}^r = -p^r A^{out} + p^r A^{rin} + p^r A^{lin} - \boldsymbol{\tau}^r \cdot \mathbf{n}^r$$

où p^r [$\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$] est la pression dans la rivière.

- Dans le développement de Taylor du terme hors équilibre, on ne conserve que le terme de second ordre :

$$\text{Éq. 68} \quad \boldsymbol{\tau}^r = R^r \mathbf{v}^r + U^r \mathbf{v}^r \mathbf{v}^r$$

avec R^r nul et U^r s'écrit comme un coefficient de type Darcy-Weissbach :

$$\text{Éq. 69} \quad U^r = \frac{1}{8} \rho P^r l^r f^r$$

Le terme de friction f^r [-] peut être relié à la rugosité du lit e^r [m] et à une échelle de grandeur, qui sera ici la hauteur maximale dans le chenal Y^r [m] (Snell et Sivapalan, 1995) :

$$\text{Éq. 70} \quad \frac{1}{\sqrt{f^r}} = 0,248 + 2,28 \log \left[\frac{Y^r}{e^r} \right]$$

D'autres auteurs ont travaillé avec le rayon hydraulique (Keulegan, 1938) ou la hauteur moyenne (Bray, 1979).

L'incertitude liée à la détermination du coefficient de frottement (Éq. 70) m'a amené à reprendre le calcul de cette force de friction au fond du lit. Alors que cette méthode est présentée dans la théorie du modèle REW-v4.0, le code de calcul ne se présente pas tout à fait sous cette forme. Pour cause d'instabilités numériques liées à l'utilisation de l'équation Éq. 70, cette ligne est en commentaire et le coefficient de Darcy-Weissbach est lu directement dans le fichier paramètre. Or, les tables de coefficients de Darcy-Weissbach sont difficiles à trouver, à la différence des tables de coefficient de Manning-Strickler. Par contre, il est facile de convertir un coefficient de Manning n [$\text{m}^{-1/3}.\text{s}$] en coefficient de Darcy-Weissbach f^r , par l'intermédiaire du rayon hydraulique R [m].

$$\text{Éq. 71} \quad f^r = 8gR^{-1/3}n^2$$

C'est avec cette procédure que j'ai décidé de déterminer la force de friction au fond de la rivière.

- Il reste à déterminer les caractéristiques géométriques du lit, à savoir la hauteur maximale dans le bief Y^r [m] et son périmètre mouillé P^r [m]. Pour cela, le modèle REW-v4.0 utilise les relations de géométrie hydraulique proposées par Leopold et Maddock (1953) qui relient la hauteur moyenne y^r [m], la vitesse moyenne v^r [m.s^{-1}] et la largeur moyenne w^r [m] de la rivière au débit ($Q^r = m^r v^r$).

$$\begin{aligned}
 w^r &= a(m^r v^r)^b \\
 \text{Éq. 72} \quad y^r &= c(m^r v^r)^f && \text{avec } a \times c \times k = 1 \\
 v^r &= k(m^r v^r)^n && \text{et } b + f + n = 1
 \end{aligned}$$

Les coefficients a, c, k et les exposants b, f, n sont à déterminer à partir des données de débits et des sections en travers. Les coefficients dépendent du bief considéré mais les exposants sont indépendants du temps et de l'espace. La somme des exposants vaut 1 ainsi que le produit des coefficients multiplicatifs afin que le produit de la hauteur par la largeur et la vitesse redonne bien le débit. Nous verrons dans le chapitre suivant lesquels de ces paramètres nous avons pu déterminer à partir des données disponibles sur le bassin versant de la Donga, et comment.

Ces paramètres permettent de calculer en chaque pas de temps la hauteur maximale dans le bief Y^r et le périmètre mouillé P^r :

$$\text{Éq. 73} \quad Y^r = y^r \left(1 + \frac{f}{b} \right)$$

$$\text{Éq. 74} \quad P^r = 2 \int_0^{Y^r} \sqrt{1 + \frac{1}{4} \left(\frac{dw}{dy} \right)^2} dy$$

Où dw et dy sont respectivement la largeur élémentaire et la hauteur élémentaire du bief.

Soulignons que les relations de Leopold et Maddock (1953), bien que faisant intervenir le débit et la vitesse dans le bief, ne sont utilisées ici que pour calculer les caractéristiques géométriques du bief. La vitesse moyenne v^r dans la rivière est calculée par l'intermédiaire de l'équation de conservation de la quantité de mouvement (Éq. 75). La résolution de l'équation de conservation de la masse (Éq. 65) fournit quant à elle la section en travers moyenne du bief m^r . Le produit des deux nous donne le débit Q^r .

Pour finir, rappelons la forme finale de l'équation de conservation de la quantité de mouvement dans la rivière :

$$\text{Éq. 75}$$

$$\boxed{(\rho l^r m^r) \frac{dv^r}{dt} \bullet \mathbf{n}^r = \rho m^r l^r \mathbf{g} \bullet \mathbf{n}^r - p^r A^{out} + p^r A^{rin} + p^r A^{lin} - \frac{1}{8} \rho P^r l^r f^r |v^r| v^r}$$

3.6 LA SURFACE SATURÉE : ZONE O

3.6.1 Conservation de la masse :

La résolution de l'équation de conservation de la masse permettra de déterminer l'épaisseur de la lame d'eau y^o [m] sur la surface saturée :

$$\text{Éq. 76} \quad \frac{d}{dt}(\rho y^o \omega^o \Sigma) = e^{os} + e^{or} + e^{otop}$$

où e^{os} [kg.s⁻¹] est le terme d'échange avec la zone saturée, à travers la surface ; e^{or} [kg.s⁻¹] est le flux d'échange avec la rivière à travers les bords du chenal et e^{otop} [kg.s⁻¹] est le flux d'échange avec l'atmosphère soit en terme de pluie, soit en terme d'évaporation.

- Les termes d'échange avec la zone saturée et la rivière ont déjà été paramétrés (respectivement Éq. 43 et Éq. 59).
- Le terme d'échange avec l'atmosphère s'écrit comme suit lorsqu'il pleut :

$$\text{Éq. 77} \quad e^{otop} = \rho I_{rain} \omega^o \Sigma$$

Entre les événements pluvieux, l'évapotranspiration se fait au taux potentiel mais est limité au terme e^{so} :

$$\text{Éq. 78} \quad e^{otop} = -\min[e^{so}, \rho ETP \omega^o \Sigma]$$

Rappelons ici la forme finale de l'équation de conservation de la masse qui sera alors à résoudre.

Éq. 79

$$\frac{d}{dt}(\rho y^o \omega^o \Sigma) = -\frac{K_s^s \omega^o \Sigma}{\cos(\gamma^o) g \Lambda_s} (\zeta^o \rho g - p^s - \zeta^s \rho g) + 2\rho l^r y^o v^o + \min\left[\frac{K_s^s \omega^o \Sigma}{\cos(\gamma^o) g \Lambda_s} (\zeta^o \rho g - p^s - \zeta^s \rho g), \rho ETP \omega^o \Sigma\right]$$

3.6.2 Conservation de la quantité de mouvement :

L'équation de conservation de la quantité de mouvement permet quant à elle de déterminer la vitesse sur la surface saturée v^o [m.s⁻¹] :

$$\text{Éq. 80} \quad (\rho\omega^o y^o) \frac{d}{dt} \mathbf{v}^o = \rho\mathbf{g}\omega^o y^o + \mathbf{T}^{os} + \mathbf{T}^{or} + \mathbf{T}^{otop}$$

\mathbf{T}^{os} [kg.m⁻¹.s⁻²] correspond aux forces de pression s'exerçant entre la surface saturée et la zone saturée, \mathbf{T}^{or} [kg.m⁻¹.s⁻²] à celles s'exerçant entre la rivière et la surface saturée et pour finir \mathbf{T}^{otop} [kg.m⁻¹.s⁻²] à celles s'exerçant sur la surface libre.

La lame d'eau étant mince et la pression équivalente à la pression atmosphérique, le seul terme non nul est le terme de frottement :

$$\text{Éq. 81} \quad \bar{\boldsymbol{\tau}}^o \bullet \mathbf{n}^o = R^o v^o + U^o |v^o| v^o$$

Comme pour la rivière, on ne conserve que le terme d'ordre 2 et on exprime son coefficient à l'aide d'une formule de Chézy-Manning :

$$\text{Éq. 82} \quad U^o = \rho\omega^o n^o$$

où n^o est le coefficient de Manning pour la surface saturée.

L'équation finale se présente alors sous cette forme :

$$\text{Éq. 83} \quad (\rho\omega^o y^o) \frac{d}{dt} \mathbf{v}^o \bullet \mathbf{n}^o = \rho\omega^o y^o \mathbf{g} \bullet \mathbf{n}^o + \rho\omega^o n^o |v^o| v^o$$

3.7 CONCLUSION DU CHAPITRE

Nous avons vu dans ce chapitre les éléments fondateurs du modèle REW-v4.0. Ce modèle repose sur un découpage du bassin en sous-bassins donc en unités hydrologiques : les REWs. Un REW est constitué de cinq zones : U, S, O, C et R.

L'originalité de ce modèle réside dans l'écriture d'équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement en un point représentatif du REW. Une paramétrisation adéquate permet de connaître les flux de masse et de quantité de mouvement échangés entre les zones et entre les REWs. Dans cette première approche assez simple, ceci passe par la spécification de longueurs caractéristiques régissant les échanges de masse entre les zones (ou sur lesquelles les gradients ont un sens), les L_i . Ces dernières ont pour l'instant été dérivées à partir d'hypothèses très simples, mais suffisantes pour évaluer, comme c'est notre objectif, le potentiel de l'outil numérique.

Ce modèle permet donc une modélisation de plusieurs compartiments du cycle hydrologique de façon spatialisée et à travers une approche novatrice dans la paramétrisation des processus puisque dans certains cas, des lois similaires aux lois locales sont dérivées à l'échelle des sous-bassins versants (loi de Darcy, relation de Manning,...).

4^{ème} chapitre : Mise en œuvre du modèle REW-v4.0 sur le bassin de la Donga

Après la description du modèle et des données faite aux chapitres précédents, nous allons voir dans les deux chapitres qui suivent la mise en œuvre concrète du modèle. Avant même de commencer à utiliser le modèle, se pose la question de la détermination des variables d'entrée, des paramètres et des conditions à la limite et initiales nécessaires au fonctionnement du modèle.

Nous avons vu précédemment que le bassin doit être découpé en sous-bassins versant selon l'ordre de Strahler. Sur chacun des REWs, la pluie moyenne et l'évapotranspiration potentielle sont les données d'entrées. Les paramètres du modèle concernent la géométrie du sous-sol, les propriétés physiques des sols, la liaison entre la hauteur de nappe et la surface saturée et la géométrie et la rugosité des brins de rivière. Ces paramètres doivent être définis pour chaque REW.

Les conditions aux limites ne doivent être spécifiées que pour la zone saturée ; la notion de bassin versant assure qu'aucun flux vers l'extérieur n'ait lieu depuis la zone non saturée. Dans ce qui suit, nous considérerons que toutes les frontières du bassin sont perméables. Cette hypothèse pourra être revue dans un travail futur, selon les résultats des études géophysiques sur le bassin.

Les conditions initiales concernent la hauteur de la nappe, le degré de saturation de la zone non saturée et le débit initial. Elles sont à spécifier pour chaque REW mais seront considérées égales sur tous les REWs dans la suite de ce travail. En commençant les simulations au 1^{er} janvier 1998, les conditions initiales de débit et d'humidité des sols sont connues (débit nul en tout point du bassin et sol sec). Pour m'affranchir des conditions initiales sur la nappe et la zone non saturée, j'ai choisi de simuler trois fois d'affilée les années, en réinjectant les conditions finales en tant que conditions initiales pour chaque nouvelle itération. 3 itérations permettent d'obtenir un système stable où les conditions initiales estimées a priori n'ont plus d'influence sur les résultats.

Le tableau suivant résume les données nécessaires à l'utilisation du modèle, les conditions initiales, les conditions aux limites à spécifier ainsi que l'ensemble des paramètres à déterminer avec une indication concernant les différentes sources utilisées pour leur spécification.

CATEGORIE	SYMBOLE	NOM	UNITE	REMARQUES	
Entrées	I_{rain}	pluie	REW	pas de temps à spécifier	
	ETP	évapotranspiration potentielle	REW	pas de temps à spécifier	
CL	z^s	profondeur moyenne du socle	REW	cartes du sous-sol non disponibles sur la Donga (§ 4.1.1.)	
	b_{flux}	conditions de flux vers l'extérieur dans la zone S	REW situé sur les bords du bassin	pas d'information pour la Donga toutes les frontières sont supposées perméables	
CI	s^u	degré de saturation initial de la zone U	REW	3 itérations pour s'affranchir de ces conditions initiales	
	y^s	position initiale de la zone S	REW		
	y^r	hauteur d'eau initiale dans la zone R	REW	Début des simulations au 1er janvier Débit nul	
Paramètres					
Sol / Zone U	λ	paramètre de forme de l'équation de Brooks et Corey	REW	Déterminer la valeur moyenne par REW par krigeage (§ 4.2)	
	h_e	pression d'entrée d'air dans le modèle de Brooks et Corey	REW	Déterminer la valeur moyenne par REW à l'aide de la pédologie (§ 4.2)	
Sol / Zone U et Zone S	θ_s	teneur en eau à saturation	REW	Déterminer la valeur moyenne par REW à l'aide de la pédologie (§ 4.2)	
	K_s	conductivité hydraulique à saturation	REW		
Rivière	a_{bv}, c_{bv}, k_{bv}	coefficients multiplicatifs de Leopold et Maddock (1953)	l'ensemble du bassin	Existence de valeurs par défaut. Est-il possible de les déterminer pour la Donga, à l'aide des données des 6 stations limnimétriques? (§ 4.4)	
	b_{bv}, f_{bv}, n_{bv}	exposants de Leopold et Maddock (1953)	l'ensemble du bassin		
	ψ_{bv}, ν_{bv}	coefficients de Leopold et Maddock (1953) liant le débit et l'aire drainée	l'ensemble du bassin		
	b_{st}, f_{st}, n_{st}	exposants de Leopold et Maddock (1953)	REW		
	K_s^r	conductivité hydraulique	REW		Table
	n^r	coefficient de Manning-Strickler	REW		Table
Surface	n^c	coefficient de Manning-Strickler	REW	Table	
	p	paramètre contrôlant le ruissellement sur surface saturée	REW	Relation linéaire préconisée par Reggiani et al. (2000) + évoquent un lien avec les indices topographiques. (§ 4.3)	

Tableau 10 : Eléments à spécifier pour l'utilisation du modèle REW-v4.0 et sources d'information utilisées.

Ce chapitre traite de la détermination de la géométrie et des paramètres des REWs. La première partie est consacrée à la géométrie des REWs, c'est-à-dire aux différents découpages retenus, à la position des stations limnimétriques et piézométriques sur les REWs et à la taille du réservoir sol. Dans une deuxième partie, nous verrons la détermination d'une distribution pertinente des propriétés hydrodynamiques des sols. Nous étudierons ensuite la liaison entre la nappe et la surface saturée, avec

pour objectif de la caractériser géométriquement pour chaque REW. Enfin, nous tenterons de déterminer les paramètres de géométrie hydraulique à partir des différentes données de débits dont nous disposons.

4.1 DECOUPAGE DU BASSIN EN REWS

L'extraction du réseau hydrographique et le découpage en sous-bassin versant se fait à l'aide des algorithmes de TarDEM (Tarboton ; 1997) et à partir d'un Modèle Numérique de Terrain (MNT). La grille du MNT doit couvrir une aire plus grande que le bassin versant. Pour chaque pixel, un algorithme de type d8 définit la direction de drainage à l'aide d'un indice allant de 1 à 8 selon le schéma suivant :

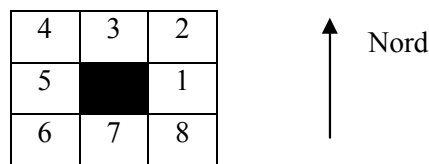


Figure 37 : Direction de drainage dans l'algorithme de type d8.

Cet algorithme permet de définir également la pente, puis l'aire drainée. Les coordonnées de l'exutoire du bassin versant permettent de définir ses limites et donc son réseau hydrographique propre. L'extraction de celui-ci peut se faire selon plusieurs options qui vont de la définition d'une surface drainée seuil (ou d'une pente seuil, d'une longueur seuil, ou d'un ordre de Strahler seuil) à l'algorithme de Peuker et Douglas (1975). Tarboton suggère d'utiliser cette dernière option qui s'appuie sur un lissage du MNT puis sur l'identification des parties courbes du réseau de drainage. L'aire contributive sera calculée uniquement sur les pixels responsables de cette courbure. Le seuil porte alors sur cette aire drainée particulière. D'après Tarboton et Shankar (1998), cette méthode permet de rendre compte de la variabilité spatiale naturelle de la densité de drainage. Pour finir, le choix de la finesse du découpage en sous-bassins versants se fait par l'intermédiaire d'un ordre de Strahler que l'on souhaite considérer dans le réseau hydrographique.

Le MNT disponible sur le bassin versant de la Donga a une résolution de 30 m. Il a été obtenu par digitalisation des diverses cartes disponibles sur la haute vallée de l'Ouémé, puis par interpolation à une résolution de 30 m. Il permet d'extraire les limites du bassin versant, les sous-bassins versants définis par les 5 stations limnimétriques et le réseau hydrographique (Figure 38).

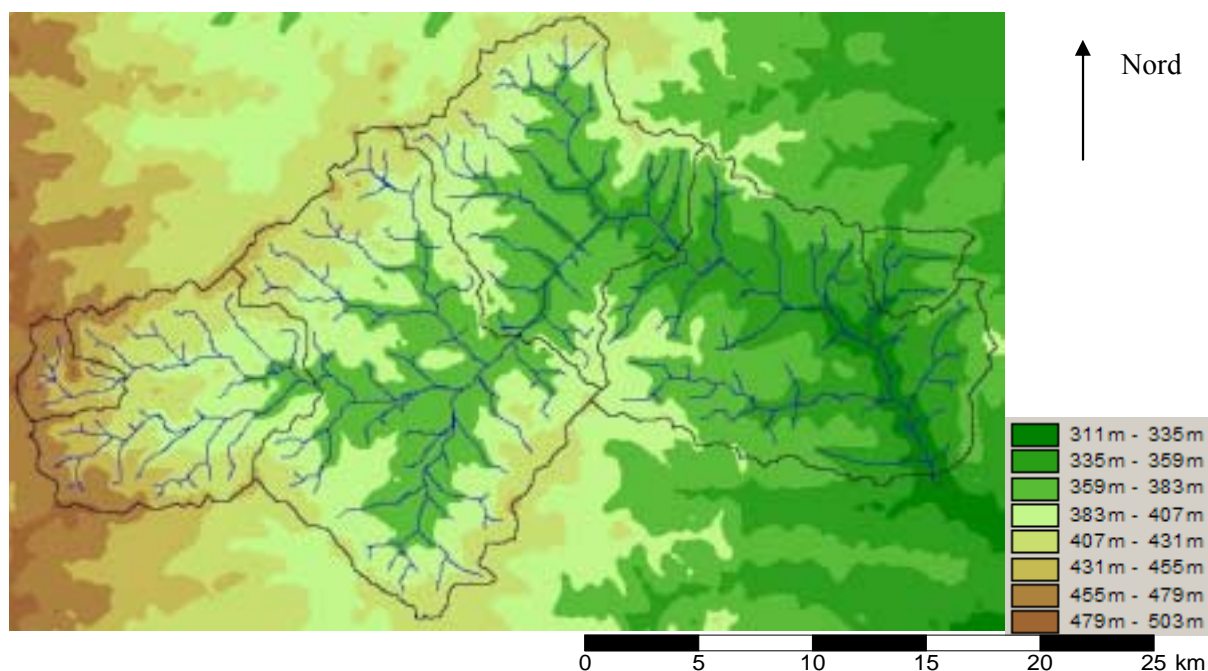


Figure 38 : Topographie, réseau hydrographique et sous-bassins

Pour juger de la bonne qualité de notre MNT, nous avons comparé le réseau hydrographique extrait à celui de la carte IGN au 1/25 000^e de la zone. Celle-ci date de 1956 et présente certaines inexactitudes ; elle donne néanmoins une bonne idée de la densité du réseau hydrographique réel. Le réseau extrait correspond bien au réseau hydrographique de la carte, dans la mesure où les brins d'ordre 1 sont des tronçons non permanents tracés en pointillés sur la carte.

L'exutoire est situé sur un brin d'ordre 5. Le Tableau 11 propose le nombre de REWs et leurs caractéristiques principales selon l'ordre de Strahler retenu. Il montre, qu'à l'ordre 2 ou 3, on peut obtenir des sous-bassins de très petites tailles <0,5km², voisinant avec des bassins beaucoup plus grands. Les distributions statistiques des surfaces sont fortement dissymétriques vers les petites surfaces. L'élongation des sous-bassins, caractérisée par le rapport du moment d'inertie minimal au moment d'inertie maximal (Moussa, 2003), augmente légèrement avec l'ordre de Strahler : de 0,34 à l'ordre 1 à 0,39 à l'ordre 4. Les sous-bassins sont de forme plutôt allongée en moyenne (Seibert, 2004).

Le découpage à l'ordre 5 ne fournit qu'un seul REW qui est le bassin entier. Un découpage à l'ordre 4 fournit 3 REWs de surface relativement grande. Ces deux découpages semblent trop grossiers pour la modélisation que nous souhaitons mettre en place. Je ne retiendrai donc que les découpages à l'ordre 3 et à l'ordre 2. Le bassin est alors découpé respectivement en 23 et 117 REWs. Si on descend jusqu'à l'ordre 1, on obtient 450 REWs et donc des mailles de calcul inférieures au km². Cette finesse de découpage ne peut pas être documentée pour le moment, en terme de pluie, de propriétés des sols, etc. Il n'est donc pas nécessaire d'utiliser un découpage si fin, si les données ne

peuvent l'alimenter. On pourra l'envisager lorsque par exemple le radar pluviométrique de Djougou sera opérationnel.

ordre	Nombre de REWs	surface moyenne (km ²)	surface minimale (km ²)	surface maximale (km ²)	Ecart-type (km ²)
1	453	1.3	0.9x10 ⁻³	7.8	1.1
2	117	5.0	0.3	20.3	3.7
3	23	25.5	0.3	77.1	21.1
4	3	195.3	69.7	313.3	
5	1	586.0	586	586	

Tableau 11 : Nombre de REWs et principales caractéristiques selon l'ordre de Strahler choisi

Les figures suivantes montrent les cartes des deux découpages retenus : Figure 39 pour l'ordre 2 et Figure 40 pour l'ordre 3. Les points figurent la position des limnimètres par rapport au découpage et aux brins de rivière retenus. Nous y revenons au paragraphe 4.1.2.

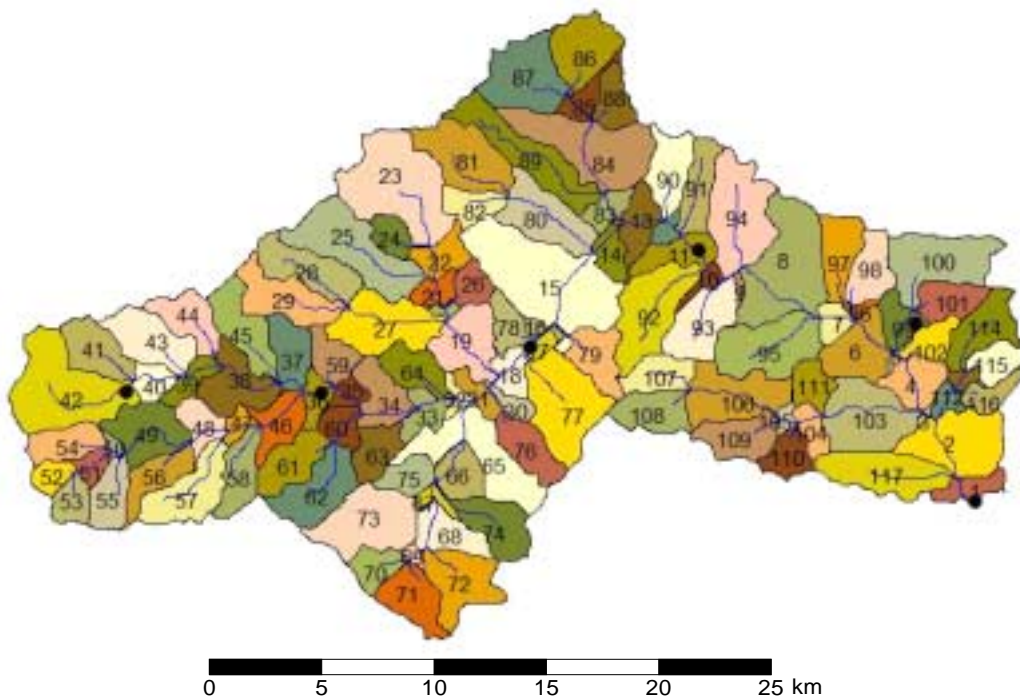


Figure 39 : Découpage à l'ordre 2 : 117 REWs

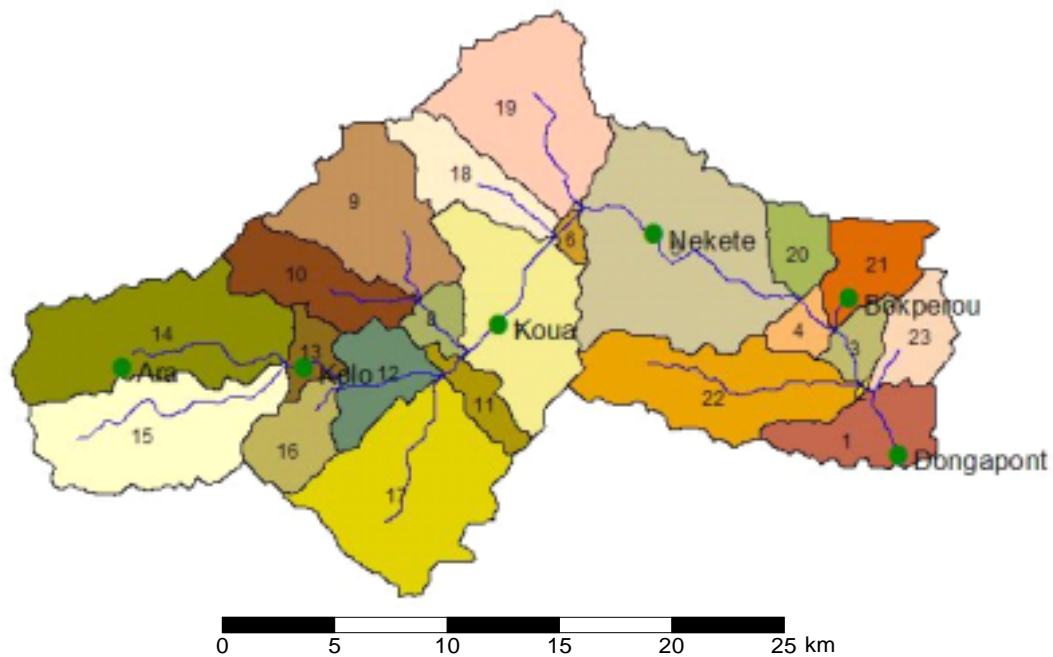


Figure 40 : Découpage à l'ordre 3 : 23 REWs

4.1.1 Caractéristiques géométriques des REWs et volume de sol selon l'ordre de découpage

Pour chaque REW, un certain nombre de caractéristiques géométriques (surface projetée, pente moyenne, altitude moyenne, surfaces d'échange entre REWs voisins, etc..) sont calculées à partir de la connaissance de la topographie en surface, mais aussi de la profondeur du socle. On calcule aussi les caractéristiques du brin de rivière représentatif de chaque REW (longueur, pente moyenne, hauteur moyenne du lit et des points haut et bas).

Chaque REW est donc défini par l'altitude moyenne de sa surface z_{surf} et un brin de rivière dont on connaît l'altitude moyenne du lit z' (voir chapitre 3, figure 4). On définit ensuite une épaisseur de sol, sous la rivière qui permet de positionner le socle imperméable. Celui-ci est donc supposé horizontal. Sa profondeur peut éventuellement être différente selon les REWs. Dans cette étude, nous utiliserons une épaisseur de sol constante pour tous les REWs, positionné sous le brin de rivière. L'épaisseur minimale du sol dans un REW est donc la différence $z_{surf} - z'$ qui varie beaucoup de REW à REW. Globalement, cette différence peut prendre des valeurs plus grandes à l'ordre 3 qu'à l'ordre 2 où les REWs sont de plus petite taille. Elle varie entre 4,73 m et 29,9 m à l'ordre 3 et entre 0,58 m et 27,58 m à l'ordre 2. On notera que cette différence est en général d'autant plus faible que la taille du REW est faible.

Nous n'avons pour l'instant que peu d'information précise sur les profondeurs de sol. Dans le cas du bassin de la Donga, il n'existe pas de carte du socle, permettant d'assigner à chaque REW sa profondeur moyenne de sol. Les premières études géophysiques laissent supposer des épaisseurs de sol de l'ordre de 10 à 15 m. L'autre source d'information est la profondeur des puits villageois sur le bassin, qui sont généralement creusés au maximum, c'est-à-dire jusqu'à rencontrer une couche très dure. Ces puits sont en moyenne creusés jusqu'à 12 m (la profondeur varie de 7,71m à 18,90 m) attestant d'une couche plus dure à cette profondeur. Toutefois, il est probable que le fond ne soit pas atteint directement mais que l'on soit dans une couche de socle dégradé, le fond se situe quelques mètres plus bas.

Au vu de ces informations, il paraît donc opportun de considérer l'épaisseur minimale de sol, c'est-à-dire de positionner le socle imperméable au niveau du fond de la rivière (voir Figure 41). Sur les têtes de bassins, cette position est probablement erronée puisque l'on positionne le socle plus haut que sa position réelle. Mais elle commence à être réaliste à l'aval puisque des cuirasses affleurent à la station de Nékété même si le socle n'est pas visible à l'exutoire.

Toutefois, si l'on considère le socle au niveau du fond de la rivière, on n'obtient pas le même volume total de sol selon que le découpage soit fait à l'ordre 3 ou à l'ordre 2. En effet, comme les différences $z_{surf} - z^r$ sont en général plus faibles à l'ordre 2, le découpage plus grossier à l'ordre 3 conduit à un volume total de sol plus important ($13.4 \times 10^9 \text{ m}^3$) qu'à l'ordre 2 ($8.8 \times 10^9 \text{ m}^3$). Cette différence importante entre les deux ordres ne permettrait pas de comparaison pertinente des composantes du cycle hydrologique modélisé, dans la mesure où la capacité de stockage du sol serait alors inégale entre les deux découpages. J'ai donc cherché à égaliser les volumes de sol entre les différents ordres pour rendre possibles les comparaisons. Comme la hauteur moyenne du socle ne peut être supérieure à celle du lit de la rivière, il n'est pas possible de diminuer le volume de l'ordre 3 lorsqu'on positionne le socle au niveau de la hauteur moyenne du brin de rivière z^r . La seule solution est donc d'augmenter le volume de l'ordre 2 en plaçant le socle à une distance l en dessous de l'altitude du lit de la rivière (Figure 41).

Pour que le volume total à l'ordre 2 soit égal à celui de l'ordre 3 (c'est-à-dire à $13.4 \times 10^9 \text{ m}^3$), il faut que le socle soit situé à 7,88 m sous le lit de la rivière. On obtient alors des épaisseurs de sol variant de 8,46 m à 35,46 m selon les REWs.

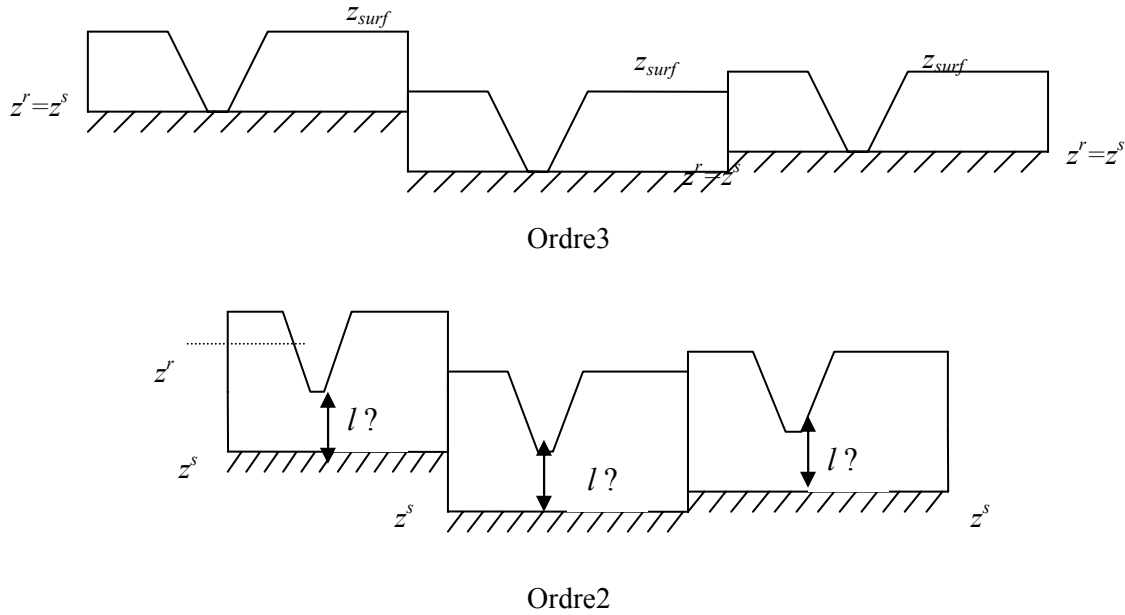


Figure 41 : Schématisation de la taille du réservoir sol selon les découpages.

4.1.2 Position des stations limnimétriques et piézométriques.

D'après les Figure 39 et Figure 40, il apparaît déjà que la comparaison des débits pour les 5 stations limnimétriques intermédiaires va être problématique, à l'ordre 3 tout du moins. Le Tableau 12 présente la position des limnimètres par rapport aux REWs pour l'ordre 2 et 3, ainsi que le rapport de l'aire drainée à la station limnimétrique sur l'aire drainée à l'exutoire du REW. Dans les cas où la position du limnimètre ne correspond pas avec un exutoire de REW, les considérer confondues engendrait probablement de larges erreurs dues à la différence d'aire drainée, qui peut être importante sur les grands REWs. Les débits simulés ont donc été corrigés par le rapport des aires drainées avant de les comparer aux débits observés.

Station	ordre 2		ordre 3	
	n° REW	rapport des aires drainées	n° REW	rapport des aires drainées
Ara	42	0.88	14	0.23
Bokpérou	99	0.92	21	0.92
Route de Kolokondé	36	0.99	13	0.94
Koua	18	0.99	7	0.90
Nékété	11	0.99	5	0.87
Donga Pont	1	1.00	1	1.00

Tableau 12 : Position des limnimètres par rapport aux REWs.

De la même façon, on peut repérer la position des piézomètres sur les REWs pour les deux ordres retenus (Tableau 13).

Puits villageois	n° REW	
	ordre 2	ordre 3
Babayaka	42	14
CPR-Sosso	81	18
Djougou	62	16
Dendougou	65	17
Foyo	1	1
Gangamou	94 (ext.)	5 (ext.)
Gaounga	2	1
Koko-sika	114	23
Koua	79	7
Pamido	57	15
Sankoro	88 (ext.)	19 (ext.)
Tewamou	97	20
Ananiga	117	1
Belefoungou	23	9
Bortoko	98	20
Djakpengou	29	10
Founga	53/55 (ext.)	15 (ext.)
Kolokondé	86	19

Tableau 13 : Position des puits villageois sur les REWs. (« ext. » fait référence au fait que certains puits sont situés légèrement en dehors du bassin versant)

Le découpage à l'ordre 3 présente l'avantage de pouvoir avoir plusieurs mesures de hauteurs de nappe sur le même REWs. Par exemple, il y a trois puits suivis sur le REW n°1 : Ananiga, Foyo et Gaounga. Alors que le modèle fournit une hauteur de nappe moyenne pour l'ensemble du REW, les mesures faites dans les puits, en plus d'être incertaines du fait des prélèvements domestiques, sont ponctuelles. Or nous avons vu précédemment qu'il était plus que délicat d'envisager une interpolation des mesures ponctuelles faites dans les puits. La possibilité d'avoir plusieurs mesures sur le même REW permet alors d'avoir une fourchette de la hauteur de nappe sur le REW, qui permettra peut-être de rendre compte de la variabilité de la réponse de la nappe au sein du REW. C'est à l'aide de cette fourchette que nous serons les mieux à même d'évaluer la représentation moyenne de la nappe à l'échelle du REW que fournit le modèle. Néanmoins le découpage à l'ordre 2 permet d'évaluer cette représentation de la nappe en de plus nombreux REWs mais avec en général un seul point par REW, d'où le problème de représentativité de cet unique point de mesure.

4.2 DETERMINATION D'UNE DISTRIBUTION PERTINENTE DES PARAMETRES DE SOL.

L'utilisation du modèle REW-4.0 suppose la connaissance de propriétés hydrodynamiques du sol représentatives pour chaque REW. Les mesures dont nous disposons sont ponctuelles et il est donc nécessaire de les intégrer pour obtenir les valeurs correspondantes à l'échelle du REW. Rappelons que l'objectif dans cette opération serait de trouver les valeurs des paramètres conduisant au même flux à l'échelle du REW que si on agrégeait les flux issus d'unités plus petites prenant en compte l'hétérogénéité spatiale. Il est donc évident que ces paramètres n'auront pas les mêmes valeurs (numériques) que ceux que l'on déterminera à l'échelle locale par les mesures, mais ils permettront une représentation du même phénomène physique à une plus grande échelle. Ils proviennent de la dérivation des lois de conservations de la masse et de la quantité de mouvement à l'échelle du REW, tel que cela est proposé par Reggiani et al. (1998, 1999). Pour l'instant aucune règle de détermination de ces paramètres à de grandes échelles n'existe ; et c'est là la difficulté à laquelle nous nous heurtons sur le bassin de la Donga comme sur tout autre bassin.

A partir du découpage en sous-bassins et de l'analyse des données issues des mesures d'infiltration (cf. chapitre 2), nous allons essayer de déterminer un jeu de paramètre de sol par REW comprenant les paramètres de texture et les paramètres de structure.

Nous avons vu que la variabilité spatiale des paramètres de texture λ était bien décrite par un variogramme sphérique de portée 25 km (cf. chapitre 2). La connaissance de la variabilité spatiale de ce paramètre à l'échelle du bassin versant et l'existence d'une corrélation spatiale permet donc de dériver assez facilement, grâce aux outils de la géostatistique (détermination du variogramme et krigeage par blocs), une valeur moyenne par REW. Rappelons que cette texture moyenne doit être maniée avec précaution puisque sa représentativité à l'échelle du REW n'est pas prouvée (cf. chapitre

2). Le deuxième paramètre η sera pris égal à $\frac{2}{\lambda} + 3$, comme c'est souvent le cas avec les modèles de Brooks et Corey (1964).

La détermination d'une distribution des paramètres de structure K_s et θ_s à l'échelle du bassin est moins immédiate. Nous avons vu au chapitre 2 que même en surface la variabilité spatiale de ces paramètres était méconnue. D'autre part, nous ne connaissons par leur variabilité sur la verticale, ce qui pour les paramètres de structure encore plus que pour les paramètres de texture peut être particulièrement préjudiciable. La représentation du sous-sol dans le modèle REW-v4.0 sous forme d'un seul réservoir homogène demande la détermination d'une conductivité hydraulique à saturation et d'une teneur en eau à saturation représentative à l'échelle du REW, et donc qui intègre à la fois la variabilité spatiale de ces paramètres horizontalement et verticalement. Ceci conforte encore le fait que

les valeurs numériques des paramètres équivalents à l'échelle du REW seront différentes des paramètres mesurés en surface, le problème restant entier quant à la détermination de ces valeurs numériques.

Ainsi je cherche une technique pour déterminer ces deux paramètres de structure K_s et θ_s , pour chaque REW. Caler ces paramètres n'est pas réaliste, étant donné le nombre de REW : même à l'ordre 3, les possibilités seraient infinies. Refsgaard (1997) souligne l'importance d'une attribution rigoureuse des paramètres pour réduire le nombre d'entre eux à caler. Ceci peut se faire à travers une distribution relative des paramètres sur éléments de la grille de calcul (Haverkamp, communication personnelle). Connaissant la distribution relative des paramètres, seule la valeur moyenne représentative à l'échelle du bassin versant est à ajuster. La valeur du paramètre sur chaque maille est déduite de la valeur moyenne par un coefficient de pondération. Si la valeur moyenne est ajustée, les coefficients de pondération restent inchangés. La réduction du nombre de paramètre est donc très intéressante puisque l'on passe d'un nombre de paramètre égal au nombre de mailles à un seul paramètre à ajuster.

Dans mon cas, je vais m'attacher à étudier la distribution relative des paramètres K_s et θ_s . L'hypothèse principale faite ici est que la distribution des K_s et θ_s pour le REW est la même que la distribution des K_s et θ_s de surface.

La superposition des cartes de REWs et de la carte des regroupements pédologiques montre que la plupart des REWs comprennent plusieurs classes de sols (exemple avec un découpage à l'ordre 3 : Figure 42). Ne prendre en compte que la classe dominante me semble réducteur, notamment par rapport à la présence de sols hydromorphes orientés nord-sud au centre du bassin (figurés en bleu sur la Figure 42) ou de sols minoritaires mais ayant des distributions de paramètres de structure distinctes des autres sols (figurés en rose sur la Figure 42). C'est pourquoi j'ai cherché à prendre en compte toutes les distributions et pas seulement la dominante.

A partir de l'étude statistique des distributions de K_s , nous connaissons le K_s moyen pour chaque distribution, $\overline{K_{s\ dist}}$. Une moyenne harmonique des $\overline{K_{s\ dist}}$, pondérée par la surface occupée par la distribution A_{distr} , permet de rendre compte de la présence de plusieurs sols, même si l'information spatiale disparaît. Nous avons donc ainsi un K_s moyen par REW, $\overline{K_{s\ REW}}$:

$$\text{Éq. 84} \quad \overline{K_{s\ REW}} = \frac{A_{REW}}{\sum_{distributions} \frac{A_{distr}}{\overline{K_{s\ dist}}}}$$

où A_{REW} est la surface totale du REW.

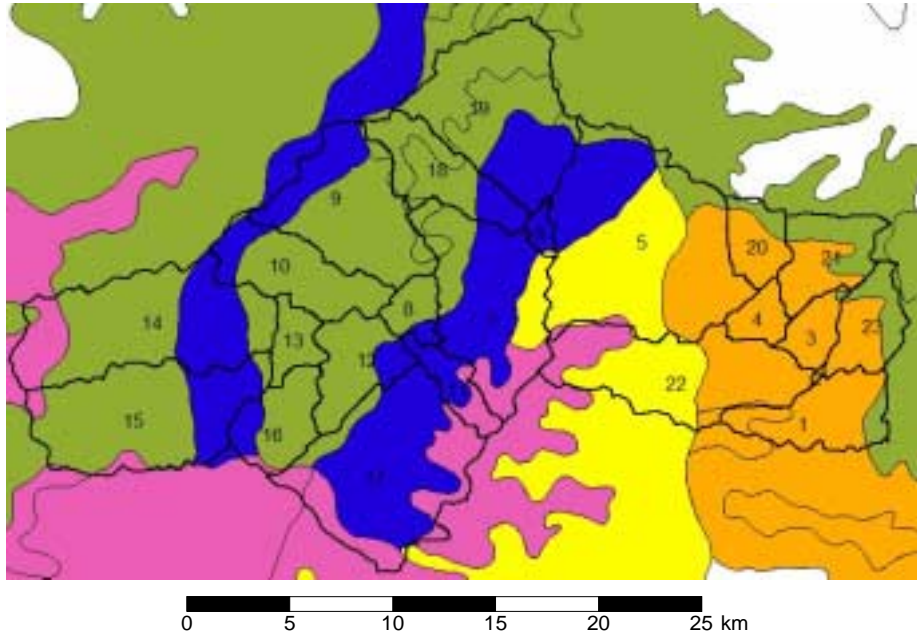


Figure 42 : Superposition du découpage en REWs (ordre3) et de la carte des regroupements pédologiques

La moyenne à l'échelle du bassin $\overline{K_{sBV}}$ est obtenue en pondérant les $\overline{K_{sREW}}$ par la surface du REW :

$$\text{Éq. 85} \quad \overline{K_{sBV}} = \frac{A_{BV}}{\sum_{REW} \frac{A_{REW}}{K_{sREW}}}$$

où A_{BV} est la surface totale du bassin versant. Le coefficient de pondération du REW α_{REW} est alors défini par :

$$\text{Éq. 86} \quad \alpha_{REW} = \frac{\overline{K_{sREW}}}{K_{sBV}}$$

La même procédure est suivie pour les teneurs en eau à saturation θ_s . Nous verrons par la suite que la moyenne à l'échelle du bassin versant $\overline{K_{sBV}}$ devra être ajustée. La valeur moyenne pour chaque REW $\overline{K_{sREW}}$ sera définie par le produit de $\overline{K_{sBV}}$ par α_{REW} (Éq. 86). Une table, située en annexe II donne pour chaque REW, le coefficient de pondération et la valeur des paramètres $\overline{K_{sREW}}$ et $\overline{\theta_{sREW}}$ après ajustement de $\overline{K_{sBV}}$ et $\overline{\theta_{sBV}}$. Pour $\overline{K_{sREW}}$, α_{REW} varie de 0,65 à 1,73 à l'ordre 2 et de 0,88 à 1,73 à l'ordre 3, ce qui est relativement faible par rapport aux variations locales du K_s (de plusieurs ordres de grandeur). Pour $\overline{\theta_{sREW}}$, α_{REW} varie de 0,90 à 1,13 à l'ordre 2 et de 0,95 à 1,13 à l'ordre 3. La variabilité de θ_s est donc plus faible que celle de K_s à l'échelle des REWs.

Cette procédure de distribution des paramètres de structure permettra d'étudier l'impact de la variabilité spatiale des paramètres de sols sur différents processus hydrologiques, en comparaison à une utilisation homogène sur le bassin de ces mêmes paramètres. D'autre part, la porosité du sol est prise égale à la teneur en eau à saturation et intervient dans la capacité de stockage du sol. Si entre deux simulations, la taille du réservoir sol disponible pour l'eau n'est pas la même, la comparaison n'a pas lieu d'être puisque la capacité de stockage du sol ne sera pas la même. L'utilisation d'une distribution relative de la porosité par rapport à une valeur moyenne permet de conserver la même capacité de stockage à l'échelle du bassin versant. La différence entre une porosité homogène ou distribuée portera donc aussi sur une distribution différente de la capacité de stockage entre les REWs, tout en conservant une capacité totale identique.

4.3 ETUDE DE LA LIAISON SURFACE SATURÉE / HAUTEUR DE NAPPE DANS LE MODELE REW-V4.0

Nous avons vu dans le chapitre consacré au modèle REW que chaque zone j est caractérisée par un pourcentage de la fraction ω^j de surface totale du REW occupée par cette même zone. En ce qui concerne la zone O, la surface saturée, cette fraction ω^0 est traditionnellement reliée à la hauteur de nappe (mécanisme de Dunne, 1978) pour laquelle on observe un affleurement à la surface. Dans le cadre de la modélisation retenue dans REW-4.0, la fraction de surface saturée ω^0 doit être reliée à la hauteur de nappe moyenne dans le REW, qui est la seule grandeur dont nous disposons. Cette relation a en effet besoin d'être complètement explicite, dans le modèle. Le MNT permet d'étudier l'évolution du pourcentage de surface saturée en fonction de la hauteur de nappe, à l'échelle du bassin versant dans son ensemble, ou à l'échelle des REWs. Pour ce faire, il suffit de faire varier virtuellement la hauteur de la nappe et de dénombrer le nombre de pixel du bassin (ou du REW) qui ont une altitude inférieure à l'altitude de la nappe (Figure 43). Ces pixels seront saturés pour cette hauteur de nappe. En faisant varier l'altitude de la nappe de l'altitude minimale à l'altitude maximale du REW ou du bassin, on obtient alors les courbes de la Figure 44 qui donnent le pourcentage de surface saturée en fonction de l'altitude de la nappe pour l'exemple d'un découpage à l'ordre 3.

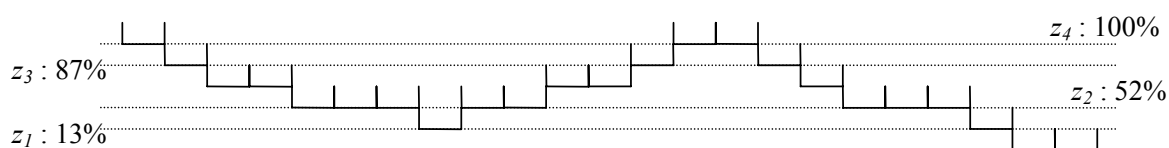


Figure 43 : Vue transversale d'un MNT sur lequel on fait varier virtuellement la hauteur de nappe

La courbe générale valable à l'échelle du bassin versant (ligne continue noire sur la Figure 44) peut être approchée par un polynôme d'ordre 4. Toutefois, il apparaît clairement qu'elle ne convient pas pour représenter l'évolution de la surface saturée sur tous les REWs. Les REWs situés à l'amont du bassin (c'est-à-dire ceux dont la surface moyenne est la plus élevée) seront situés à droite de la courbe globale : une hauteur de nappe plus importante sera nécessaire pour saturer le REW ; c'est par exemple le cas des REWs 14 et 15. En revanche les REWs situés à l'aval du bassin (c'est-à-dire ceux dont la surface moyenne est la plus faible) seront situés à gauche de la courbe globale : une remontée de la nappe engendrera rapidement une saturation de la surface ; c'est par exemple le cas des REWs 2 et 3.

Nous voyons donc que l'utilisation d'une relation générale valable à l'échelle du bassin versant ne rendrait pas compte de la variabilité spatiale de la capacité de la surface à se saturer. Il est évident que nous rejoignons ici les approches développées dans TOPMODEL par le biais de l'indice topographique. Je ferai plus tard le parallèle avec l'utilisation des indices topographiques (section 4.3.3), mais voyons d'abord l'approche développée par Reggiani et al. (2000).

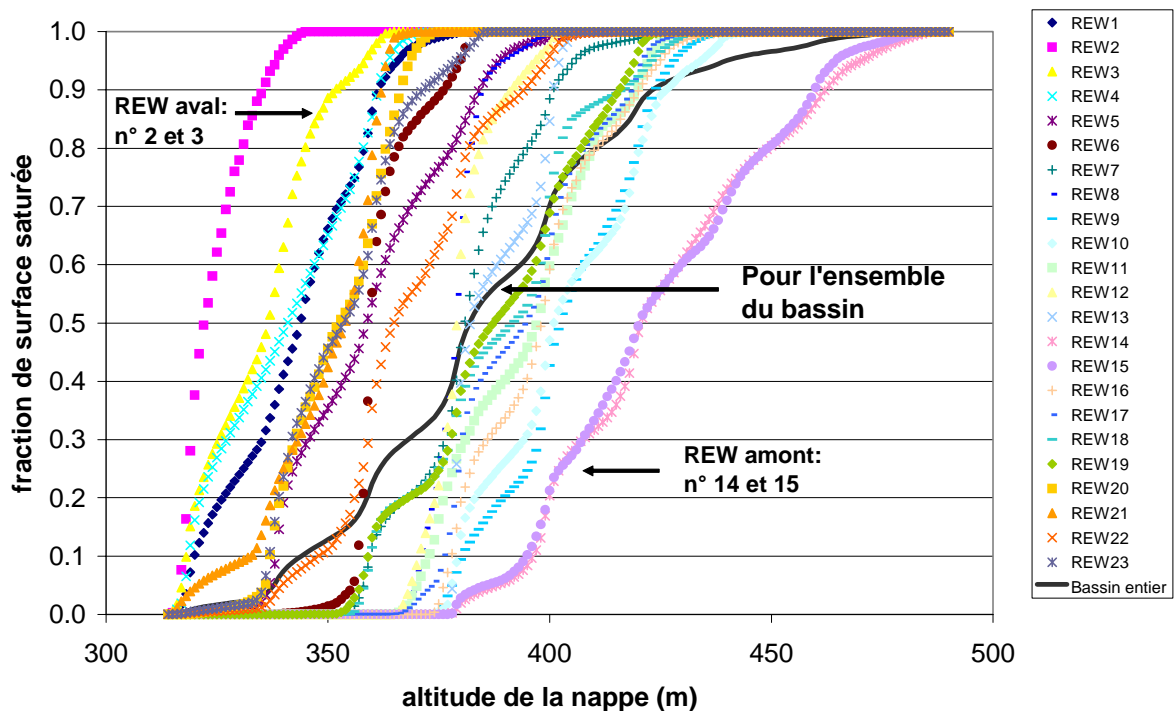


Figure 44 : Evolution de la surface saturée en fonction de la hauteur de nappe pour chacun des REWs de l'ordre 3 (23 séries ponctuelles) et pour l'ensemble du bassin versant (ligne continue noire)

4.3.1 La formulation initiale de Reggiani et al. (2000)

L'objectif est donc d'établir explicitement la relation entre le pourcentage de surface saturée et la hauteur de nappe pour chaque REW. Nous pourrions envisager un ajustement à une loi polynomiale d'ordre 4, mais cela ajouterait 5 paramètres par REW. Afin de ne pas augmenter le nombre de paramètre du modèle, l'idéal serait d'obtenir une relation générale incluant des caractéristiques géométriques propres aux REWs.

La formulation initiale de Reggiani utilise l'altitude du socle z_s , l'altitude moyenne du brin de rivière z_r et l'altitude moyenne de la surface z_{surf} :

$$\text{Éq. 87} \quad \omega^o = \left(\frac{y_s + z_s - z_r}{z_{surf} - z_r} \right)^p \quad \text{si} \quad z_r \leq y_s + z_s \leq z_{surf}$$

$$\omega^o = 1 \quad \text{si} \quad y_s + z_s \geq z_{surf}$$

$$\omega^o = 0 \quad \text{si} \quad y_s + z_s \leq z_r$$

où y_s est l'épaisseur de la nappe ($y_s + z_s$ est donc l'altitude de la nappe). Le paramètre p est donc le seul paramètre rajouté au REW pour décrire cette relation. Dans la publication de Reggiani et al. (2000), les auteurs suggèrent d'utiliser une relation linéaire et donc de prendre p égal à 1.

Cette relation m'a paru présenter l'inconvénient majeur de rendre le REW complètement saturé dès lors que l'altitude moyenne de la nappe dépassait l'altitude moyenne de la surface du REW. Avec cette relation les fractions de surface saturée étaient très proche de 1 pour tous les REWs et très peu variables au cours de l'année, ce qui ne me semble pas réaliste dans le contexte soudanien marqué par une saison sèche prolongée. D'autre part, le caractère linéaire de la relation proposée par Reggiani et al. (2000) était largement mis en défaut sur certain REWs. Par exemple, sur la Figure 45, la courbe issue du MNT est figurée en ligne pleine et la courbe issue de la formulation linéaire de Reggiani est figurée en traits et losanges. L'approximation linéaire reflète mal l'augmentation progressive du pourcentage de surface saturée avec la hauteur de nappe ; cette augmentation lente est liée à la taille relativement importante de ce REW (surface de 48 km²).

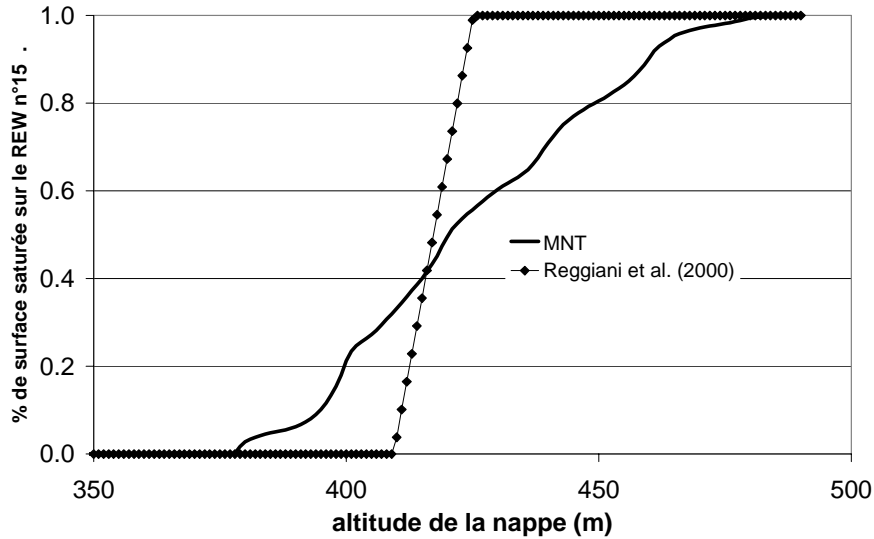


Figure 45 : Evolution de la surface saturée en fonction de l'altitude de la nappe sur le REW n°15 : MNT et formulation de Reggiani et al. (2000)

Il me paraissait donc opportun de trouver un paramètre p permettant de mieux représenter cette relation pour chaque REW, et / ou de reprendre la formulation proposée par Reggiani et al. (2000).

4.3.2 Comment améliorer cette approche ?

Sur le même modèle, j'ai alors cherché à revisiter cette relation afin qu'elle convienne mieux à la relation « théorique » issue de l'analyse du MNT et qu'elle considère donc une plus large gamme de valeurs. Aussi ai-je utilisé les altitudes minimales et maximales du REW, pour que le REW ne soit complètement saturé que lorsque l'altitude de la nappe atteint l'altitude maximale. J'ai transformé la relation de Reggiani et al. (2000) comme suit :

$$\text{Éq. 88} \quad \omega^o = \left(\frac{y_s + z_s - z_{min}}{z_{max} - z_{min}} \right)^p \quad \text{si} \quad z_{min} \leq y_s + z_s \leq z_{max}$$

$$\omega^o = 1 \quad \text{si} \quad y_s + z_s \geq z_{max}$$

$$\omega^o = 0 \quad \text{si} \quad y_s + z_s \leq z_{min}$$

où z_{min} est l'altitude minimale du REW et z_{max} l'altitude maximale du REW.

J'ai ensuite cherché à comparer et à évaluer les deux relations face à la relation théorique issue du MNT. J'ai pour cela utilisé comme fonction-objectif à minimiser sur chaque REW l'erreur quadratique moyenne entre le pourcentage de surface saturée calculée à partir du MNT, ω^o_{MNT} , et le pourcentage de surface saturée calculée avec l'un des deux modèles, ω^o_{mod} (Éq. 87 ou Éq. 88) pour les n_a valeurs de l'altitude de la nappe.

$$\text{Éq. 89} \quad RMSE = \sqrt{\frac{1}{n_a} \sum_{altitudes} (\omega^o_{MNT} - \omega^o_{mod})^2}$$

On fait varier l'altitude de la nappe de telle sorte que ω^o puisse prendre toute valeur entre 0 et 1. La moyenne de ces erreurs quadratiques constitue l'évaluation globale de la formule pour tout le bassin :

$$\text{Éq. 90} \quad \overline{RMSE} = \frac{1}{n_{REW}} \sum_{REW} RMSE$$

où n_{REW} est le nombre de REWs.

La détermination du paramètre optimal p se fait par minimisation de la moyenne des erreurs quadratiques : ce paramètre sera alors valable pour l'ensemble du bassin versant et sera identique sur tous les REWs. Par exemple, comparons les résultats des deux formulations pour un découpage en REWs à l'ordre 3.

Pour la formule de Reggiani et al. (2000), l'optimum de la fonction-objectif \overline{RMSE} est atteint avec $p = 2,4$ où elle vaut alors 0,117. Pour la formule modifiée (dénommée formule « min_max » par la suite), l'optimum de la fonction objectif est plus faible ($\overline{RMSE} = 0,079$) et est situé à $p = 0,68$. L'ajustement de la formule « min_max » semble donc globalement meilleur que celui de la formule initiale. Par exemple sur le REW 4, l'évolution de ω^o est très bien représentée par la formule « min_max », et de façon moins convaincante par la formule de Reggiani et al. (2000) (Figure 46).

Bien sûr cette erreur quadratique moyenne cache encore des disparités entre REWs. Néanmoins, pour les trois quarts des REWs (17 REWs sur 23 à l'ordre 3), l'erreur quadratique sur le REW de la formule « min_max » est plus faible que l'erreur quadratique de la formule de Reggiani et al. (2000). Cette amélioration tient surtout à une variation plus lisse de ω^o liée à l'utilisation de z_{min} et de z_{max} dans la formulation. Ainsi, nous pouvons conclure que la modification de la formule est globalement bénéfique.

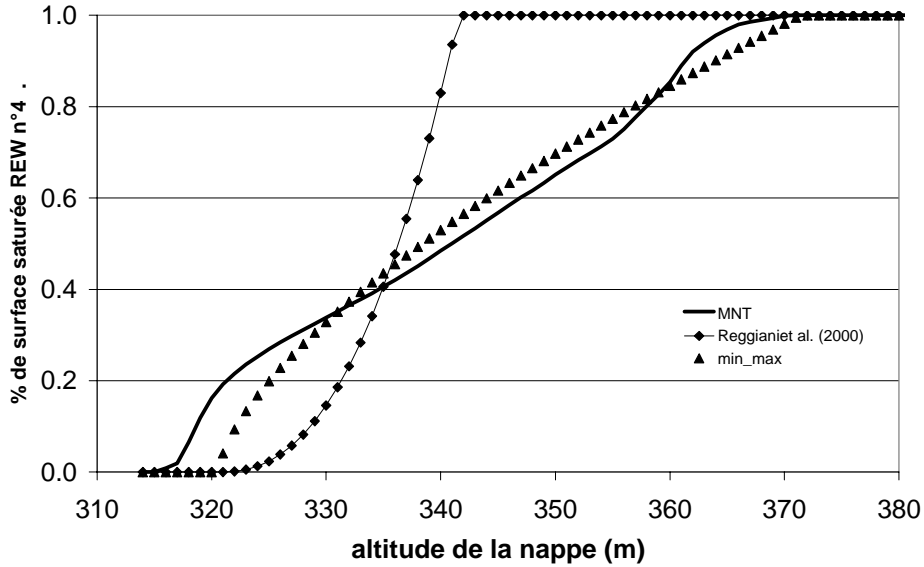


Figure 46 : Ajustement de la relation surface saturée / hauteur de nappe sur le REW n°4, par la formule de Reggiani et al. (2000) et par la formule « min_max ».

La même étude a été réalisée avec le découpage à l'ordre 2. L'optimum de la fonction \overline{RMSE} est 0,08 (donc pour l'ensemble du bassin versant) pour une valeur $p = 0,69$. Comme à l'ordre 3, l'amélioration due à cette nouvelle formulation est conséquente puisque l'optimum de la fonction \overline{RMSE} pour la formule initiale de Reggiani et al. (2000) vaut 0,1 pour une valeur $p = 2,1$. En outre, pour les deux tiers des REWs (78 sur 117 REWs), l'ajustement par la formulation « min_max » est meilleur que l'ajustement par la formule initiale de Reggiani et al. (2000).

Une procédure d'optimisation de la formule « min_max », REW par REW, a également été réalisée permettant de distribuer le paramètre p dans l'espace. Cette optimisation a concerné l'erreur quadratique sur chaque REW et a été réalisée à l'aide de la fonction d'optimisation non-linéaire *nlin* du logiciel S-Plus (Insightful Corporation, 2001). Les valeurs du paramètre p sont disponibles en annexe III, pour chaque REW de l'ordre 2 et de l'ordre 3. La détermination d'un paramètre optimal par REW et non plus pour le bassin permettra de tester l'influence de la spatialisaton de la relation nappe / surface saturée sur la simulation des différents compartiments du cycle de l'eau. Rappelons toutefois que l'utilisation d'un paramètre p homogène sur l'ensemble du bassin ne conduit pas à une relation uniforme sur le bassin dans la mesure où la formulation retenue fait intervenir les caractéristiques géométriques du REW. Une spatialisaton du paramètre p conduit alors à ce que l'on pourrait appeler une spatialisaton optimale de la liaison nappe / surface saturée, dans le sens où elle est optimale pour chaque REW et non plus de façon globale sur le bassin versant.

Ainsi quel que soit l'ordre de découpage, nous remarquons que la nouvelle formulation de la liaison nappe / surface saturée constitue une amélioration de la représentation de cette formule. En

outre, il est intéressant de remarquer les très proches valeurs du paramètre p global entre l'ordre 2 et l'ordre 3, attestant peut-être d'une stationnarité de ce paramètre avec le découpage. D'autre part, nous pourrions tester l'influence d'une spatialisation du paramètre p qui dirige la liaison entre la surface saturée et la hauteur de nappe, par rapport à l'utilisation de la valeur optimale à l'échelle du bassin versant.

Voyons maintenant le parallèle que l'on peut faire avec l'approche utilisée dans TOPMODEL (Beven et al. 1995) à travers les indices topographiques, comme cela était suggéré dans Reggiani et al. (2000).

4.3.3 Les indices topographiques

TOPMODEL a été l'un des premiers modèles hydrologiques permettant de représenter les écoulements latéraux de sub-surface à l'origine du ruissellement sur surface saturée. En partant du constat que certaines zones sont systématiquement plus humides que d'autres ou que certains points s'assèchent systématiquement plus rapidement que d'autres, il a été montré qu'un indice liée à la topographie permettait de définir la capacité du sol à se saturer. Cet indice a été nommé indice topographie IT et se définit de la manière suivante pour chaque pixel i d'un MNT (Beven et al., 1995) :

$$\text{Éq. 91} \quad IT = \ln\left(\frac{a_i}{\tan \beta_i}\right)$$

où aa_i est l'aire drainée par le pixel et $\tan \beta_i$ est la pente du pixel. Plus l'indice topographique du pixel sera élevé et plus sa capacité à se saturer sera grande. La Figure 47 propose une carte des indices topographiques sur le bassin versant de la Donga.

Cet indice topographique est ensuite relié à un déficit moyen \overline{D}_t attestant de la "distance" à la saturation, à l'échelle du bassin versant:

$$\text{Éq. 92} \quad \overline{D}_t - d_{i,t} = -M \left(\overline{IT} - \ln\left(\frac{a_i}{\tan \beta_i}\right) \right)$$

où $d_{i,t}$ est le déficit local et \overline{IT} est l'indice topographique moyen pour le bassin versant (calculé comme la moyenne des indices topographiques). M est le paramètre de décroissance de la conductivité hydraulique à saturation $K(d_{i,t})$ en fonction du déficit local. Dans la version initiale de TOPMODEL, cette décroissance est supposée exponentielle :

$$\text{Éq. 93} \quad K(d_{i,t}) = K_o \exp\left(-\frac{d_{i,t}}{M}\right)$$

où K_o est la conductivité hydraulique à saturation à la surface du sol.



Figure 47 : Carte des indices topographiques sur le bassin versant de la Donga

Le déficit local traduit le caractère saturé ou non du pixel considéré. Il y a saturation du pixel lorsque le déficit local est nul. Ainsi à partir de l'Éq. 92, on déduit qu'il existe une valeur seuil égale à $\overline{IT} + \frac{\overline{D}_t}{M}$ de l'indice topographique telle que à cet instant, tout pixel d'un indice supérieur à cette valeur seuil soit saturé :

$$\text{Éq. 94} \quad IT_i \geq \overline{IT} + \frac{\overline{D}_t}{M}$$

Cette valeur seuil permet de connaître la surface saturée totale, en sommant l'aire des pixels saturés. Puis, en faisant varier le seuil, on obtient la courbe de distribution du pourcentage de surface saturée en fonction de l'indice topographique (ex : pour le bassin versant de la Donga, Figure 48). C'est donc bien cela qui nous intéresse dans le modèle REW-v4.0.

Dans TOPMODEL, l'altitude de la nappe est reliée par une relation linéaire à l'indice topographique et à la recharge. Mais, pour essayer de relier la formulation du modèle REW_4.0 à celle de TOPMODEL, ce qui m'intéresse ici est de déterminer géométriquement et non dynamiquement, la relation entre la hauteur de nappe et l'indice topographique, de façon à ne pas inclure des éléments variables dans le temps et dans l'espace. Ainsi je vais chercher à relier le déficit moyen à l'altitude de la nappe.

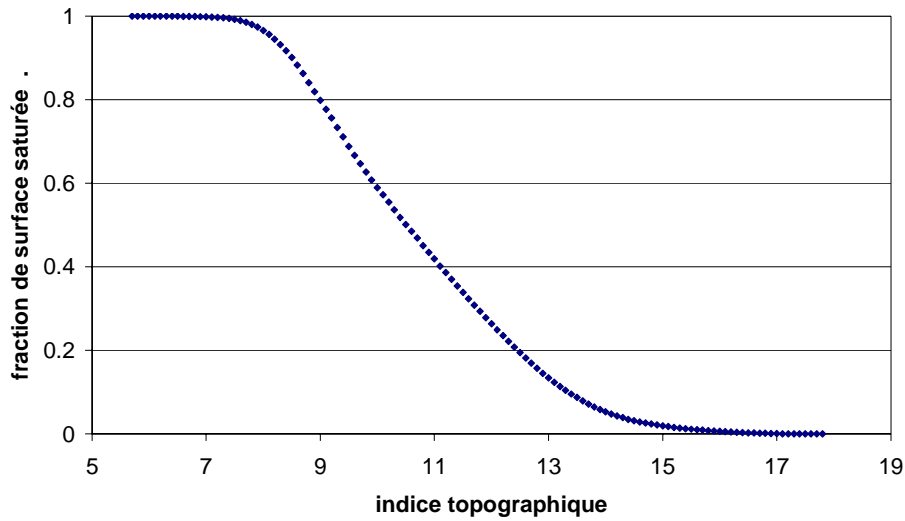


Figure 48 : Distribution cumulée de l'indice topographique sur le bassin de la Donga.

Si l'on raisonne à l'échelle du REW, il est possible de relier le déficit moyen à la capacité disponible dans la zone non saturée, autrement dit à l'épaisseur de la zone non saturée y'' et au degré moyen de saturation s'' de la zone non saturée. Néanmoins si nous introduisons ces deux caractéristiques de la zone non saturée, la relation entre le déficit moyen et l'altitude de la nappe n'est plus univoque : deux combinaisons de y'' et de s'' peuvent conduire au même déficit moyen sur le REW. Ainsi le déficit moyen du REW sera considéré par l'intermédiaire de l'épaisseur de la zone non saturée y'' (et de la porosité moyenne du REW ε prise égale à la teneur en eau à saturation moyenne θ_s).

D'autre part, les indices topographiques ont été introduits pour la modélisation des transferts latéraux dans la zone de subsurface. Ces écoulements ont généralement lieu dans les premiers mètres du sol. Le déficit dont il est question dans TOPMODEL est bien celui qui correspond à cette zone où se produisent potentiellement ces écoulements et pas à l'ensemble du réservoir sol. Dans l'application de ce concept au modèle REW-v4.0, le lien entre la zone où se produisent les écoulements latéraux et le réservoir sol n'est pas évident. Sur le bassin versant de la Donga, l'épaisseur de zone non saturée varie de plusieurs mètres (de 0 à 10m environ) et il est peu probable que des écoulements latéraux se produisent sur toute cette épaisseur. Il faut donc faire l'hypothèse d'une fraction α de la zone non saturée sur laquelle se produisent les écoulements latéraux. On obtient alors une expression de la forme :

$$\text{Éq. 95} \quad \overline{D}_t = \alpha \left(z_{surf} - (y^s + z^s) \right) \theta_s$$

Si l'on se donne une valeur de M et de α , on peut ensuite faire varier la valeur de y^s , pour déterminer la distribution du pourcentage de surface saturée en fonction de la valeur seuil de l'indice topographique. J'ai choisi par exemple de prendre un α de 0,1, pour prendre en compte une épaisseur de sol de l'ordre du mètre. Le paramètre M aura pour valeur 0,032 (Saulnier, communication personnelle).

Prenons l'exemple du REW 21, pour un découpage à l'ordre 3. Si l'on fait varier l'épaisseur de la zone non saturée entre 0 et 10 m, avec une teneur en eau à saturation égale à 0,3 ; on obtient par l'Éq. 95 un déficit moyen qui varie entre 0 et 0,3. L'indice topographique moyen vaut 11,3 sur ce REW. Avec l'Éq. 94, on sait alors que l'indice seuil varie entre 11,3 et 20,7. La distribution cumulée de l'indice topographique sur le REW 21 fournit alors le pourcentage de surface saturée pour chaque valeur du seuil (Figure 49).

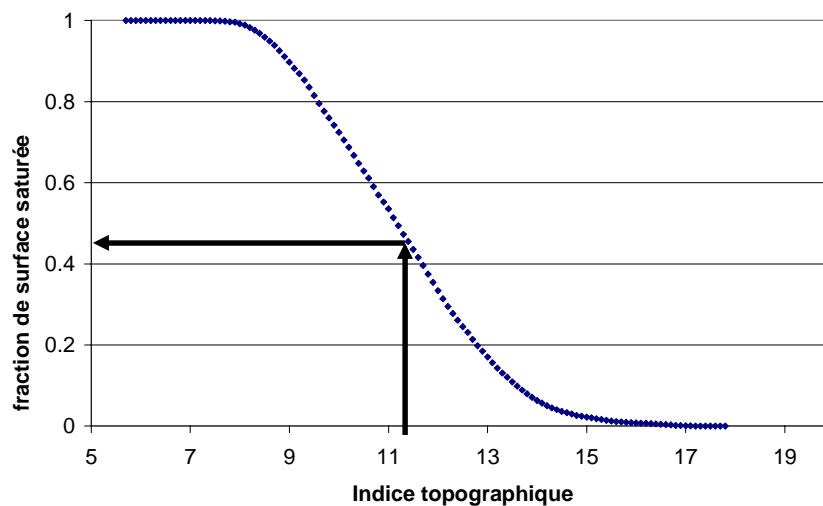


Figure 49 : Distribution cumulée de l'indice topographique sur le REW 21, découpage à l'ordre 3

Sur cette distribution, on remarque que la méthode mise en place ne permet pas d'accéder à la totalité des valeurs de ω^o : le maximum atteint est 0,47. La deuxième remarque que l'on peut faire est que si l'on change la valeur de θ_s , la gamme de variation de l'indice seuil va elle aussi changer. Par exemple, avec θ_s égal à 0,1, l'indice seuil varie entre 11,3 et 14,5. L'allure de la courbe varie donc selon la valeur de θ_s . Ceci est illustré à la Figure 50 qui montre l'évolution de la fraction de surface saturée pour deux valeurs de θ_s (0,3 et 0,1). En parallèle est figurée la courbe issue de l'analyse des altitudes du MNT.

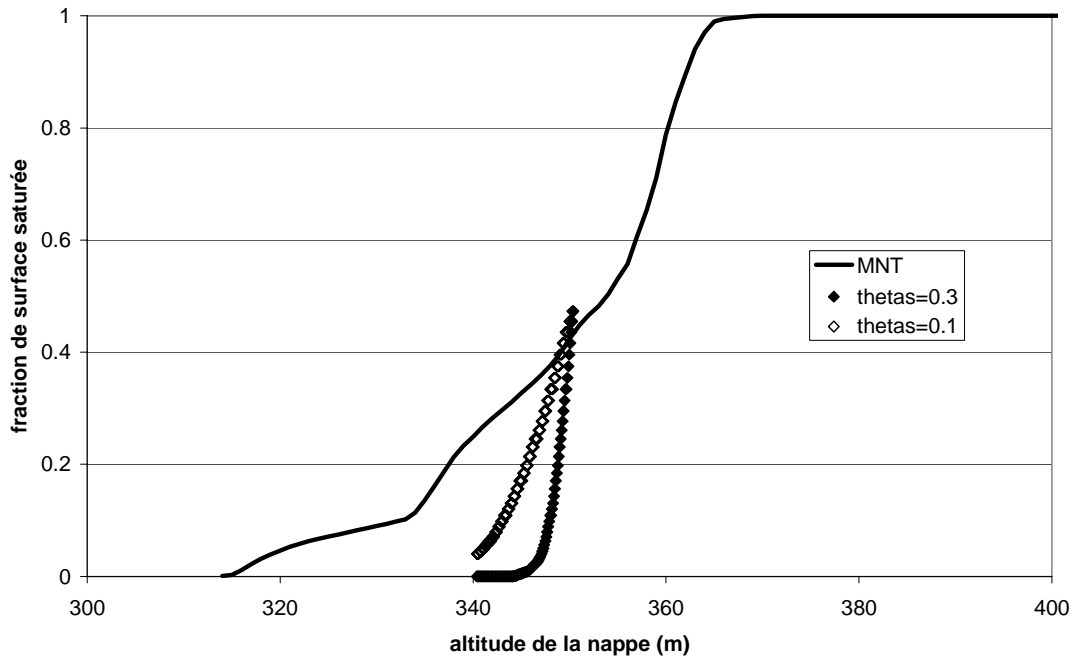


Figure 50 : Evolution de la fraction de surface saturée en fonction de l'altitude de la nappe pour le REW 21 (ordre 3), étudiée avec le MNT (trait plein) ou à partir des indices topographiques pour deux valeurs de θ_s (croix : 0,1 ; losanges : 0,3)

Ainsi la méthode géométrique envisagée pour relier l'indice topographique à la hauteur de nappe n'a pas l'effet escompté. Tout d'abord, la forme de la courbe obtenue varie selon la valeur de θ_s . Dans le cadre d'une étude de sensibilité à ce paramètre, la courbe doit donc être déterminée pour chaque nouvelle valeur de θ_s . Ensuite, la méthode ne permet pas d'accéder à la totalité de la courbe. Il faudrait pour cela envisager des épaisseur de zone non saturée qui soit négatives, autrement dit la nappe passerait au dessus de l'altitude moyenne du REW. Ceci n'est pas gênant pour la modélisation mais cela conduit à considérer des déficits négatifs, ce qui est peut-être moins acceptable. La dernière remarque que l'on peut faire est que si on réussissait à obtenir une courbe de distribution complète, il faudrait, comme aux paragraphes précédents, être capable de la formuler explicitement à partir des caractéristiques géométriques du REW (cf. Equations 4 ou 5). On se retrouve alors avec le même problème qu'au paragraphe précédent. L'utilisation des indices topographiques ne permet pas de résoudre facilement le problème de description de la liaison entre la surface saturée et la nappe.

Le lien entre l'indice topographique et la courbe que nous cherchons à décrire est cependant bien réel. Moyennant quelques hypothèses, il est possible de décrire cette courbe à l'aide des indices topographiques. Cette approche semble donc prometteuse mais demanderait d'être améliorée pour pouvoir décrire la totalité de la courbe. Il faudrait notamment reprendre la liaison entre le déficit et l'épaisseur de la zone non saturée. L'utilisation de la teneur en eau à saturation est également un

handicap dans la mesure où cette grandeur valable à l'échelle du REW fera l'objet d'une étude de sensibilité (cf. paragraphe 4.2). Même si je n'utiliserai pas les indices topographiques dans la suite de la modélisation, cette étude a permis de souligner le lien qui existe entre le modèle REW-v4.0 et un concept bien connu en hydrologie que sont les indices topographiques, sur le plan de la liaison nappe / zone non saturée.

Pour la suite, je retiendrai donc la formulation « min-max » permettant à la fois de bien décrire cette liaison, à l'échelle du bassin versant grâce à l'utilisation d'éléments géométriques des REWs, et également à l'échelle du REW, avec la détermination d'un paramètre p optimal par REW et donc la possibilité de distribuer spatialement ce paramètre.

4.4 DETERMINATION DES COEFFICIENTS DE GEOMETRIE HYDRAULIQUE DE LEOPOLD ET MADDOCK (1953)

Nous avons vu dans le chapitre consacré au modèle REW-4.0, que les équations de géométrie hydraulique proposées par Leopold et Maddock (1953) étaient utilisées pour déterminer à chaque pas de temps le périmètre mouillé du lit P^r et la hauteur maximale dans le lit Y^r . L'algorithme de détermination de ces deux grandeurs a été proposé par Snell et Sivapalan (1995) et suppose la connaissance des coefficients et des exposants des relations de Leopold et Maddock (1953). Ces relations lient la largeur au miroir w^r , la lame d'eau moyenne y^r et la vitesse v^r au débit Q^r par des relations exponentielles. La lame d'eau moyenne est la section mouillée réelle divisée par la largeur au miroir réelle, donnant ainsi une lame d'eau moyenne qui serait celle d'un lit rectangulaire.

$$\begin{aligned} w^r &= a(Q^r)^b \\ \text{Éq. 96} \quad y^r &= c(Q^r)^f \\ v^r &= k(Q^r)^n \end{aligned}$$

Leopold et Maddock (1953) et Snell et Sivapalan (1995), entre autres, proposent des valeurs pour les coefficients a , b , c , et les exposants f , k , n . Ces valeurs proviennent de calages sur des bassins nord-américains ou néo-zélandais. Il me semblait donc intéressant de les déterminer pour le contexte particulier du bassin versant de la Donga, dans la mesure du possible.

Ces 6 paramètres sont définis non seulement en une station (a_{st} , c_{st} , k_{st} , b_{st} , f_{st} et n_{st}), mais également pour un parcours amont-aval du bassin (a_{bv} , c_{bv} , k_{bv} , b_{bv} , f_{bv} et n_{bv}). En une station, la courbe de tarage et le profil en travers à la station suffisent pour déterminer tous les coefficients : pour chaque

valeur de débit, on obtient un point de la courbe. Pour l'ensemble du bassin, la détermination des 6 paramètres se fait à l'aide du débit moyen annuel de chaque sous-bassin (défini comme « le débit atteint ou dépassé 1 jour sur 4 en moyenne sur une longue période » (Leopold et Maddock, 1953)). Ce débit est difficile à déterminer pour les bassins dont les séries sont courtes, comme c'est notre cas sur tous les sous-bassins de la Donga (une année de mesures). D'autre part, il faut un grand nombre de sous-bassins pour bien décrire la courbe, chaque bassin ne donnant qu'un seul point. Cette méthode suppose en outre qu'en un temps donné, les débits sur les différents sous-bassins soient de même fréquence (hypothèse mise en défaut si l'on considère des pluviométries hétérogènes spatialement par exemple). Dans ces circonstances il paraît difficile d'obtenir les paramètres, pour l'ensemble du bassin. Je m'attacherai donc à la détermination de ces paramètres uniquement aux stations.

Prenons l'exemple de l'exutoire du bassin versant : la station de Donga Pont. La Figure 51 présente le profil en travers à cette station.

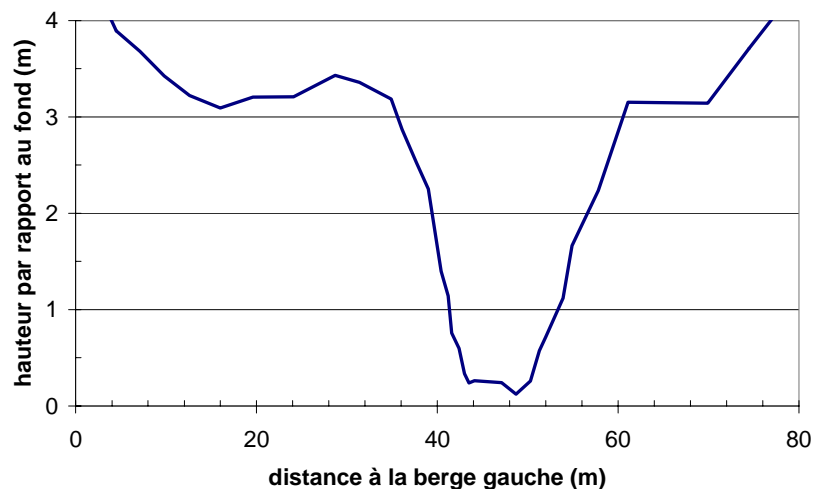


Figure 51 : Profil en travers à la station de Donga Pont

Ce profil permet de déterminer pour chaque hauteur d'eau, la section mouillée et la largeur au miroir (et donc la hauteur moyenne) et avec la courbe de tarage de les relier au débit. Seuls les points correspondant au lit mineur sont utilisés. On obtient alors les courbes de la Figure 52 représentant les relations de Leopold et Maddock (1953). Le logarithme des équations Éq. 96 fournit des relations linéaires où la pente est l'exposant (b_{st} , f_{st} , ou n_{st}) et l'ordonnée à l'origine le logarithme du coefficient (a_{st} , c_{st} , ou k_{st}). Remarquons sur la Figure 52, le bon coefficient de détermination attestant de la pertinence des relations Éq. 96.

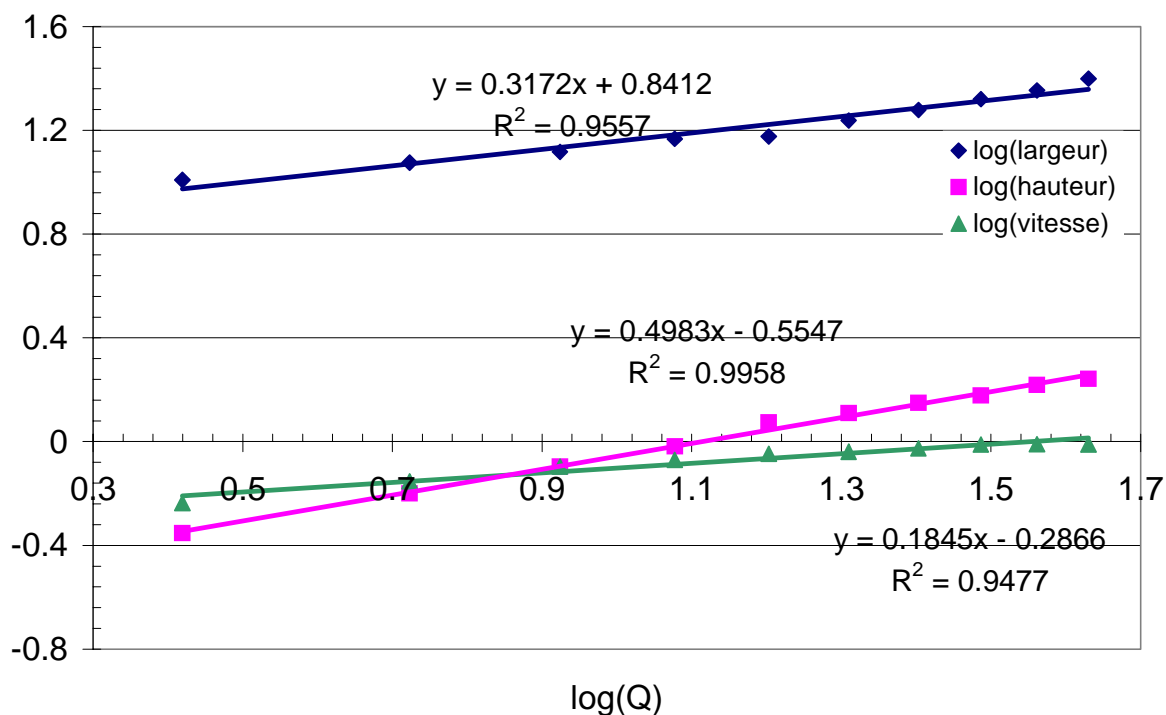


Figure 52 : Relation de Leopold et Maddock (1953) pour la station de Donga Pont.

De façon identique, nous pouvons déterminer les coefficients et les exposants des relations de Leopold et Maddock (1953) pour toutes les stations limnimétriques du bassin versant de la Donga (Tableau 14). Nous remarquons qu'excepté sur la section de Ara, les relations géométriques sont relativement pertinentes dans la mesure où la somme des exposants et le produit des coefficients valent bien 1.

Stations	exposants				coefficients			
	b	f	n	somme	a	c	k	produit
Donga	0.32	0.50	0.18	1.00	6.94	0.28	0.52	1.00
Nékété	0.08	0.41	0.51	1.00	12.48	0.46	0.18	1.04
Koua	0.15	0.62	0.23	1.00	10.73	0.26	0.36	1.00
Route de Kolokondé	0.10	0.93	-0.04	1.00	17.31	0.07	0.88	1.00
Ara	0.48	0.23	0.41	1.12	3.05	1.49	0.21	0.97
Bokpérou	0.21	0.21	0.58	1.00	6.40	0.49	0.32	1.00

Tableau 14 : Coefficients et exposants des relations de Leopold et Maddock (1953) pour l'ensemble des stations du bassin versant de la Donga

La particularité de la station d'Ara vient de la forme de la section qui présente une discontinuité importante du lit, créant en quelque sorte un lit mineur à étages (Figure 53). Cette discontinuité se fait surtout sentir sur la relation liant la largeur du lit au débit, puisque le coefficient de détermination n'est que de 0,885 si l'on utilise toute la série de hauteurs d'eau mesurées en 2002. Je n'ai donc utilisé que les mesures pour laquelle la hauteur d'eau se situe dans la première partie du lit mineur ($h < 0,50\text{m}$). Ceci peut sembler une perte d'information importante. Cependant en 2002, la cote maximale atteinte était de 1m et cette cote n'a été atteinte qu'un seul jour en débit de pointe (le 4 octobre). La cote 0,5 m n'a été dépassée que 8 fois et toujours pendant moins de 2 heures. Ainsi le fait de ne pas utiliser les cotes les plus hautes ne me semble pas préjudiciable.

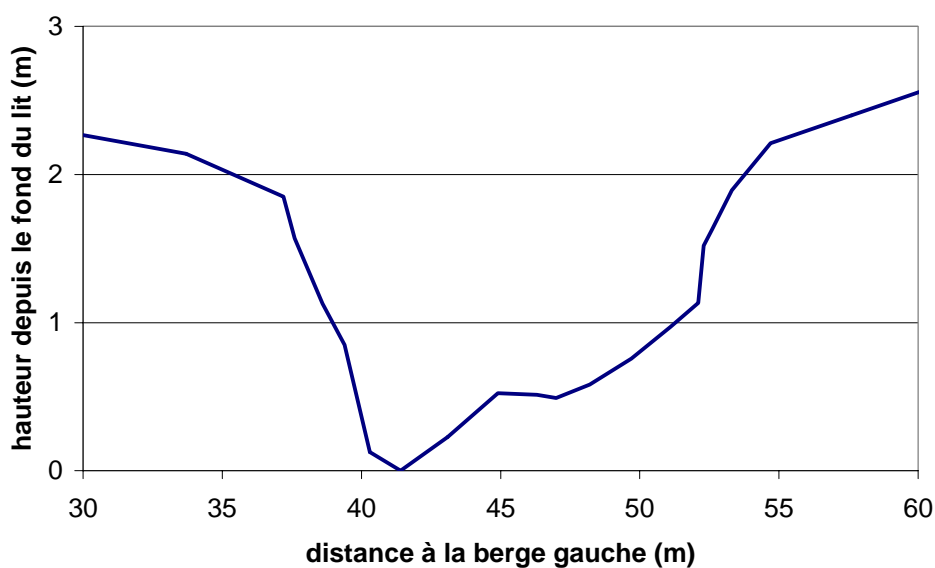


Figure 53 : Section en travers à la station de Ara

Leopold et Maddock (1953) proposent des intervalles pour les exposants en une station et une valeur moyenne pour chacun :

$$\begin{aligned}
 \text{Éq. 97} \quad & b_{st} \in [0,03; 0,59] & b_{moy} = 0,26 \\
 & f_{st} \in [0,03; 0,63] & f_{moy} = 0,40 \\
 & n_{st} \in [0,07; 0,55] & n_{moy} = 0,34
 \end{aligned}$$

Les exposants que j'ai déterminés sont compris pour la plupart dans les intervalles proposés. Les coefficients de la station sur la route de Kolokondé sortent un peu de ces intervalles, notamment avec un exposant f_{st} très fort et un exposant n_{st} négatif. Aucune explication satisfaisante ne peut être trouvée dans l'étude du profil en travers.

Comme souligné par Leopold et Maddock (1953) les exposants sont peu variables entre les stations alors que les coefficients le sont beaucoup plus. Dans la pratique, les coefficients pour chaque

brin seront recalculés par un algorithme proposé par Snell et Sivapalan (1995), en fonction des coefficients valables à l'échelle du bassin versant (a_{bv}, c_{bv}, k_{bv}), des exposants en une station (b_{st}, f_{st}, n_{st}) et ceux valables à l'échelle du bassin versant (b_{bv}, f_{bv}, n_{bv}) et des paramètres d'une relation liant le débit moyen annuel à l'aire drainée :

$$\text{Éq. 98} \quad Q = \psi M^v$$

où Q est le débit moyen annuel (au sens de Leopold et Maddock (1953)), M est l'aire drainée, et v_{bv} et ψ_{bv} sont les paramètres de cette loi.

Plusieurs essais de détermination des paramètres v et ψ et des paramètres a, b, c , et f, k, n pour l'ensemble du bassin ont été réalisés sans grand succès, du fait de l'impossibilité d'accéder au « débit atteint ou dépassé 1 jour sur 4 en moyenne sur une longue période ». Toutefois le modèle montre une faible sensibilité à l'ensemble de ces paramètres et la disponibilité de valeurs par défaut m'a permis d'utiliser ces valeurs, à savoir :

$$\text{Éq. 99} \quad \begin{array}{lll} b_{bv} = 0,50 & a_{bv} = 7,09 & \theta_{bv} = 0,8 \\ f_{bv} = 0,40 & c_{bv} = 0,23 & \psi_{bv} = 2 \\ n_{bv} = 0,10 & k_{bv} = 0,61 & \end{array}$$

Ainsi la détermination des coefficients des relations de géométrie hydraulique est délicate lorsque l'on possède de courtes séries de données. Cependant, cette étude a permis de vérifier que les valeurs par défaut étaient acceptables pour le bassin de la Donga. Pour la suite de la modélisation, je ne conserverai que les exposants définis à la station de Donga Pont ($b_{st}=0,32, f_{st}=0,5, n_{st}=0,18$), les autres paramètres gardant les valeurs par défaut (Éq. 99). L'utilisation des exposants des autres stations posait la question de définir pour chaque brin, à quelle station il fallait se référer. Etant donné la faible variabilité des exposants et la faible sensibilité du modèle à ces exposants, il ne m'a pas paru opportun de considérer d'autres exposants que ceux définis pour la station de Donga Pont.

4.5 CONCLUSION DU CHAPITRE

Nous avons vu dans ce chapitre comment utiliser au maximum les données pour déterminer les paramètres du modèle. Le découpage de l'espace à partir du MNT soulève des questions liées au volume total de sol disponible pour le stock d'eau. Le positionnement des stations de mesures sur les REWs met déjà en exergue la difficulté de comparer les sorties du modèle hydrologique à des mesures réalisées sur le terrain.

A partir du découpage de l'espace et du travail préliminaire fait sur les propriétés hydrodynamiques des sols, nous avons vu qu'il était possible de déterminer un paramètre de texture moyen pour chaque REW et d'obtenir la distribution relative des paramètres de structure. L'utilisation d'une distribution permet ainsi de réduire à 2 le nombre de paramètre de sol à ajuster pour l'ensemble du bassin versant. Nous verrons dans le chapitre suivant les bénéfices pour la modélisation d'un ajustement de $\overline{K}_{s\ BV}$ et $\overline{\theta}_{s\ BV}$. La distribution des $\overline{K}_{s\ REW}$ et $\overline{\theta}_{s\ REW}$ est alors immédiate grâce à la détermination des coefficients de pondération faite ici.

Nous avons ensuite étudié un élément clé de la génération de débit dans la modélisation hydrologique avec le modèle REW-v4.0 : la liaison entre le pourcentage de surface saturée et la hauteur de nappe. Une amélioration de la formulation proposée initialement par Reggiani et al. (2000) a pu être trouvée. L'utilisation des indices topographiques issus de TOPMODEL ne diminue pas les difficultés mais permet un parallèle avec une approche largement connue en hydrologie.

Pour finir, nous avons tenté de déterminer les paramètres de géométrie hydraulique pour constater que peu d'entre eux pouvaient l'être de façon certaine. Dans les années futures, de plus grandes séries de données permettront de définir le débit moyen annuel (au sens de Leopold et Maddock (1953)) et donc de déterminer les paramètres valables pour un parcours amont-aval du bassin.

5^{ème} chapitre : Résultats de la modélisation du bassin de la Donga avec le modèle REW-v4.0

Dans ce chapitre, nous nous proposons d'évaluer les simulations du modèle REW-v4.0 sur les cinq années de mesures disponibles. Au chapitre précédent, nous avons essayé de déterminer le maximum de paramètres du modèle à l'aide des données disponibles. De même, le positionnement des points de mesure a été repéré par rapport à la discrétisation de l'espace faite par le modèle. La distribution des paramètres et des entrées du modèle a été préparée pour les tests de sensibilité du modèle à leur distribution dans l'espace. Afin d'évaluer l'impact de chaque paramètre ou de chaque distribution, nous avons choisi d'utiliser une approche descendante pour la modélisation du bassin versant de la Donga avec le modèle REW-v4.0. A partir d'une simulation de base où tous les paramètres et les entrées sont égaux sur l'ensemble des REWs, le modèle sera complexifié petit à petit en introduisant la variabilité spatiale de ces paramètres ou de ces entrées. Pour évaluer l'impact de chaque complexification, chaque paramètre, ou chaque distribution de paramètres, sera introduit pas à pas et de manière indépendante.

Une première partie est consacrée à la simulation de base (homogène), au cours de laquelle je m'attacherai à évaluer la modélisation à travers les débits à l'exutoire, mais aussi les débits aux stations intermédiaires, l'altitude de la nappe et ses variations au cours de la saison, la dynamique de la zone non saturée et du degré de saturation et l'évaporation sur le bassin ou sur les différents REWs. Conformément à ce qui avait été annoncé dans le chapitre introductif, je mets ainsi en place une validation (manuelle) multi-critères pour évaluer la pertinence du modèle REW-v4.0 dans la représentation des différentes composantes du cycle hydrologique. Nous analyserons aussi dans cette partie l'influence de la finesse du découpage en REWs (ordre 3 ou 2) sur les résultats des simulations.

Dans une deuxième partie, la complexification du modèle sera effectuée à travers la prise en compte de la distribution spatiale des paramètres. Tout d'abord, le paramètre p , contrôlant la liaison entre l'altitude de la nappe et le pourcentage de surface saturée, sera distribué sur chaque REW, en utilisant la valeur optimale sur chacun (voir chapitre 4). Ensuite, les propriétés hydrodynamiques des sols seront distribuées sur chaque REW selon les méthodes proposées précédemment. Pour finir, nous évaluerons l'influence de la spatialisation des précipitations pour l'année 2002, seule année où la densité du réseau est suffisante pour l'envisager.

Je souligne que l'expression « à l'ordre... » sera utilisé pour parler de la finesse du découpage. Ainsi le découpage à l'ordre 3 est le plus grossier (23 REWs) et le découpage à l'ordre 2 contient 117 REWs.

5.1 MODELISATION HOMOGENE

Dans cette partie, tous les paramètres sont identiques sur les différents REWs. La lame d'eau journalière en entrée du REW est une lame d'eau journalière déterminée sur tout le bassin versant ; elle est donc la même pour tous les REWs. Dans un premier temps, les propriétés hydrodynamiques des sols issues des essais d'infiltration en surface seront utilisées comme valeurs représentatives du bassin. Néanmoins, les valeurs utilisées dans le modèle doivent refléter la variabilité tant horizontale que verticale de ces propriétés. Nous savons que les sols du Bénin présentent une stratification verticale marquée avec un horizon de surface assez poreux peu profond (de l'ordre de quelques mètres) surmontant un horizon altéré moins poreux mais beaucoup plus épais. C'est pourquoi, dans un deuxième temps, nous ferons varier la teneur en eau à saturation et de la conductivité hydraulique à saturation pour déterminer s'il est possible de trouver un jeu de valeurs à même d'améliorer la représentation du débit à l'exutoire mais aussi la dynamique de la nappe et de la zone non saturée au cours de la saison. Enfin, une étude de sensibilité à l'ETP a été menée en étudiant la valeur d'un coefficient correctif (tel que cela est proposé dans la méthode de la FAO) qui serait pertinent à l'échelle du bassin versant.

5.1.1 Utilisation des propriétés hydrodynamiques des sols, mesurées en surface :

La simulation de base s'appuie sur les données de sols mesurées en surface. J'ai voulu ici évaluer si les paramètres mesurés en surface étaient valables pour l'ensemble de la zone non saturée en étudiant la simulation du bassin versant du point de vue des débits à l'exutoire, mais aussi des hauteurs de nappe ou du degré de saturation. La porosité et la conductivité hydraulique à saturation de la zone saturée sont égales à celles de la zone non saturée, à savoir respectivement $0,3 \text{ m}^3 \cdot \text{m}^{-3}$ et $1 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Les critères d'évaluation sont calculés sur les années 1999-2000.

La Figure 54 montre le débit journalier à l'exutoire pour les années 1999 et 2000 et une simulation sur des REWs à l'ordre 3. L'efficacité sur la racine des débits journaliers vaut 0,35. Le débit simulé est largement surestimé en début de saison. Alors que sur le bassin, des écoulements ne sont observés qu'après un décalage de près de 3 mois par rapport au début de la saison des pluies, le

modèle simule des écoulements dès les premières pluies. De plus, au cœur de la saison des pluies, les pics de crues ne sont pas bien reproduits.

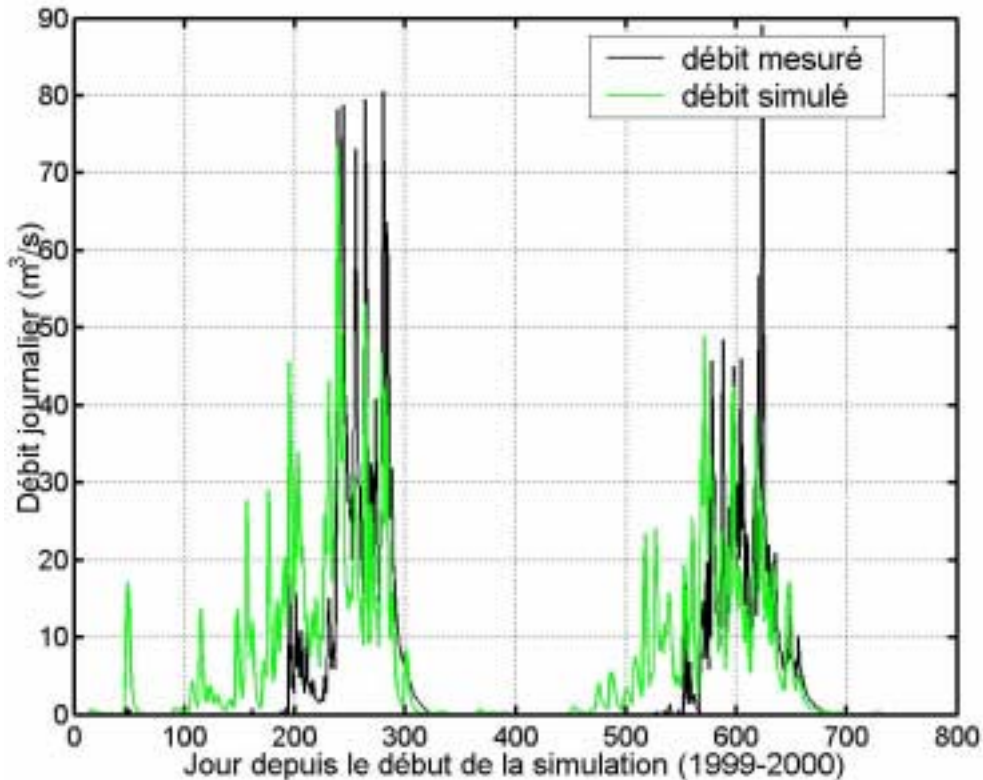


Figure 54 : Débits journaliers observés et simulés (1999-2000), en utilisant les propriétés hydrodynamiques des sols mesurées en surface et un découpage selon l'ordre 3 de Strahler.

Au pas de temps décadaire (Figure 55), l'efficacité sur la racine des volumes n'est que légèrement supérieure à celle du pas de temps journalier : 0,40. La surestimation du début de la saison est particulièrement frappante. On note aussi que le cœur de la saison des pluies est mal reproduit, avec une forte sous-estimation des volumes décadaires. Seule la récession des débits est relativement bien simulée. Malgré ces imperfections, à l'échelle de l'année, le volume écoulé est légèrement surestimé mais globalement bien simulé avec une efficacité de 0,92 sur le volume journalier cumulé (Figure 56). La surestimation du début de saison est compensée par la sous-estimation de la fin de saison. Ceci atteste d'une mauvaise répartition des volumes écoulés au cours de l'année mais d'un volume total d'écoulement plutôt bien évalué.

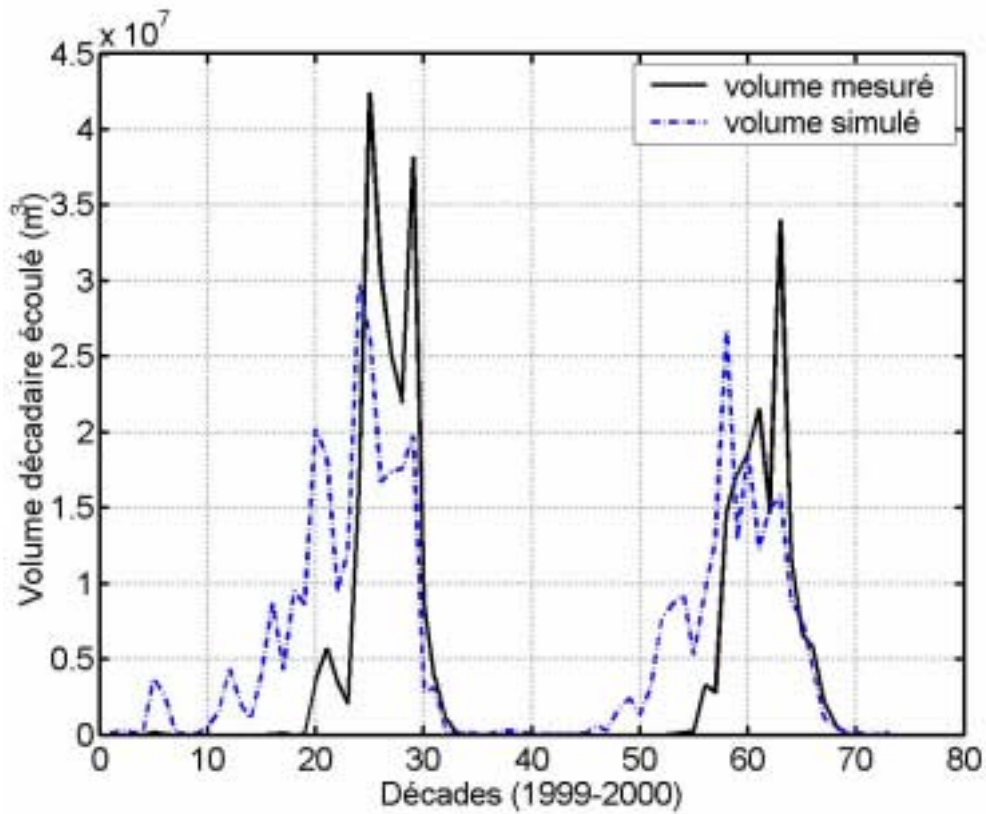


Figure 55 : Volume décaidaires écoulés mesurés et simulés (1999-2000) en utilisant les propriétés hydrodynamiques des sols mesurées en surface et un découpage selon l'ordre 3 de Strahler.

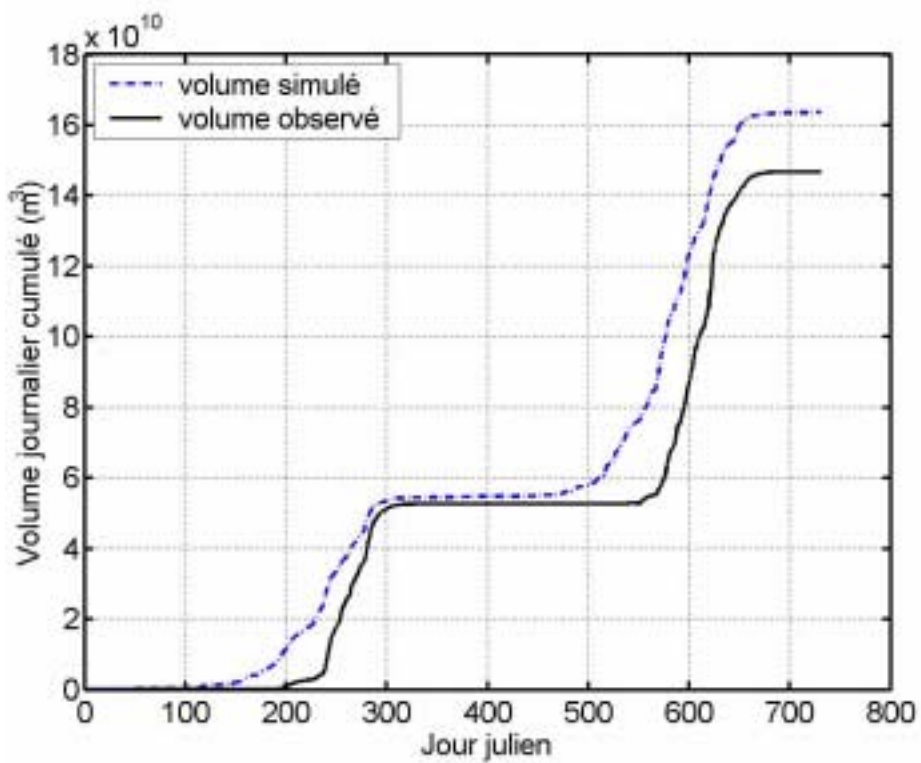


Figure 56 : Volume journalier cumulé observé et simulé (1999-2000) en utilisant les propriétés hydrodynamiques des sols mesurées en surface et un découpage selon l'ordre 3 de Strahler.

Les variations du niveau de nappes sont très faibles quel que soit l'ordre de découpage ou le REW considéré. L'amplitude annuelle de la nappe ne dépasse jamais 1 m et est donc grandement sous-estimée par rapport aux mesures réalisées dans les puits villageois. Rappelons que l'amplitude observée dans les puits est de l'ordre de la dizaine de mètres (cf. chapitre 2).

Même si nous ne possédons pas pour l'instant de mesures précises de la saturation des sols, les observations sur le terrain montrent que les sols sont très proches de la saturation en fin de saison humide. En fin de saison sèche, les sols sont secs et il est probable que le degré de saturation du sol soit alors très faible. Ceci n'est pas reproduit par le modèle, en utilisant les propriétés hydrodynamiques des sols mesurées en surface. Le degré de saturation de la zone U du REW varie peu au cours de la saison et est globalement élevé entre 0,6 et 0,8 à l'ordre 3 et entre 0,4 et 0,7 à l'ordre 2. Le modèle ne permet ni de reproduire les états proches de la saturation en fin de saison des pluies, ni les états proches de l'assèchement en fin de saison sèche.

Ainsi la représentation du bassin versant que nous pouvons faire en utilisant les propriétés hydrodynamiques des sols mesurées en surface n'est pas satisfaisante au regard des informations disponibles, même si elles sont qualitatives, dans une optique de meilleure compréhension des processus que nous souhaitons acquérir sur le bassin versant. Le début des écoulements dès les premières pluies est particulièrement préjudiciable à notre étude dans la mesure où le décalage entre les précipitations et les écoulements semble être une des caractéristiques majeures de la zone d'étude. La simulation d'une amplitude faible de la nappe en tout point du bassin versant montre que notre représentation du fonctionnement du bassin n'est pas réaliste. En parallèle, la variation de saturation de la zone non saturée au cours de l'année est assez mal représentée. Reproduire aux moins ces différentes caractéristiques des écoulements est un pré-requis si on veut pouvoir utiliser le modèle comme appui à la compréhension du fonctionnement du bassin. Le croisement de ces différentes évaluations laisse penser que les premières pluies ne parviennent pas à humidifier la zone non saturée et donc à contribuer à la recharge de la nappe. Au contraire, elles sont directement transformées en écoulement de surface. Ceci pourrait s'expliquer par un trop grand réservoir sol ou une capacité d'infiltration trop faible à l'échelle du REW.

Il devient alors évident que l'utilisation des valeurs de surface des paramètres de sols ne conduit pas à une représentation réaliste du fonctionnement du bassin versant. Les mesures faites en surface ne reflètent pas la décroissance avec la profondeur de la teneur en eau à saturation θ_s et la conductivité hydraulique à saturation K_s . L'idéal serait de pouvoir déterminer un θ_s et un K_s équivalents sur la verticale, afin de reproduire le fonctionnement global de toute la zone non saturée et pas uniquement de la surface. Les premières mesures des paramètres en profondeur ont commencé en 2004 mais n'étaient pas disponibles pour ce travail. Je me propose alors de réaliser une étude de sensibilité sur ces propriétés des sols, afin de déterminer si on peut trouver un jeu de valeurs permettant une meilleure représentation, même qualitative des processus (écoulements, nappe,

humidité des sols). Il s'agit donc de voir s'il existe des valeurs équivalentes sur la profondeur des deux paramètres de structure que sont la teneur en eau à saturation θ_s et la conductivité hydraulique à saturation K_s , qui permettraient de mieux simuler l'amplitude de la nappe et la saturation progressive de la zone non saturée et voir l'influence que cela peut avoir sur les écoulements de surface.

5.1.2 Vers une diminution de la capacité du réservoir sol ?

Pour des raisons d'efficacité, l'étude de sensibilité sur θ_s et K_s a été menée sur les années 1999 et 2000. Il ne s'agit pas, dans cette phase exploratoire d'une étude complète, mais d'une analyse "manuelle" destinée essentiellement à déterminer si le modèle répond à des variations de ces paramètres. J'ai évalué l'influence de ces modifications de manière quantitative (calcul de l'efficacité sur la racine des débits journaliers) pour les débits à l'exutoire de 1999 et 2000 et de manière plus qualitative sur les hauteurs de nappe et le degré de saturation. Le choix des années 1999 et 2000 a été dicté par l'enchaînement d'une année excédentaire et d'une année déficitaire. L'utilisation des deux premières années (1998 et 1999) aurait conduit à une analyse sur des années plutôt excédentaires et une analyse sur 2000-2002 à une étude sur les trois années plutôt sèches, ce qui ne semblait pas optimal. Dans cette analyse, les deux paramètres θ_s et K_s sont identiques REW à REW et sont donc homogènes sur tout le bassin. Pour délimiter une gamme de valeurs possibles, je me suis appuyée sur des ordres de grandeurs de ces paramètres utilisés par les hydrogéologues au Sahel (Leduc, communication personnelle) : la porosité des altérites varie de 1 à 5% (voire jusqu'à 10%), ce qui correspond à des valeurs bien inférieures à celles obtenues en surface (entre 26% et 69%). Au Sahel, la conductivité hydraulique à saturation des altérites a été estimée autour de 10^{-5} m.s^{-1} . En surface, nous avons évalué la valeur représentative à 10^{-6} m.s^{-1} , soit un ordre de grandeur plus faible. Toutefois les valeurs étaient situées entre $1.10^{-4} \text{ m.s}^{-1}$ et $5.10^{-6} \text{ m.s}^{-1}$. J'ai ainsi fait une étude de sensibilité du modèle aux paramètres θ_s et K_s ; en faisant varier la teneur en eau à saturation entre 0,6 et 0,02 $\text{m}^3.\text{m}^{-3}$ (par pas de 0,1 au départ puis 0,01 pour les valeurs faibles) et la conductivité hydraulique à saturation entre $1.10^{-3} \text{ m.s}^{-1}$ et $1.10^{-7} \text{ m.s}^{-1}$ (par pas d'un demi ordre de grandeur puis en affinant par pas d'un dixième d'ordre de grandeur). Afin de repérer l'effet de chacun des deux paramètres, je les ai fait varier séparément. L'analyse a été menée conjointement pour les deux ordres de découpages choisis afin de mettre en évidence un éventuel effet d'échelle sur les valeurs "optimales" des paramètres.

5.1.2.1 Peut-on trouver des valeurs de K_s et θ_s permettant de mieux simuler les débits à l'exutoire de 1999 et 2000 ?

L'analyse de sensibilité sur la conductivité hydraulique à saturation fait ressortir des différences sur les valeurs optimales (au sens de l'efficacité sur la racine des débits) selon l'échelle c'est-à-dire selon l'ordre de découpage. Alors qu'à l'ordre 3, la valeur optimale de K_s vaut $5.10^{-6} \text{ m.s}^{-1}$; elle vaut $1.10^{-5} \text{ m.s}^{-1}$ à l'ordre 2. Remarquons que ces valeurs sont dans les gammes des valeurs mesurées et intermédiaires entre la valeur des altérites et celle de surface. La différence selon l'ordre du découpage illustre la nécessité de déterminer un K_s pertinent à une échelle donnée. On peut faire ici le parallèle avec l'étude de Saulnier (1996) qui montrait que la valeur de la conductivité hydraulique à la surface du sol K_0 dans TOPMODEL double si l'on double la résolution du MNT. Ici, la résolution du MNT est inchangée mais la surface moyenne des REWs est divisée par 5 lorsque l'on passe de l'ordre 3 à l'ordre 2. Une décroissance de K_s d'un facteur 2 n'est donc pas très importante au vu de celle constatée par Saulnier (1996). Le K_s déterminé à l'ordre 3 est plus faible que celui de l'ordre 2 ce qui signifierait que la capacité d'infiltration doit être d'autant plus faible que la surface moyenne des REWs est grande. Toutefois, les flux d'infiltration par unité de surface entre les deux ordres sont identiques ce qui montre que l'infiltration est dirigée par un effet de taille des surfaces.

Au contraire de K_s , la teneur en eau à saturation optimale est égale entre l'ordre 2 et l'ordre 3. Une faible valeur moyenne de θ_s est ainsi déterminée : $0,03 \text{ m}^3.\text{m}^{-3}$. La valeur optimale peut sembler très faible par rapport aux mesures réalisées en surface (moins de 10% de la valeur), mais elle est en accord avec la gamme de valeurs proposées par les hydrogéologues travaillant sur les altérites sahéliennes. Cette forte diminution de θ_s entraîne une réduction importante de la capacité de stockage dans le sol. Elle est en accord avec les épaisseurs des couches observées, en région sahélienne tout du moins ; puisque l'horizon de surface ne fait que 2 m d'épaisseur alors que les altérites sont présente sur une dizaine de mètres. La couche d'altérites est donc la plus épaisse. Une diminution de la capacité de stockage va dans le sens de la prépondérance des altérites.

Nous avons vu au chapitre précédent qu'il n'était pas possible de réduire l'épaisseur de sol, notamment à l'ordre 3. La diminution de θ_s et donc de la porosité permet de combler cette défaillance dans l'initialisation. Elle confirme l'importance sur les résultats de la spécification de la taille des réservoirs. Ce point nécessitera une réflexion plus approfondie pour les applications futures, afin de déterminer des règles permettant leur estimation sur d'autres bassins. Ce fort effet "géométrique" s'explique aussi par la représentation très simplifiée (réservoir) de la zone non saturée dans cette première version. Nous pouvons espérer qu'une représentation plus réaliste, permettant de représenter explicitement les différents horizons et leurs propriétés hydrodynamiques permettra de s'affranchir de cette dépendance.

L'analyse de sensibilité sur les propriétés du sol montre donc qu'il est possible de déterminer un jeu de valeurs qui améliore des performances globale du modèle, aussi bien à l'ordre 2 qu'à l'ordre 3. Pour l'exemple de l'ordre 3, l'efficacité sur la racine des débits journaliers vaut 0,53 à l'ordre 3 alors qu'elle ne valait que 0,35 auparavant. Sur les volumes décennaux, l'amélioration de l'efficacité est également conséquente : elle passe de 0,40 à 0,57. Quel que soit l'ordre de découpage envisagé, on peut trouver des paramètres de sols permettant une meilleure répartition des écoulements au cours de la saison. Les écoulements de début de saison sont significativement réduits et les pics du cœur de la saison sont mieux représentés. Ceci est illustré à la Figure 57 avec les volumes décennaux à l'ordre 3. Cette figure est à comparer à la Figure 55 (p.154).

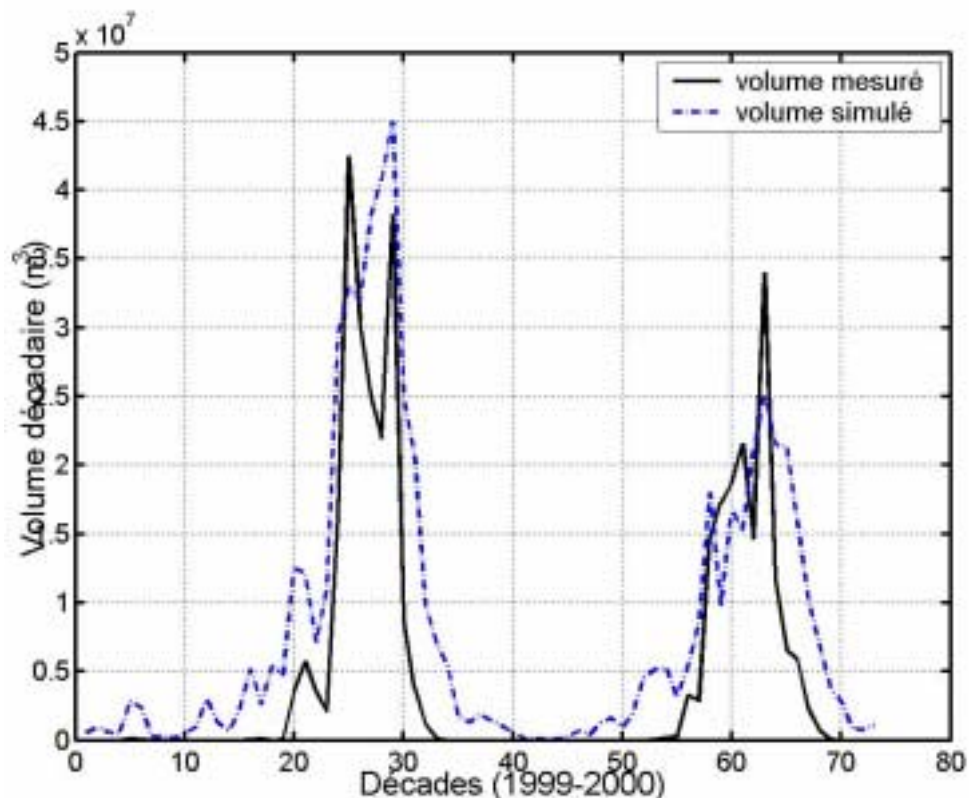


Figure 57 : Volume décennaux (1999-2000) après ajustement des propriétés hydrodynamiques des sols (ordre3)

Les écoulements de début de saison sont du même ordre de grandeur pour les deux ordres de découpage (Figure 57 et Figure 58). L'efficacité sur la racine des débits journaliers vaut 0,55 à l'ordre 2 contre 0,57 à l'ordre 3. L'efficacité sur la racine des volumes décennaux vaut 0,63 à l'ordre 2 et 0,53 à l'ordre 3. On remarque une différence importante sur les pics décennaux ainsi que sur la fin de la saison. Alors qu'à l'ordre 3 le découpage en deux pics marqués en 1999 est simulé en un seul pic, l'utilisation d'un découpage plus fin permet de différencier les deux temps de la saison 1999. Pour l'année 2000, malgré l'absence de pic, l'ordre 2 semble conduire à une meilleure représentation

temporelle des écoulements. La récession des écoulements en fin de saison des pluies est mieux représentée à l'ordre 2 qu'à l'ordre 3 pour les 2 années : les écoulements sont alors plus étalés avec un découpage à l'ordre 3. Il semble alors qu'un découpage plus fin est pertinent pour bien représenter la répartition des écoulements au cœur de la saison et la récession des écoulements à partir de fin octobre.

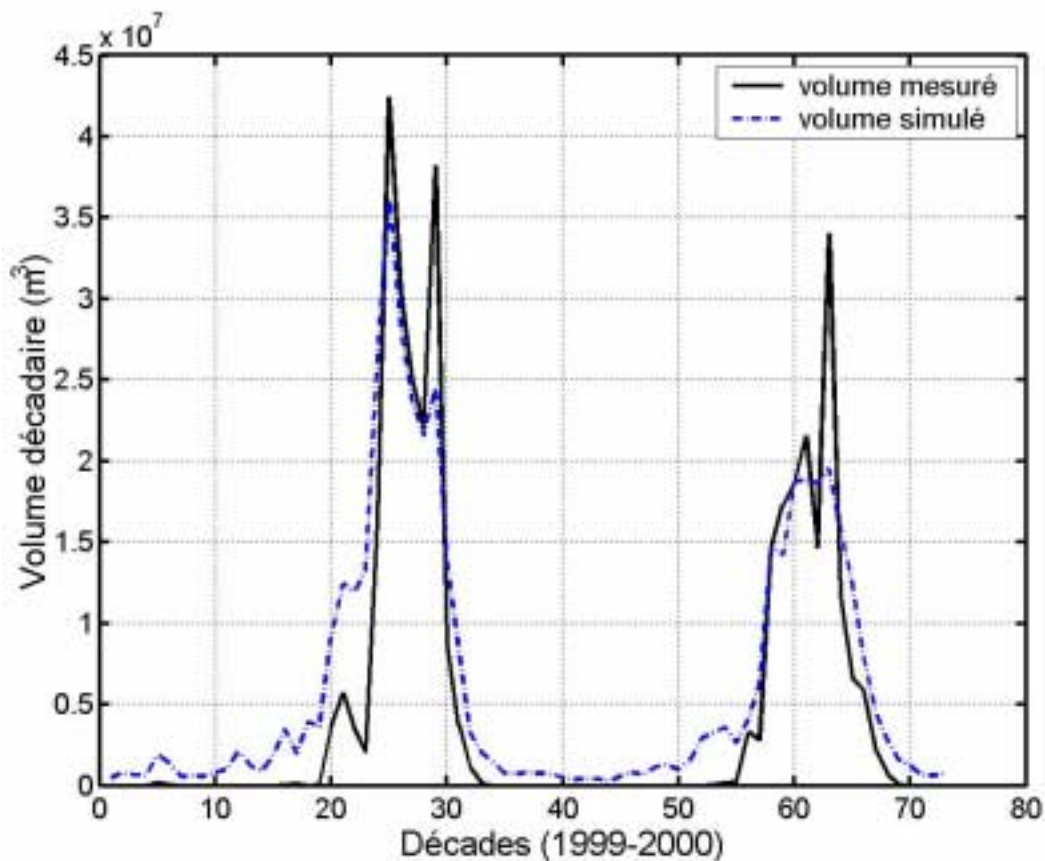


Figure 58 : Volume décadaires (1999-2000) après ajustement des propriétés hydrodynamiques des sols (ordre2)

Pour finir, notons que l'ajustement des propriétés hydrodynamiques des sols a pour effet d'augmenter la surestimation du volume annuel écoulé. En conséquence, à l'ordre 3, l'efficacité sur la racine du volume journalier cumulé, qui était avant calage de 0,92 diminue à 0,83. En revanche, à l'ordre 2, cette même efficacité est plutôt meilleure avec un score de 0,94.

5.1.2.2 Effet sur l'amplitude de la nappe

L'amplitude de la nappe se trouve fortement améliorée par une porosité effective plus faible : elle passe de moins de 1 m en moyenne à près de 10 m sur certains REWs. La Figure 59 montre pour l'exemple de l'ordre 3, l'amplitude de la nappe pour les REW 1, 9, 14, 17 et 20 (cf. position des REWS à la Figure 40, p.117). La pluie est également figurée. On peut ainsi observer le décalage temporel entre le début des précipitations et la remontée de la nappe. Le décalage simulé est de près de 100 jours, ce qui est un peu plus long que le décalage observé. Je reviendrai plus tard sur la comparaison des altitudes de nappes simulées et observées et les problèmes qui se posent (section 5.1.5).

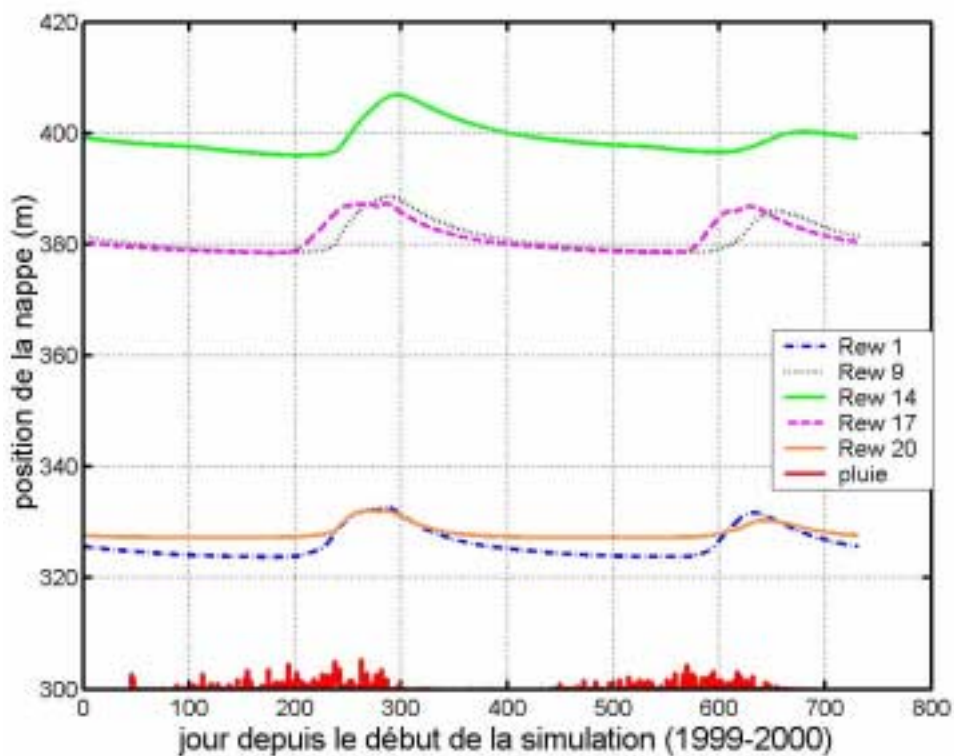


Figure 59 : Amplitude de la nappe (1999 et 2000) pour le REW 9 (traits pleins) et le REW 17 (pointillés), à l'ordre 3.

5.1.2.3 Effet sur l'évolution de la saturation

La diminution de la capacité de stockage du sol a aussi un effet important sur la dynamique de la zone non saturée : la variation du degré de saturation au cours de l'année semble plus réaliste

qu'auparavant. La Figure 60 montre que le degré de saturation prend maintenant toutes les valeurs entre 0,1 et 1. Le contraste entre la saison des pluies et la fin de la saison sèche est bien marqué et donc plus réaliste. Rappelons qu'avec les valeurs de surface des paramètres, le degré de saturation variait peu entre la saison sèche et la saison des pluies (section 5.1.1), avec des valeurs globalement élevées.

A la différence de la zone saturée, l'augmentation de l'humidité du sol débute dès les premières pluies. La première pluie de 1999 n'est pas suffisante pour amorcer une constante augmentation du degré de saturation du sol mais on note néanmoins une augmentation passagère autour du jour 50. Le degré de saturation diminue à nouveau jusqu'à l'installation complète de la saison des pluies. Ensuite, le degré de saturation augmente rapidement. De mi-août à mi-octobre (jour 230 à 290), la zone non saturée est très proche ou égale à la saturation. Ensuite, le degré de saturation augmente rapidement. De mi-août à mi-octobre (jour 230 à 290), la zone non saturée est très proche ou égale à la saturation.

Ainsi l'étude de sensibilité sur les paramètres de sols montre qu'il est possible d'obtenir une meilleure représentation de l'évolution du degré de saturation de la zone non saturée. Des propriétés hydrodynamiques proches de celles des couches profondes d'altérites semblent donc plus appropriées pour représenter le fonctionnement de la zone non saturée que les valeurs estimées depuis les mesures de surface.

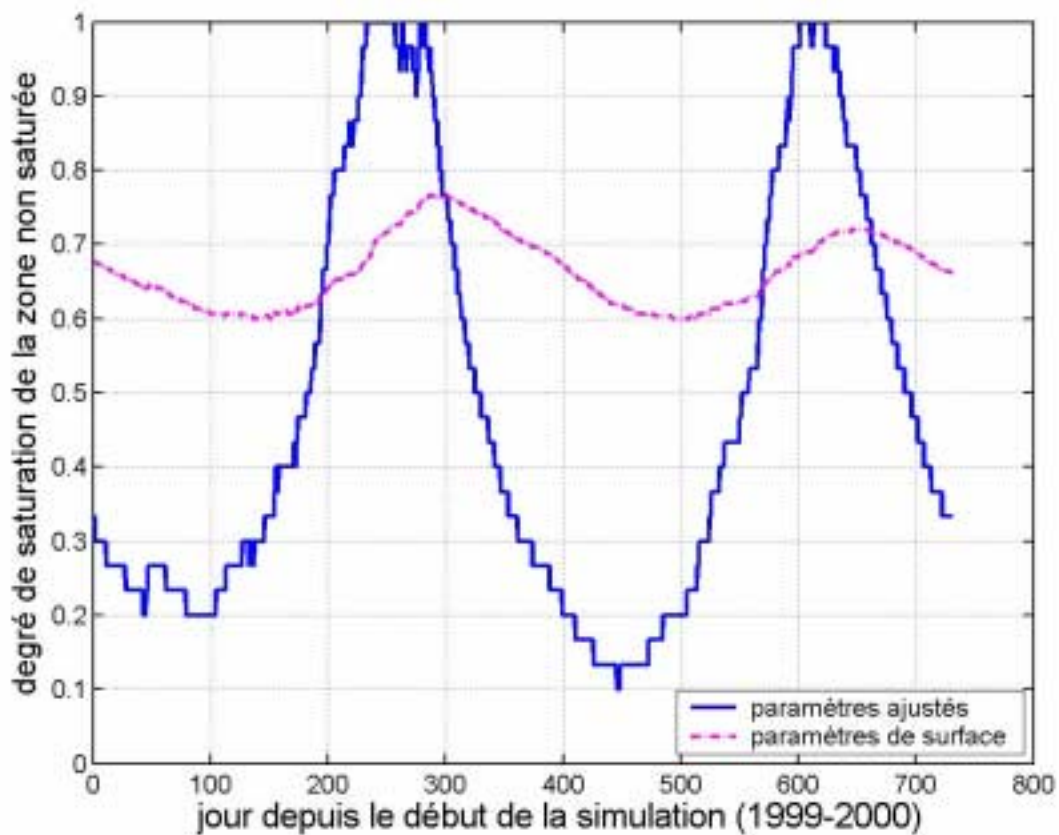


Figure 60 : Evolution du degré de saturation de la zone non saturée avant et après ajustement des propriétés hydrodynamiques des sols (ordre 3).

La comparaison des degrés de saturation entre les ordres de découpage pose des problèmes de représentativité des REWs de l'ordre 2, plus petits. En effet, la surface occupée par les REWs de l'ordre 3 étant en moyenne cinq fois plus grande que celle occupée par un REW de l'ordre 2, la comparaison ne peut être directe et les degrés de saturation à l'ordre 2 doivent être agrégés et moyennés avant de les comparer à ceux de l'ordre 3. Les deux figures suivantes montrent l'évolution des degrés de saturation des REWs 1 et 14 de l'ordre 3. Le degré de saturation à l'ordre 2 a été obtenu en moyennant les degrés des REWs de l'ordre 2 (pour le REW 1 : REW 1, REW 2 et REW 117 ; pour le REW 14 : les REW 37 à 45).

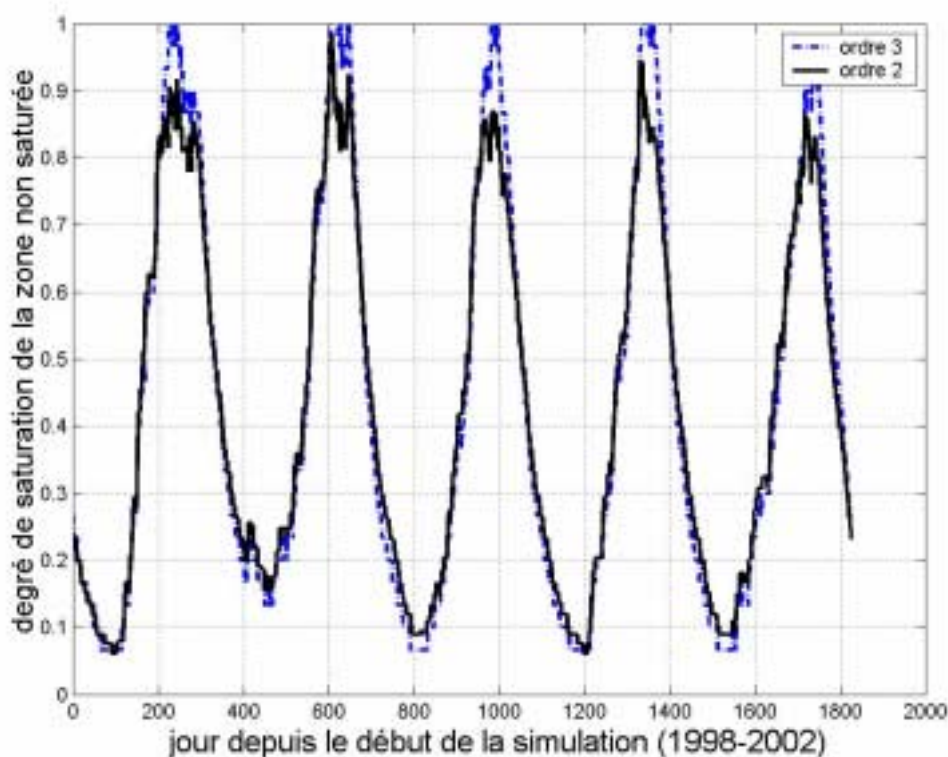


Figure 61 : Evolution du degré de saturation du REW 1

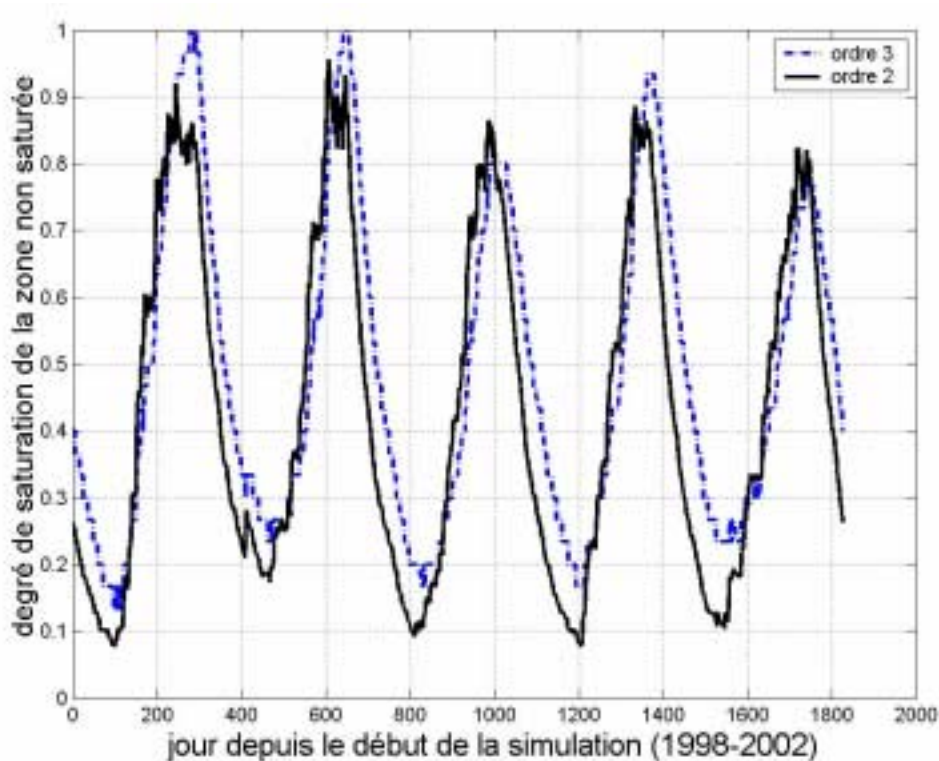


Figure 62 : Evolution du degré de saturation du REW 14

On montre ainsi que le degré de saturation de la zone non saturée est globalement plus fort à l'ordre 3 qu'à l'ordre 2, ce qui avait déjà été observé avant l'ajustement des propriétés hydrodynamiques des sols. Pour le REW 1, la différence tient surtout dans la valeur maximale atteinte en fin de saison des pluies. Pour le REW 14 en revanche, c'est tout au long de la saison que le degré de saturation est plus élevé avec un découpage à l'ordre 3 qu'avec un découpage à l'ordre 2.

Bien que cette étude de sensibilité ne soit pas complète en terme de gamme de valeurs explorées (puisque non automatique) ; il est fort peu probable qu'un autre jeu de paramètres avec des valeurs très différentes conduisent aux mêmes résultats. Une efficacité équivalente sur le débit à l'exutoire ou les volumes écoulés doit pouvoir être atteinte avec un jeu de paramètre différent. Mais la combinaison des critères (même qualitatifs) sur les débits, l'amplitude de la nappe et le degré de saturation de la zone non saturée est peut-être le signe du caractère "unique" du jeu de paramètre retenu.

5.1.3 Sensibilité à l'ETP :

Dans cette région soudanienne, une des grandes interrogations concerne la part de l'évapotranspiration dans le bilan hydrologique. Nous avons vu dans le chapitre consacré aux données que l'évaluation de l'ETP sur le bassin pouvait être sujette à de larges erreurs. Avant 2002, seule la station de Parakou (à 130km à l'Est du bassin versant) est disponible pour déterminer une ETP. Cette station n'est pas implantée sur une surface de gazon bien irrigué (tel que cela est préconisé dans la méthode FAO). En 2002, même si la station de Djougou est située sur le bassin versant, les problèmes sont les mêmes : l'emplacement et l'unicité de la station induisent de grandes imprécisions dans la détermination de l'ETP. De plus, l'ETP calculée par la méthode de la FAO demande à être corrigée par des coefficients cultureux, fonction des plantes et du stress hydrique qu'elles subissent. Ces coefficients sont particulièrement difficiles à définir à de grandes échelles et sur des couverts hétérogènes qui plus est naturels. En parallèle la surestimation globale des volumes écoulés à l'exutoire (section 5.1.2.1) laisse envisager qu'une composante du cycle hydrologique est sous-estimée au profit des écoulements de surface. J'ai ainsi cherché à faire une analyse de sensibilité à l'ETP en essayant de déterminer un facteur multiplicatif de l'ETP qui serait pertinent à l'échelle du bassin versant, dans le sens où il représenterait un coefficient cultural moyen. Cette analyse a porté essentiellement sur les débits et volumes à l'exutoire, en utilisant un facteur allant de 1 à 2,5 ; mais également sur l'amplitude de la nappe ou du degré de saturation de la zone non saturée. J'ai mené cette étude sur l'ensemble des années disponibles, à savoir 1998 à 2002, tout en conservant les propriétés hydrodynamiques des sols conduisant aux résultats les plus satisfaisants sur les années 1999 et 2000 (cf. section 5.1.2).

5.1.3.1 Sensibilité à un coefficient cultural

La modification de l'ETP par un facteur multiplicatif allant de 1 à 2,5 ne change pas significativement l'amplitude de la nappe ou le décalage temporel de sa remontée. Le degré de saturation de la zone non saturée est quant à lui légèrement diminué en saison sèche mais pas non plus de façon significative (de l'ordre de 5%).

En revanche l'influence sur les débits journaliers et les volumes écoulés décennaux, mensuels ou annuels est notable. Le Tableau 15 montre les efficacités sur les débits journaliers, les volumes décennaux et mensuels (calculées sur les racines) ainsi que l'erreur quadratique moyenne calculée sur la racine du volume journalier cumulé (en $m^{3/2}$) pour la période 1998-2002, à l'ordre 3 et à l'ordre 2, lorsque l'on fait varier le coefficient multiplicatif de l'ETP.

	ordre 2	ordre 3
Efficience débit journalier		
1ETP	0.55	0.51
1.5ETP	0.57	0.58
2ETP	0.54	0.57
2.5ETP	0.45	0.49
Efficience volume décadaire		
1ETP	0.62	0.55
1.5ETP	0.65	0.63
2ETP	0.63	0.64
2.5ETP	0.39	0.57
Efficience volume mensuel		
1ETP	0.34	0.58
1.5ETP	0.70	0.93
2ETP	0.83	0.97
2.5ETP	0.88	0.98
RMSE volume annuel cumulé		
1ETP	73218	162465
1.5ETP	23258	67943
2ETP	32571	15646
2.5ETP	70312	63569

Tableau 15 : Influence du facteur multiplicatif de l'ETP sur les débits journaliers et les volumes, décadaires, mensuels et cumulés (RMSE en m^{3/2}).

L'augmentation de l'ETP jusqu'à 50% permet d'améliorer globalement l'efficience sur le volume écoulé au cours de la saison, mais aussi à un pas de temps mensuel, décadaire et journalier, quel que soit l'ordre de découpage choisi. La multiplication par deux de l'ETP conduit, à l'ordre 3, à une diminution plus importante de l'erreur quadratique moyenne sur le volume écoulé (15646 m^{3/2} contre 162465 m^{3/2} initialement). Néanmoins, l'efficience sur les volumes décadaires et mensuels n'est que faiblement améliorée et l'efficience sur les débits journaliers est même légèrement diminuée. A l'ordre 2, seule l'efficience sur les volumes mensuels est améliorée par la multiplication de l'ETP par 2, tous les autres critères étant détériorés par rapport à une multiplication par 1,5. Il semble donc que d'un point de vue global à l'échelle des 5 années de simulations, la multiplication de l'ETP par 1,5 permette d'améliorer la représentation des débits et volumes écoulés à l'exutoire aux différents pas de temps et pour les deux niveaux de découpages.

A titre d'illustration, les Figure 63 et Figure 64 montrent les volumes décadaires pour l'ordre 3 et l'ordre 2 (ici l'ETP est multipliée par 1,5). Comme au paragraphe 5.1.2.1, malgré l'augmentation de l'ETP, on retrouve une saison plus étalée lorsqu'on utilise un découpage à l'ordre 3 qu'avec un découpage à l'ordre 2. En revanche, pour les deux niveaux de découpage, la multiplication de l'ETP permet encore de réduire les écoulements en début de saison. Néanmoins les écoulements du cœur de la saison se trouvent également diminués. Une augmentation plus importante de l'ETP a pour effet de réduire encore les écoulements de début de saison mais aussi ceux du cœur de la saison des pluies.

L'efficacité globale sur la saison s'en trouve alors réduite. Un coefficient de 1,5 est donc un compromis pour une représentation correcte de l'ensemble de la saison.

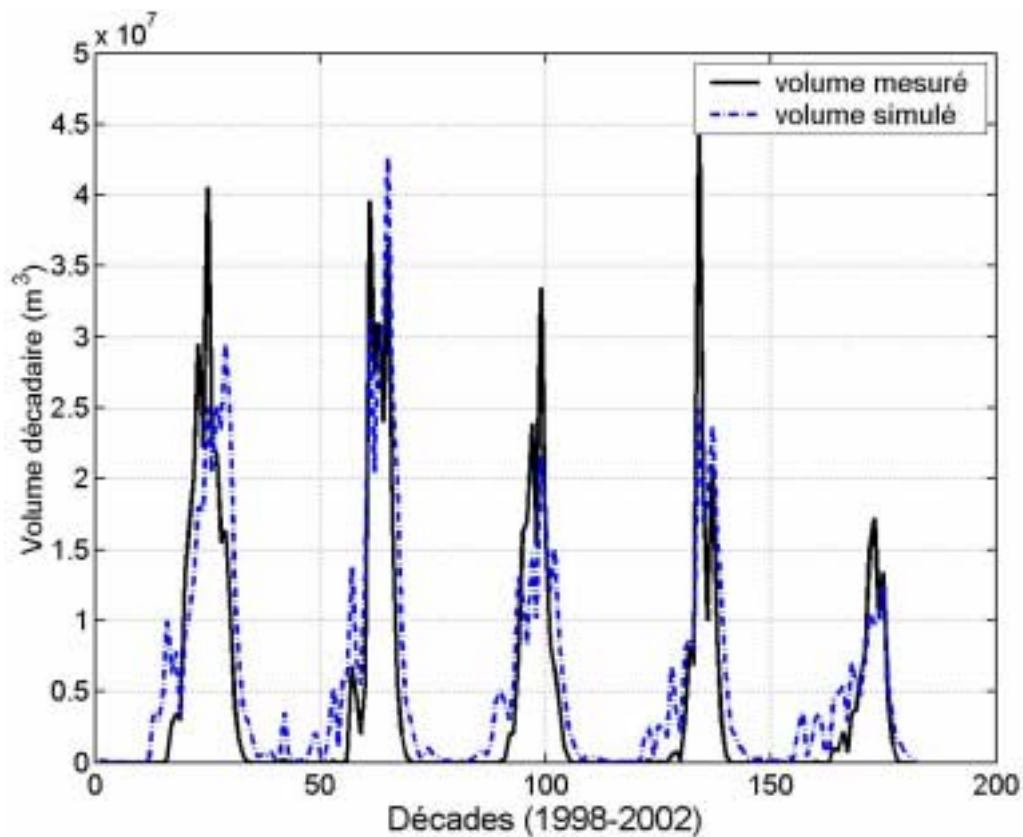


Figure 63 : Volumes décadaires (1998-2002) observés et simulés avec la valeur initiale de l'ETP (exemple de l'ordre 3)

Rappelons que ce coefficient est lié à la végétation, à son stade de développement et au stress hydrique qu'elle subit (FAO, 1998). Il serait donc possible de faire varier ce coefficient au cours de la saison. Mais l'analyse précédente montre qu'il faudrait un coefficient plus fort en début qu'en fin de saison ; ce qui est contradictoire avec le développement de la végétation. Un coefficient plus fort en début de saison se justifierait par une forte ETP sur sol nu induite par un rayonnement net et une température de surface localement élevés. Ceci est néanmoins peu probable puisqu'en saison sèche, le sol encore sec induit un albédo plus fort et donc un rayonnement net plus faible.

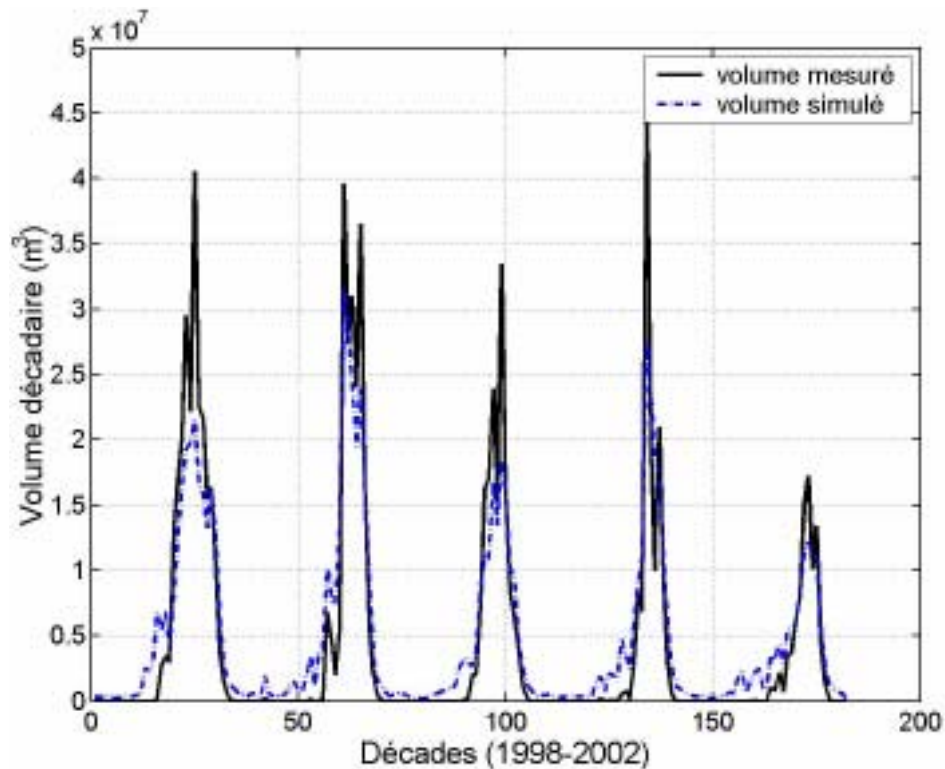


Figure 64 : Volumes décadaires (1998-2002) observés et lorsque la valeur de l'ETP est multipliée par 1.5 (exemple de l'ordre 2)

Regardons maintenant année par année l'effet du coefficient multiplicatif. Le Tableau 16 propose les efficacités sur les racines des débits journaliers, des volumes décadaires et mensuels, pour chaque année et chaque niveau de découpage lorsque l'on fait varier l'ETP. Pour les années 1998, 2000 et 2002, quel que soit l'ordre de découpage ou le pas de temps sur lequel sont calculées les efficacités, un coefficient multiplicatif de l'ETP de 2 conduit une diminution des performances du modèle par rapport à un coefficient de 1,5. Au contraire, pour les années 1999 et 2001, un coefficient de 2 conduit à une légère amélioration par rapport à un coefficient de 1,5 (par exemple à l'ordre 3, au pas de temps journalier pour 2001, l'efficacité passe de 0,56 à 0,61). Cependant, l'amélioration n'est pas très importante, uniquement quelques points sur l'efficacité. Les années 2000 et 2002 sont plutôt sèches ; alors que 1998 est une année plutôt humide. Les années 1999 et 2001 sont respectivement plutôt humide et plutôt sèche. On notera ainsi que le coefficient multiplicatif le mieux adapté aux années ne semble pas dépendre du caractère sec ou humide de l'année considérée.

	ordre 2			ordre 3		
	journalier	décadaire	mensuel	journalier	décadaire	mensuel
1998						
1ETP	0.58	0.66	0.74	0.56	0.59	0.65
1.5ETP	0.57	0.66	0.74	0.61	0.65	0.71
2ETP	0.52	0.60	0.68	0.59	0.64	0.70
2.5ETP	0.37	0.45	0.53	0.47	0.52	0.59
1999						
1ETP	0.58	0.63	0.67	0.55	0.59	0.61
1.5ETP	0.64	0.70	0.73	0.64	0.69	0.71
2ETP	0.67	0.73	0.76	0.68	0.73	0.76
2.5ETP	0.65	0.72	0.74	0.68	0.73	0.76
2000						
1ETP	0.50	0.63	0.68	0.44	0.52	0.56
1.5ETP	0.48	0.63	0.69	0.47	0.58	0.64
2ETP	0.39	0.55	0.63	0.42	0.55	0.63
2.5ETP	0.20	0.39	0.46	0.27	0.42	0.49
2001						
1ETP	0.55	0.61	0.66	0.47	0.51	0.53
1.5ETP	0.60	0.66	0.71	0.56	0.62	0.64
2ETP	0.62	0.69	0.74	0.61	0.68	0.71
2.5ETP	0.60	0.68	0.72	0.60	0.69	0.72
2002						
1ETP	0.48	0.52	0.55	0.43	0.43	0.45
1.5ETP	0.45	0.49	0.52	0.43	0.45	0.46
2ETP	0.27	0.29	0.32	0.24	0.25	0.22
2.5ETP	-0.10	-0.14	-0.12	-0.14	-0.16	-0.22

Tableau 16 : Efficience sur les débits journaliers, les volumes décadaires et les volumes mensuels, par année

Ainsi, un coefficient multiplicatif de 1,5 semble être un bon compromis, entre les années, les échelles de temps, le niveau de découpage et la répartition des écoulements au cours de la saison. C'est celui que nous retiendrons pour la suite des études de sensibilité.

Pour aller plus loin dans la discussion, il faudrait être capable de valider sur le terrain la valeur d'un tel coefficient, à partir de mesures d'évaporation. Localement, il faudrait pour cela mesurer sur plusieurs types de végétation (au moins sur les groupes dominants) les variables climatiques permettant le calcul de l'ETP. Le suivi du bilan hydrique d'une parcelle à l'échelle de la saison permettra de déterminer le coefficient cultural propre de la végétation de la parcelle, voire son évolution au cours de la saison. Rappelons que l'instrumentation, en cours d'installation sur 4 ou 5 groupes fonctionnels de végétation, permettra ce type de validation locale des coefficients cultureux. A des échelles plus grandes que la parcelle homogène, la détermination des coefficients cultureux est délicate. L'utilisation d'un scintillomètre, prévue pendant la période SOP, permettra d'accéder à l'évaporation et la transpiration réelle d'un versant, éventuellement hétérogène si la végétation

aérienne n'est pas trop élevée. La modélisation de ce versant devrait permettre de déterminer alors son coefficient cultural. A l'échelle du bassin, la mesure de l'évapotranspiration réelle n'est pas possible. La validation du coefficient cultural devra se faire par une mise à l'échelle des coefficients locaux pour tenir compte de tous les couverts végétaux présents sur le bassin. Une modélisation fine des phénomènes de la zone non saturée, prenant en compte explicitement le sol nu et la végétation, sera alors nécessaire pour représenter cette hétérogénéité des couverts.

5.1.3.2 Cumul d'évaporation à l'échelle du bassin versant.

Il est évident que le coefficient multiplicatif de l'ETP va avoir une influence sur le cumul d'évaporation, à l'échelle du REW mais aussi à l'échelle du bassin versant. La méconnaissance de cette composante du fonctionnement hydrologique du bassin versant ne nous a malheureusement pas permis de déterminer le coefficient multiplicatif à partir de mesure d'évaporation. Néanmoins, nous pouvons évaluer l'évaporation cumulée à l'échelle du bassin versant pour les différentes années et les différentes valeurs du coefficient, selon les ordres du découpage (Tableau 17). On remarque tout d'abord que l'utilisation d'un découpage à l'ordre 3 conduit systématiquement à un cumul d'évaporation supérieure en moyenne de 15% à celui obtenu avec un découpage à l'ordre 2. Rappelons que le degré de saturation à l'ordre 3 est plus élevé que celui obtenu avec un découpage à l'ordre 2, notamment durant la saison des pluies (section 5.1.2.3). Or l'évaporation de la zone non saturée est directement reliée au degré de saturation du REW (chapitre 3).

D'autre part, l'augmentation de l'ETP de 50% ne signifie pas que le cumul d'évaporation va être lui aussi augmenté de 50% : pour toutes les années et quel que soit l'ordre, l'augmentation du cumul d'évaporation qui s'en suit est d'environ 25%. De même l'augmentation de 100% de l'ETP conduit à une augmentation de 40% du cumul d'évaporation sur le bassin.

	1ETP		1.5ETP		2ETP	
	ordre2	ordre3	ordre2	ordre3	ordre2	ordre3
1998	546	661	684	803	812	907
1999	595	706	738	880	862	1018
2000	536	650	657	775	758	875
2001	552	681	673	804	776	891
2002	594	695	731	823	839	911
total sur 5 ans	2823	3393	3483	4085	4046	4601

Tableau 17 : Cumul d'évaporation (en mm) à l'échelle du bassin versant selon l'ordre de découpage et la valeur du coefficient multiplicatif de l'ETP

Si l'on conserve un coefficient de 1,5 tel que cela a été déterminé au paragraphe précédent, on peut établir des cartes d'évaporation pour chaque niveau de découpage. Pour l'année 2002, la Figure 65 montre la carte obtenue pour l'ordre 3 ; la Figure 66 celle pour l'ordre 2. Comme tous les paramètres et les entrées du modèle sont homogènes sur les REWs, la seule explication possible de cette distribution tient dans la géométrie des REWs. Sur la Figure 65, on remarque que des REWs de surface très variées donnent des cumuls d'évaporation très proches : par exemple le REW 5 et le REW 11 conduisent respectivement à des cumuls de 881 mm et 878 mm (par unité de surface) alors que leurs surfaces valent respectivement 77 km² et 8,6 km². La surface du REW n'explique donc pas complètement le cumul d'évaporation simulé. De même, le cumul d'évaporation n'est que faiblement corrélé au volume de sol du REW, c'est-à-dire au produit *épaisseur x surface*.

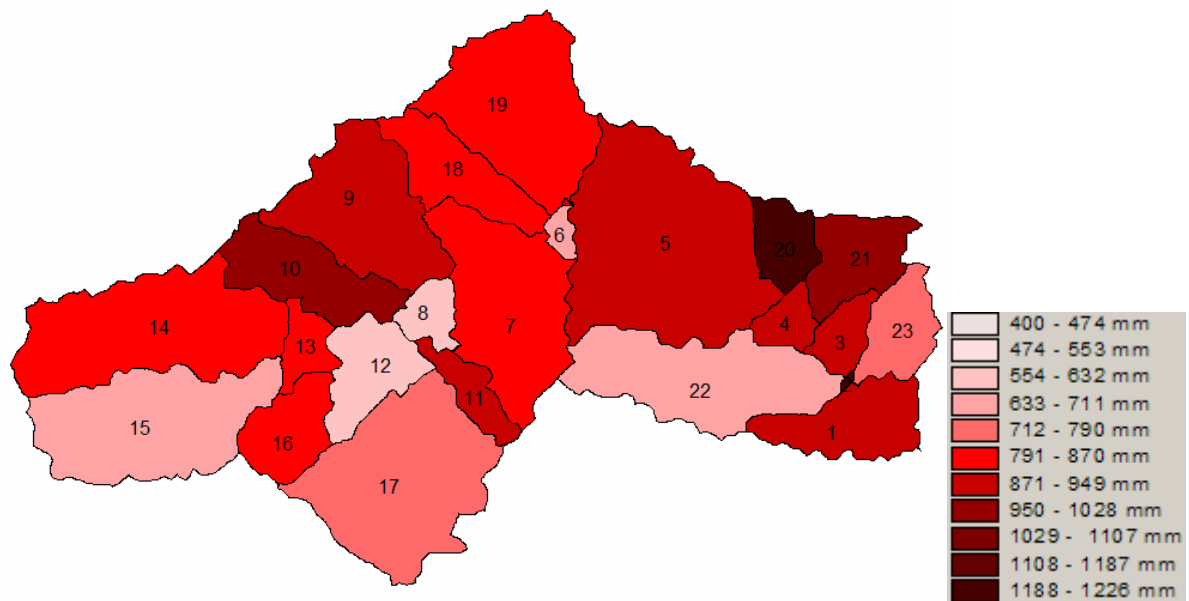


Figure 65 : Carte d'évaporation à l'ordre 3 pour 2002

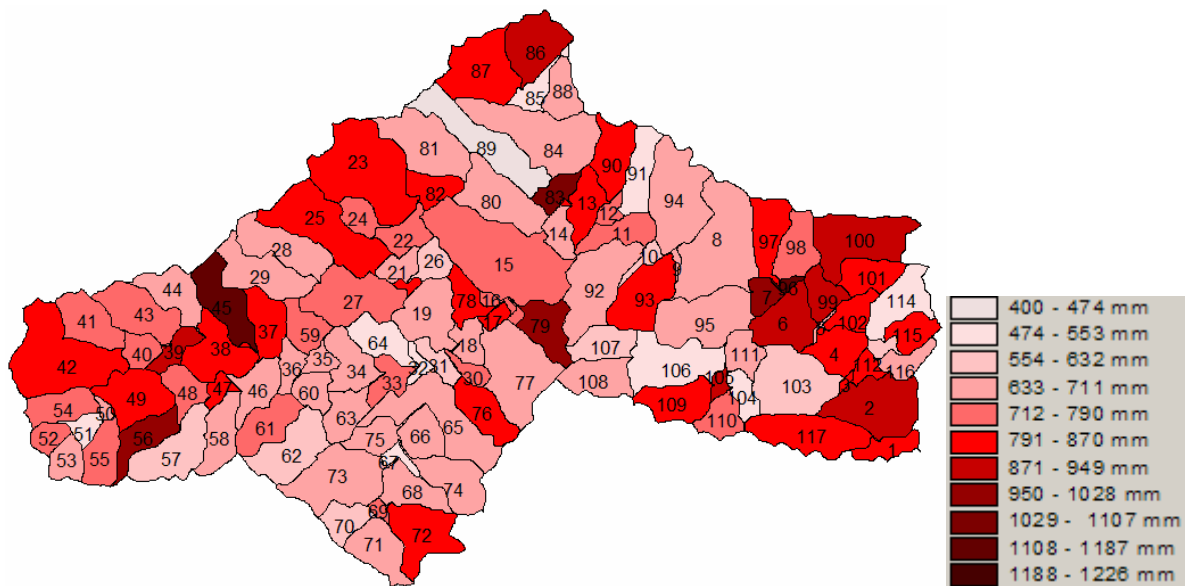


Figure 66 : Carte d'évaporation à l'ordre 2 pour 1999

En revanche, la Figure 67 montre que pour l'ordre 2, les REWs sur lesquels l'évaporation est la plus forte sont ceux où les profondeurs de sols sont les plus importantes. Cependant cette relation n'est pas complètement vérifiée par l'étude de la corrélation entre les épaisseurs de sols et les cumuls d'évaporation puisque le coefficient de détermination pour 1999 par exemple ne vaut que 0,22. Avec un découpage à l'ordre 3 également, la distribution des profondeurs de sols n'explique que partiellement la distribution de l'évaporation, aussi bien visuellement que selon le coefficient de détermination qui vaut entre 0,12 et 0,24 selon les années.

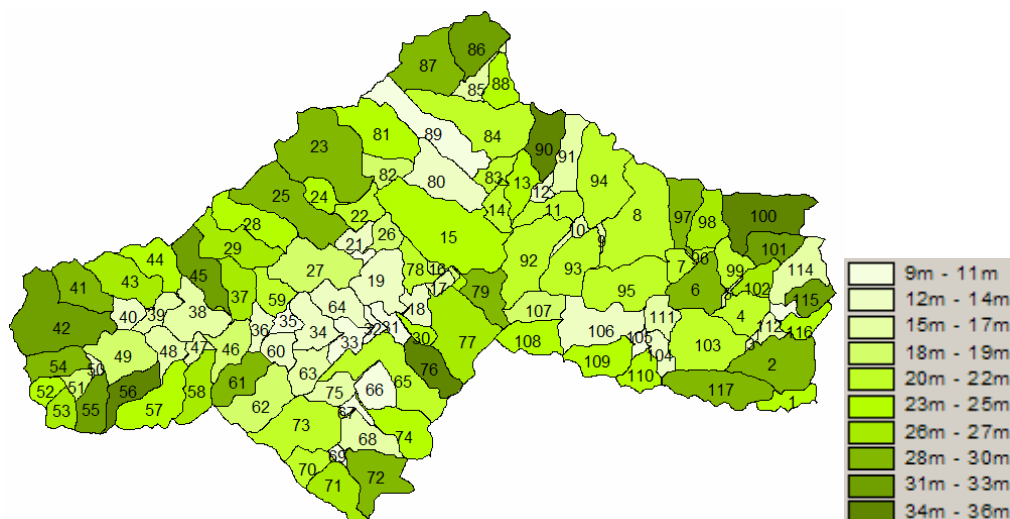


Figure 67 : Distribution des épaisseurs de REW, pour un découpage à l'ordre 2.

Etant donné la relation linéaire entre l'évaporation et le degré de saturation de la zone non saturée, il est également probable que la distribution de l'évaporation sur le bassin versant tienne aussi à la distribution de la saturation entre les REWs. Pour le vérifier, il faudrait se doter d'un indice d'humidité valable pour l'année. Cet indice pourrait être par exemple le degré de saturation moyen ou l'amplitude annuelle du degré de saturation.

Cette première analyse de la distribution des évapotranspirations montre déjà que la gestion de l'évaporation dans le modèle REW-v4.0 est un peu sommaire et trop reliée au découpage de l'espace adopté et au degré de saturation moyen du REW. Une description plus fine des processus d'évaporation semble nécessaire pour qu'ils ne soient pas uniquement liés à la géométrie des REWs ou au degré de saturation global du REW.

5.1.4 Représentation des débits intermédiaires

La question de la représentation correcte des débits intermédiaires ne peut trouver de réponse que pour l'année 2002, date d'installation des stations limnimétriques intermédiaires. Nous avons vu au chapitre précédent l'emplacement des stations limnimétriques par rapport aux REWs pour les deux niveaux de découpage. La comparaison des résultats de la modélisation et des observations n'est donc pas immédiate et demande de corriger le débit calculé à l'exutoire du REW par le rapport de la surface drainée à la station par la surface drainée à l'exutoire du REW.

Le Tableau 18 donne les efficacités calculées sur les racines des débits journaliers pour toutes les stations limnimétriques, lorsque la valeur initiale de l'ETP est utilisée ou lorsqu'on la multiplie par 1,5.

	ordre3		ordre2	
	1ETP	1.5ETP	1ETP	1.5ETP
Donga	0.43	0.43	0.48	0.45
Ara	0.14	-1.93	0.45	0.26
Bokpérou	0.26	0.16	0.21	0.14
Kolo	0.59	0.57	0.42	0.24
Koua	0.51	0.48	-3.08	-3.08
Nékété	0.60	0.60	0.51	0.29

Tableau 18 : Efficacité sur la racine des débits journaliers calculés en chaque station limnimétrique du bassin

Au vu de ces efficacités, on note que la simulation des débits aux stations intermédiaires situées sur le cours d'eau principal peut être meilleure que la simulation du débit à l'exutoire. C'est le cas des stations de Route de Kolokondé, Koua et Nékété pour un découpage à l'ordre 3 ; et de la station de Nékété seulement à l'ordre 2. Les débits journaliers à Koua sont assez bien reproduits à l'ordre 3, mais pas du tout à l'ordre 2 : aucun débit n'est simulé. Le débit journalier à la station de Ara est mal simulé à l'ordre 3 mais semble l'être convenablement à l'ordre 2, au vu de l'efficacité (0,45 avec l'ETP initiale). Néanmoins, cette valeur est trompeuse puisqu'à l'ordre 2 comme à l'ordre 3, la variation des écoulements simulée par le modèle est bien plus rapide que dans la réalité. Les écoulements simulés sont beaucoup plus chaotiques que les écoulements observés. La simulation des débits de la station de Bokpérou connaît les mêmes problèmes, avec des efficacités équivalentes à l'ordre 2 et à l'ordre 3. Le temps de réponse de ces petits bassins versants est inférieur à la journée. La comparaison des dynamiques simulées et observées est donc délicate à l'échelle de la journée. Au pont de la route de Kolokondé encore, les écoulements simulés sont plus erratiques que ceux observés. L'amélioration de la simulation des débits n'est donc notable qu'au-delà de 100 km², si l'on omet l'absence de débit simulé à Koua à l'ordre 2. Les efficacités sont globalement plus fortes à l'ordre 3 qu'à l'ordre 2, quel que soit le coefficient de l'ETP choisi. Ceci laisserait penser qu'un découpage fin de l'espace n'est pas nécessaire à la bonne représentation des débits sur des bassins de superficie supérieure à 100km². Cela ne le devient que pour représenter des bassins versants plus petits comme les têtes de bassin (Ara et Bokpérou). Une simulation plus fine à la fois temporellement et spatialement est donc nécessaire pour ces petits bassins.

La multiplication de l'ETP a pour effet de diminuer les débits, notamment sur les petits bassins versants et donc détériore les performances du modèle. Sur le bassin d'Ara, l'augmentation de l'ETP conduit à l'annulation complète du débit tout au long de l'année à l'ordre 3 (Figure 68). Sur le bassin de Bokpérou, le débit reste non nul mais l'efficacité est tout de même diminuée (0,16 contre 0,26 avec la valeur initiale de l'ETP, à l'ordre 3).

On montre ainsi que le modèle est pertinent pour la simulation des débits intermédiaires à partir d'une aire drainée de l'ordre de 100 km². En revanche, la simulation des petits bassins versants situés en tête de bassin n'est pas satisfaisante. Il est aussi intéressant de noter que le coefficient multiplicatif de l'ETP de 1,5 ne semble pas adapté à ces petits bassins versants. Cela rappelle que ce coefficient est théoriquement relié au couvert végétal et qu'il sera important par la suite de le déterminer à partir de la végétation réelle de ces petits bassins versants. Ce coefficient pourra alors varier selon les sous-bassins.

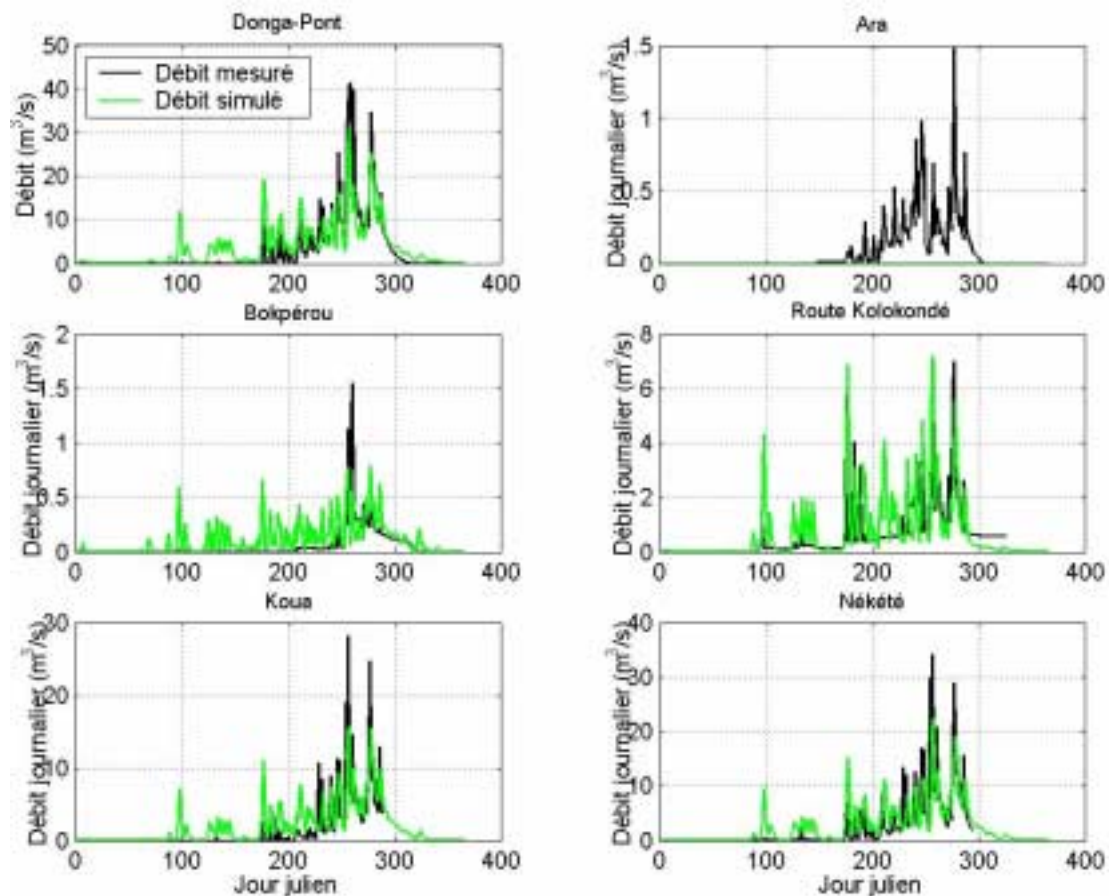


Figure 68 : Débits simulés et observés ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$) aux 6 stations limnimétriques du bassin versant (exemple de l'ordre 3 avec la multiplication de l'ETP par 1,5)

5.1.5 Difficultés liées à l'évaluation du modèle sur les hauteurs de nappe

Au chapitre précédent nous avons positionné l'ensemble des puits villageois suivis quotidiennement ou automatiquement sur le bassin versant. Nous avons également rappelé que la comparaison allait poser des problèmes puisque les mesures ponctuelles sont valables localement (si l'on omet la perturbation liée aux prélèvements) alors que le modèle fournit une hauteur moyenne de nappe valable à l'échelle du REW.

La Figure 69 montre l'évolution du niveau dans les puits de Foyo, Gaounga et Ananiga. En parallèle, l'évolution du niveau de nappe moyen est représentée pour les REWs 1, 2 et 117 de l'ordre 2 (qui correspondent respectivement aux trois puits mentionnés ci-dessus) ainsi que pour le REW 1 de l'ordre 3, à partir du 1^{er} janvier 2000.

Les observations montrent une remontée des nappes décalée par rapport au début de la saison des pluies d'environ 3 mois. On remarque sur la Figure 69 que ce décalage est reproduit par le modèle avec néanmoins une surestimation de près de 1 mois : le modèle simule une remontée de la nappe environ 4 mois après le début des précipitations. Cette remontée est rapide (environ 1 mois) et le niveau maximal n'est atteint que pendant quelques jours. Dans les puits villageois on enregistre au contraire une remontée qui dure près de 2 mois puis la nappe est à 1 ou 2 m de la surface pendant 1 mois. La descente de la nappe n'est, elle aussi, pas très bien représentée par le modèle puisque trop lente par rapport aux observations dans les puits.

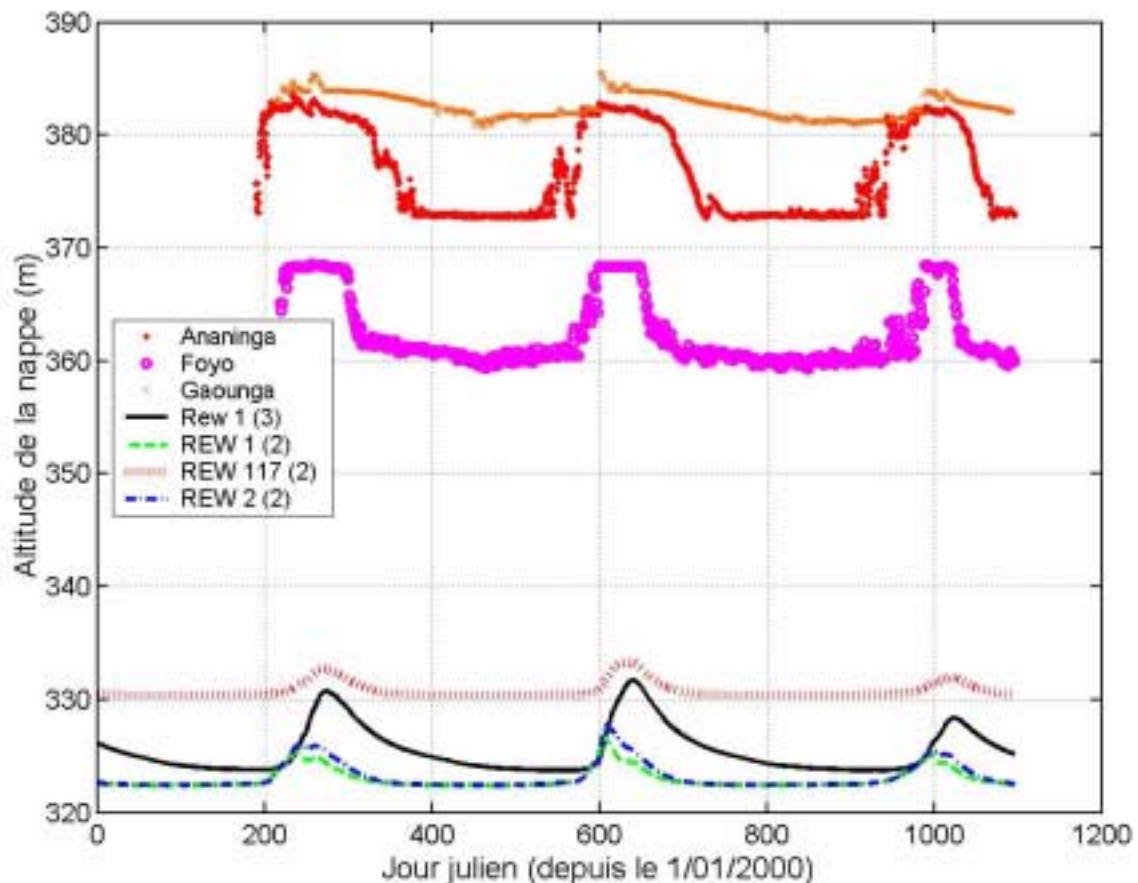


Figure 69 : Evolution de l'altitude de la nappe du REW 1 (ordre 3) en comparaison avec les puits de Ananinga, Foyo et Gaounga (2000 à 2002).

L'altitude absolue de la nappe simulée par le modèle est bien inférieure au niveau relevé dans les trois puits et ce quel que soit l'ordre de découpage. Selon les puits, la différence d'altitude entre le modèle et les observations varie de 30 à 50m. Cette forte différence d'altitude absolue pourrait être liée à la différence d'altitude de la surface, qui rappelons-le est, dans le modèle, une altitude moyenne sur le REW. Celle du REW 1, à l'ordre 3, est de 343,94 alors que les puits d'Ananninga, Foyo et Gaounga sont situés respectivement à 385,67 ; 369,84 et 387,65 m d'altitude. La différence d'altitude de référence est donc déjà conséquente. Néanmoins, une analyse en altitude relative, c'est-à-dire en

profondeur par rapport à la surface du sol, ne change pas les conclusions. La nappe simulée se situe entre 12 et 20 m de profondeur ; alors que les mesures dans les puits enregistrent une nappe proche de la surface en fin de saison des pluies (environ 1 à 2m sous la surface) et entre 10 et 12 m en fin de saison sèche.

Nous avons vu à la section 5.1.2.2 que l'amplitude de la nappe avait été fortement augmentée par la modification des paramètres hydrodynamiques des sols. Il apparaît ici que cette amplitude est encore légèrement sous-estimée par rapport à l'amplitude relevée dans les puits villageois. Cela est d'autant plus vrai pour un découpage fin puisque l'on constate que l'amplitude de la nappe simulée à l'ordre 2 est diminuée de moitié par rapport à celle simulée à l'ordre 3.

Deux des puits de la Figure 69 s'assèchent et tous connaissent des prélèvements importants qui ont une grande influence sur le niveau relevé notamment en fin de saison sèche et a fortiori sur l'amplitude de la nappe. Voyons l'exemple du puits de Djougou qui est situé en ville, dans la cour de la Direction de l'Hydraulique et donc très faiblement utilisé pour les prélèvements domestiques (Figure 70). Ce puits a, en outre, l'avantage de ne pas s'assécher en saison sèche. On remarque que l'amplitude annuelle de la nappe est bien moins importante que dans les autres puits (moins de 10 m). La simulation à l'ordre 3 est en accord avec cette amplitude ; alors que celle à l'ordre 2 est plus faible de moitié. L'évolution temporelle dans le puits de Djougou est aussi beaucoup plus lente que dans les autres puits, caractéristique non représentée par le modèle REW-v4.0.

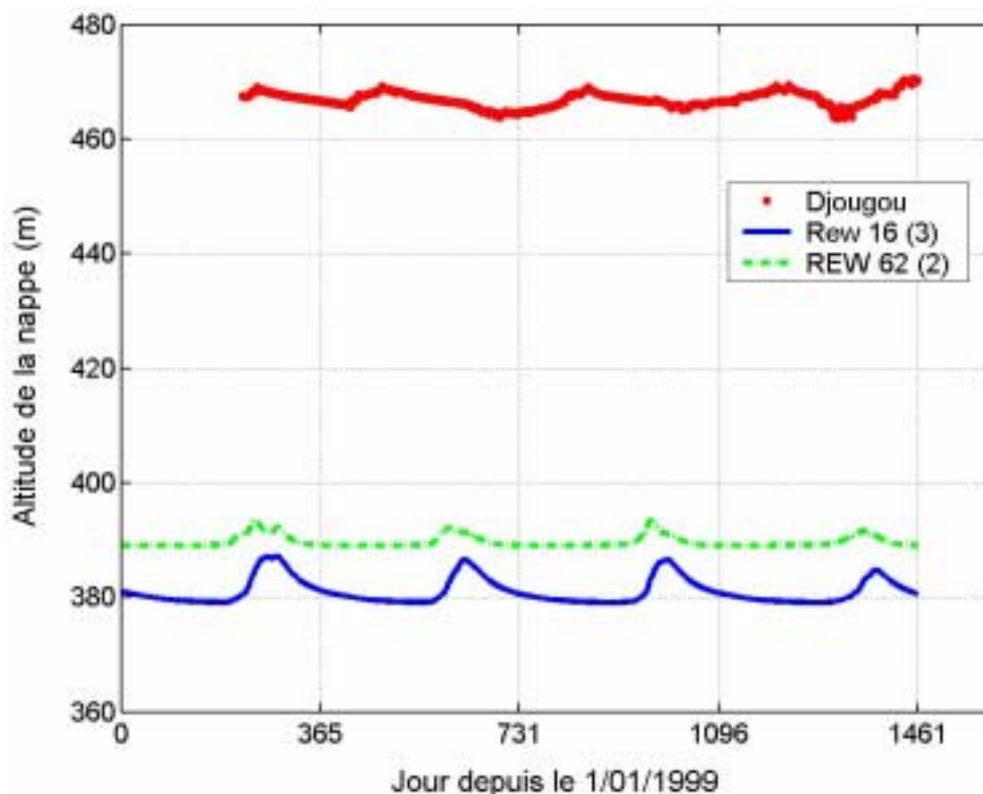


Figure 70 : Evolution de l'altitude de la nappe au puits de Djougou

Ainsi l'une des difficultés majeures liées à l'évaluation du modèle sur les niveaux de nappe provient des données qui sont pour l'instant, toutes issues de relevés dans des puits villageois soumis à des prélèvements et qui tarissent en saison sèche. Il est probable que le fonctionnement de la nappe visible à travers ces puits soit fortement déformé. En saison sèche notamment, on ne connaît pas la profondeur maximale réelle de la nappe dans les puits puisqu'ils s'assèchent. On aurait tendance à croire que la nappe est donc située plus bas. Cependant, lorsque les puits ne sont pas complètement asséchés, le niveau relevé est fortement influencé par les prélèvements : le puits met plus de temps à retrouver son niveau d'équilibre, ce qui laisserait supposer que le niveau réel est situé plus haut. Une grande incertitude règne donc sur le niveau réel de la nappe en fin de saison sèche. Aucun ordre de grandeur de la profondeur maximale n'est pour l'instant disponible. Il le sera avec le transect de piézomètres installés sur le bassin de Ara à l'automne 2003 (Séguis et al. 2004). Les premières observations ponctuelles laissent supposer que la nappe est effectivement plus haute que le niveau relevé dans les puits villageois, notamment en saison sèche (Séguis, communication personnelle). La simulation qui suggère une nappe entre 10 et 20 m de la surface n'est bien sûr pas opportune si ces informations se vérifient. Néanmoins, une nappe bien plus haute en saison sèche irait dans le sens d'une amplitude annuelle moins importante, comme celle observée dans les puits non utilisés pour les prélèvements. Les simulations seraient alors plus en accord avec la réalité.

Nous voyons donc ici que malgré l'amélioration importante due à l'ajustement des propriétés des sols, la représentation de la dynamique de la nappe par le modèle REW-v4.0 pose encore de nombreux problèmes. Au vu des données disponibles, il est probable que l'amplitude de la nappe, simulée avec un découpage à l'ordre 3, soit du bon ordre de grandeur. A l'ordre 2, l'amplitude de la nappe est deux fois moins importante et donc sous-estimée si l'on se base sur les données des puits villageois. L'évaluation de l'amplitude devra donc être confirmée par les données piézométriques. Le décalage par rapport au début des précipitations est quant à lui trop important, quel que soit le niveau de découpage. La position simulée reste bien inférieure à la position mesurée dans les puits villageois, aussi bien en valeur absolue qu'en relatif par rapport à la surface du sol.

Revenons un instant sur la connaissance du sous-sol que nous avons avec les études géophysiques menées depuis 2002 (cf. chapitre 2). Les premières études sur le bassin d'Ara montrent que les nappes observées ne sont probablement pas des nappes de socle mais plutôt des nappes de versant qui se formeraient dans les altérites relativement proches de la surface. La structure actuelle du modèle REW-v4.0 permet de représenter les nappes de socle mais non les nappes de versant (hypothèse de continuité de la zone saturée sur le bassin). Il est donc probable que le modèle ne reproduise pas le même type de nappe. Ceci expliquerait notamment la simulation de nappes beaucoup plus profondes (relativement à la surface) que celles qui sont observées dans les puits ou dans les

piézomètres. Une des possibilités pour que le modèle puisse prendre en compte ce genre de nappe serait que le compartiment sol soit modifié de façon à représenter plus physiquement les écoulements dans les zone non saturée et saturée du sol. Un découpage vertical du sol est nécessaire pour pouvoir représenter la saturation d'horizons peu profonds. Ainsi, le fonctionnement des nappes de versant ne pourra être reproduit par le modèle qu'après inclusion d'un module de zone non saturée comprenant une représentation physique des écoulements verticaux et un découpage vertical. Ce module devra pouvoir fonctionner aussi bien sur des horizons saturés que non saturés. Nous y reviendrons dans le chapitre suivant.

5.1.6 Flux échangés entre les différentes zones

La figure suivante montre les différents flux que les zones s'échangent au cours de la simulation (ici avec un découpage à l'ordre 3 et un coefficient cultural de 1,5). Les flux positifs attestent d'une recharge de la première zone. Le flux e^{uc} représente l'infiltration ; c'est le terme le plus fort. Au vu du flux e^{su} , seul un tiers de l'infiltration contribue à la recharge de la nappe. Pour ce qui est de la genèse des débits, on remarque que le flux e^{ro} est prépondérant, aux dépens du terme e^{rs} . Ainsi, dans le modèle REW-v4.0, le débit est généré par des suintements de la surface saturée. La nappe profonde ne contribue que faiblement à l'alimentation des rivières.

La prépondérance du flux e^{ro} dans la genèse des débits m'a amenée à me pencher sur l'origine de ce flux qui est contrôlé par le pourcentage de surface saturée ω^o (cf. chapitre 4). Nous verrons dans la deuxième partie de ce chapitre comment la distribution de la relation liant ω^o à la hauteur de nappe, à travers son paramètre p , peut avoir ou non une influence sur la simulation des débits.

Soulignons que ces constatations vont dans le sens des observations géophysiques. Même si le modèle ne représente pas de nappes de versants ou de nappes perchées, le débit qu'il simule provient de la saturation de la surface plutôt que de la nappe profonde. La surface saturée qu'il reproduit peut correspondre à la saturation d'horizons peu profonds, puisque la zone non saturée n'est représentée que par un réservoir homogène.

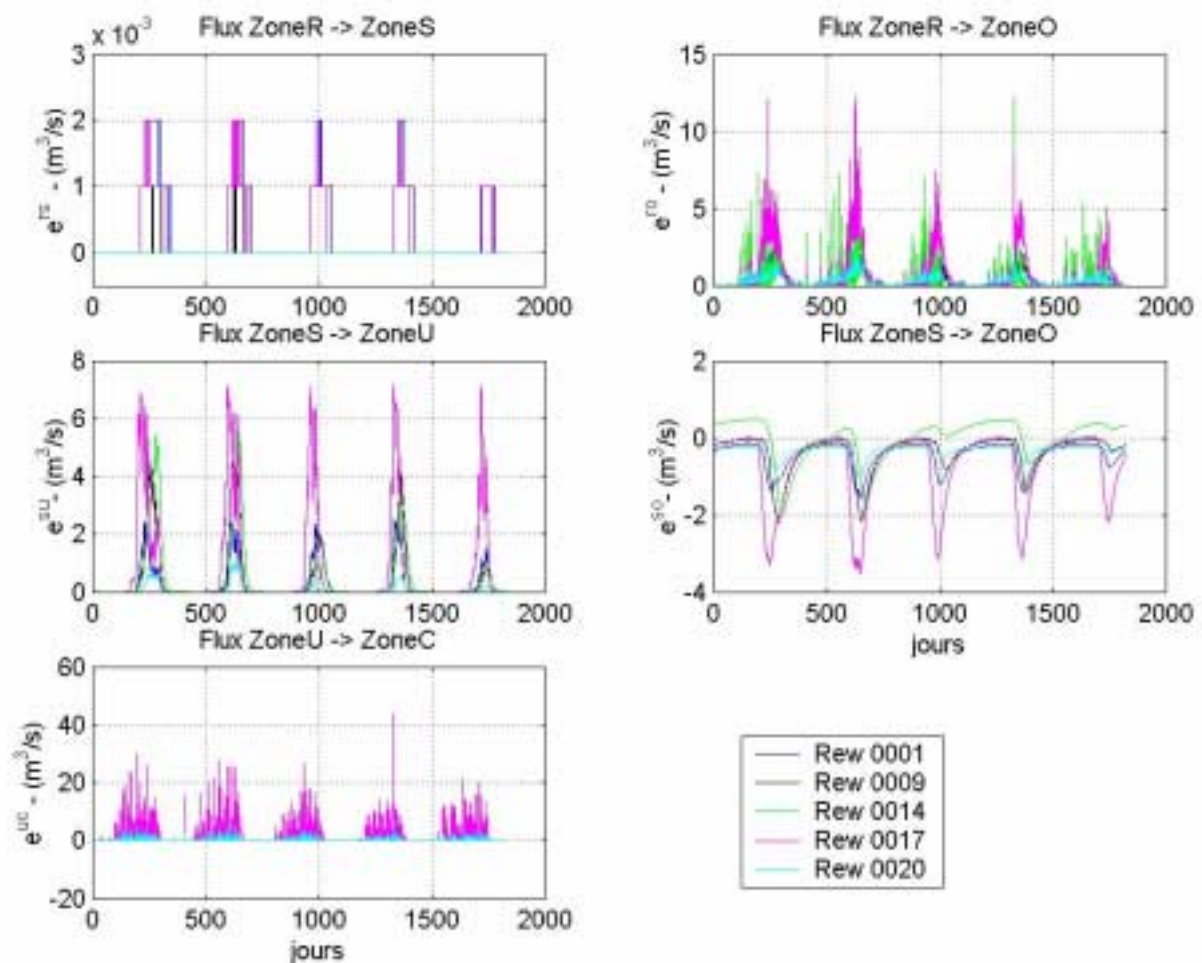


Figure 71 : Principaux flux ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$) de la modélisation du bassin de la Donga (ordre 3 ; 1,5ETP)

5.2 DISTRIBUTION DES PARAMETRES ET DES PROCESSUS

Dans cette deuxième partie, je vais m'attacher à évaluer l'impact de la distribution des paramètres et des entrées sur les REWs. Nous commencerons par distribuer spatialement le paramètre p qui intervient dans la relation nappe / surface saturée. Ensuite, les propriétés hydrodynamiques des sols seront distribuées REW à REW. Pour finir, nous évaluerons l'effet de la spatialisation des pluies journalières.

5.2.1 Distribution du paramètre p lié à la relation nappe / surface saturée

La liaison entre la surface saturée et la nappe contrôle le ruissellement sur surface saturée. Au vu des simulations du bassin de la Donga, les écoulements dans la rivière sont générés principalement par ce type de ruissellement. Il sera donc intéressant de voir l'impact de la description de la liaison nappe / surface saturée sur le débit à l'exutoire ou aux stations intermédiaires.

Rappelons que cette relation nappe / surface saturée est décrite à l'aide des caractéristiques géométriques du REW (cf. chapitre 4). Seul le paramètre p est non physique et donc non mesurable. Ainsi lorsque ce paramètre est homogène sur le bassin, nous avons vu que la formule donnait une courbe différente pour chaque REW. La distribution du paramètre p correspond donc à un affinement de la spatialisation de la relation nappe / surface saturée, qui est alors optimale pour chaque REW.

Le Tableau 19 donne les efficacités sur le débit journalier, le volume décadaire et le volume mensuel (calculées sur les racines des variables), pour un p distribué ou homogène. Les résultats incluent les 5 années de simulation.

	jour	décade	mois
	p distribué		
ordre3	0.53	0.58	0.93
ordre2	0.59	0.67	0.76
	p homogène		
ordre3	0.58	0.63	0.93
ordre2	0.57	0.65	0.70

Tableau 19 : Effet de la spatialisation du paramètre p sur les débits journaliers, décadaires et mensuels

La distribution du paramètre liant l'altitude de la nappe au pourcentage de surface saturée a un effet mitigé sur les débits à l'exutoire. Une amélioration est sensible à l'ordre 2. Mais les débits simulés à l'ordre 3 sont détériorés par la prise en compte de la distribution spatiale du paramètre p . Il est difficile de trouver une explication claire à cette différence selon la finesse du découpage.

La distribution du paramètre p a évidemment une influence sur l'évolution dans le temps du pourcentage de surface saturée ω^o . Les Figure 72 et Figure 73 montrent pour les REW 1, 9, 14, 17 et 20 de l'ordre 2, l'évolution de ω^o au cours des années 1998 à 2002, respectivement selon que le paramètre p soit distribué ou non. La distribution de ce paramètre modifie la propension des REWs à se saturer. Ainsi pour les 5 REWs représentés, on note que les REW 1 et 5 sont en fait plus saturés que les REW 14 et 17. D'autre part, la variation de ω^o est globalement plus importante au cours de la

saison. Par contre, les REWs ont toujours un pourcentage non nul de surface saturée, quelle que soit la période de l'année. Ceci est probablement contraire aux observations qui pourraient être faites sur le terrain.

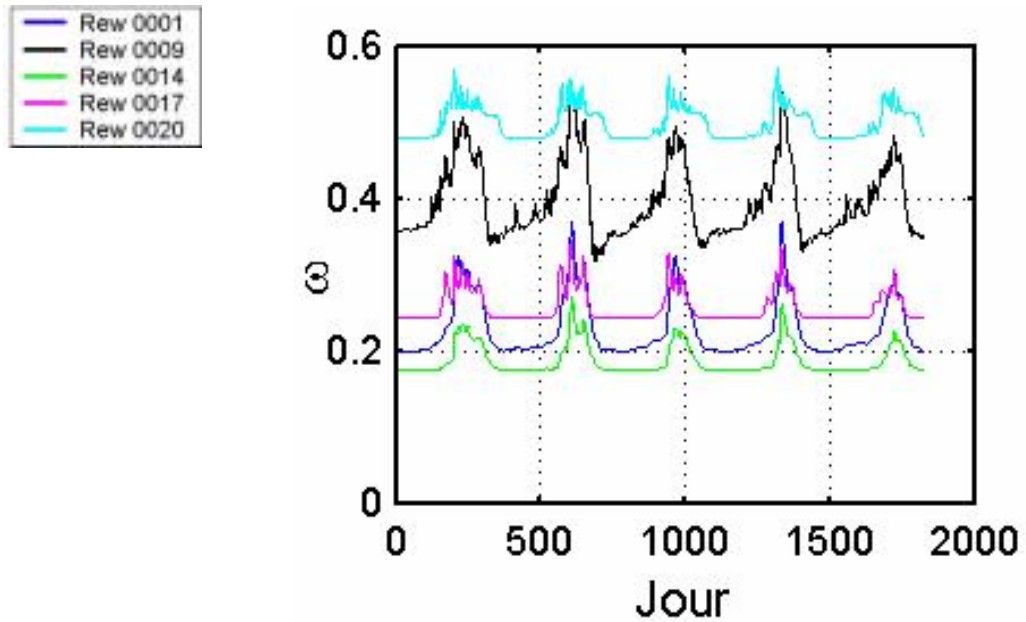


Figure 72 : Pourcentage de surface saturée lorsque p est distribué, pour les REWs 1, 9, 14, 17 et 20.

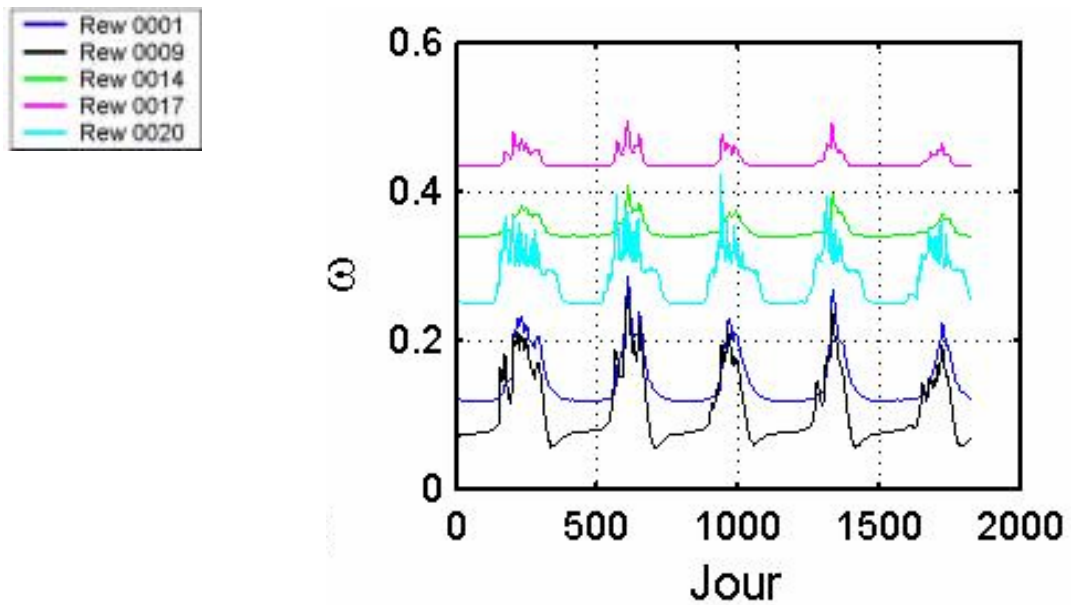


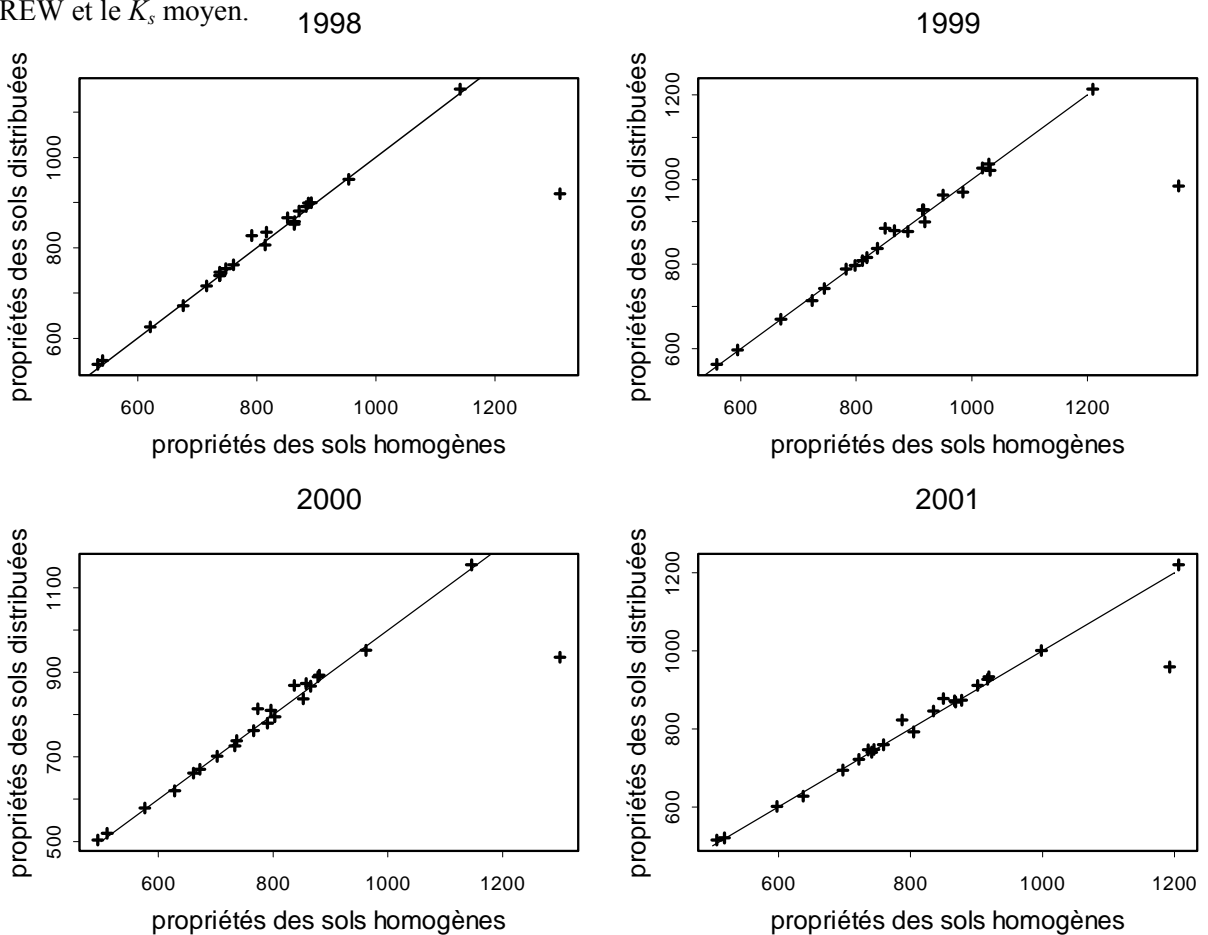
Figure 73 : Pourcentage de surface saturée lorsque p est homogène, pour les REWs 1, 9, 14, 17 et 20.

5.2.2 Distribution des paramètres de sols

Nous avons vu au chapitre précédent que les paramètres de texture étaient spatialisés à partir de l'étude géostatistique des paramètres mesurés en surface. Une distribution spatiale des paramètres de structure a pu être mise en place à l'aide de la carte pédologique et des distributions statistiques des paramètres mesurés en surface. Dans cette partie, je m'intéresse à l'effet de la spatialisation adoptée pour les propriétés hydrodynamiques des sols sur les différentes sorties du modèle.

Le débit n'est pas la variable qu'il faut considérer pour évaluer la sensibilité du modèle à la spatialisation des propriétés hydrodynamiques des sols. Aussi bien à l'exutoire qu'aux stations intermédiaires, les efficacités sur les débits sont identiques que les propriétés des sols soient distribuées ou non. Localement, le degré de saturation n'est pas non plus une variable permettant d'évaluer la spatialisation des propriétés des sols puisqu'il le même que les propriétés soient distribuées ou non.

En revanche, l'altitude de la nappe permet de mettre en évidence la sensibilité du modèle à la conductivité hydraulique à saturation K_s . En effet, comme lors de l'analyse de sensibilité sur K_s et sur θ_s , une augmentation de la conductivité hydraulique à saturation a pour effet d'augmenter l'amplitude de la nappe. Au contraire une diminution de K_s diminue l'amplitude annuelle de la nappe. Ainsi, sur un REW où le K_s attribué est plus grand que le K_s moyen, l'amplitude annuelle sera plus grande que l'amplitude calculée avec le K_s moyen. La différence est alors proportionnelle à la différence entre le K_s du REW et le K_s moyen.



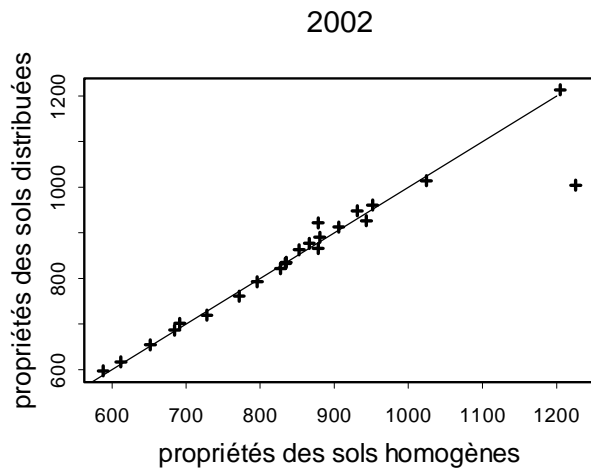


Figure 74 : Evaporation annuelle (mm) selon que les propriétés des sols soient homogènes sur le bassin (abscisse) ou distribuées sur les REWs (ordonnées).

Les cumuls annuels d'évaporation par REW ne sont pas significativement différents selon que l'on distribue ou non les propriétés hydrodynamiques des sols. Sur la Figure 74, les cumuls d'évaporation obtenus avec des propriétés hydrodynamiques des sols distribuées sont tracés en fonction des cumuls obtenus avec des propriétés homogènes, pour l'ordre 3. La droite de régression est très proche de la première bissectrice. Un seul point s'en écarte, celui correspondant au REW n°2. Ce REW est particulier à cet ordre de par sa taille, bien plus petite que tous les autres REWs (cf. carte au chapitre précédent, p.125), mais également par le fait que sa saturation dure beaucoup moins longtemps avec les propriétés distribuées que lorsqu'elles étaient homogènes. A l'ordre 2, les distributions sont quasiment identiques, avec un coefficient de détermination variant de 0,94 en 2002 à 0,97 en 2000.

La distribution relative des cumuls d'évaporation est donc conservée. La carte des cumuls d'évaporation est alors quasiment identique à celle présentée auparavant, lorsque les propriétés sont homogènes entre les REWs.

Ainsi l'effet de la distribution spatiale des propriétés hydrodynamiques des sols est assez décevant. Il y a deux explications possibles à ceci. Soit la spatialisaton des propriétés hydrodynamiques et notamment des paramètres de structure ne conduit pas à des valeurs suffisamment contrastées pour observer une autre structure de l'évaporation que celle obtenue avec des propriétés homogènes. Soit la modélisation actuelle de l'évaporation et des transferts dans la zone non saturée n'est conditionnée que de manière assez indirecte par les propriétés hydrodynamiques du sol (modèle réservoir). Il faudra donc reprendre l'étude de sensibilité à la spatialisaton des propriétés des sols avec le module plus détaillé de la zone non saturé présenté dans le chapitre suivant.

5.2.3 Distribution de la pluie

Nous avons vu au chapitre 2 qu'avant 2002, 9 stations pluviométriques étaient situées sur le bassin ou à proximité du bassin dont 7 autour du village de Donga, constituant la cible du futur radar qui sera installé à Djougou en 2004. Les 2 autres sont situées dans la ville de Djougou (au sud) et à Kolokondé (au nord). La ville de Djougou contenait en plus un pluviomètre du réseau national en place depuis 1923. Ainsi la distribution spatiale des pluies sur le bassin versant pour les années antérieures à 2002 ne peut pas être définie avec précision. Si l'on distribue la lame d'eau journalière sur les REWs, ceux situés loin des stations vont se voir attribuer la lame d'eau journalière moyenne du bassin versant. En revanche en 2002, l'installation de 11 nouveaux pluviographes permet une estimation plus fiable de la distribution spatiale des pluies. Le réseau de pluviographes, voulu homogène, permet une évaluation de la lame d'eau journalière plus pertinente qu'une simple moyenne. Dans un premier temps, j'évaluerai la pertinence de cette distribution des pluies et du nouveau réseau, du point de vue de l'entrée pluie du modèle. Dans un deuxième temps, j'évaluerai l'influence de la spatialisation de la pluie sur les différentes sorties du modèle et notamment sur les débits à l'exutoire et aux stations intermédiaires.

5.2.3.1 Effet de la distribution spatiale de la pluie sur les lames d'eau journalières attribuées aux REWs.

Pour évaluer cet effet j'ai étudié la corrélation entre la pluie moyenne journalière évaluée pour le REW et la pluie moyenne évaluée pour l'ensemble du bassin versant, pour chaque REW et pour les deux niveaux de découpage. La Figure 75 propose l'exemple du REW n°25 à l'ordre 2 pour l'année 1998 et la Figure 76 l'année 2002 pour le même REW. On observe une dispersion plus importante autour de la première bissectrice pour l'année 2002 : le coefficient de détermination vaut 0,88 en 2002 et 0,97 en 1998. Le fort coefficient de détermination en 1998 atteste que les pluies journalières moyennes sur le REW sont très proches des pluies journalières moyennes sur le bassin versant. Le réseau de 1998 ne permet donc pas d'estimer une autre lame d'eau très différente de la valeur moyenne. En revanche sur 2002, le coefficient de détermination moins fort montre qu'une pluie journalière moyenne sur le REW est assez différente d'une pluie journalière moyenne sur le bassin. On note que la dispersion est d'autant plus marquée que les pluies journalières sont fortes.

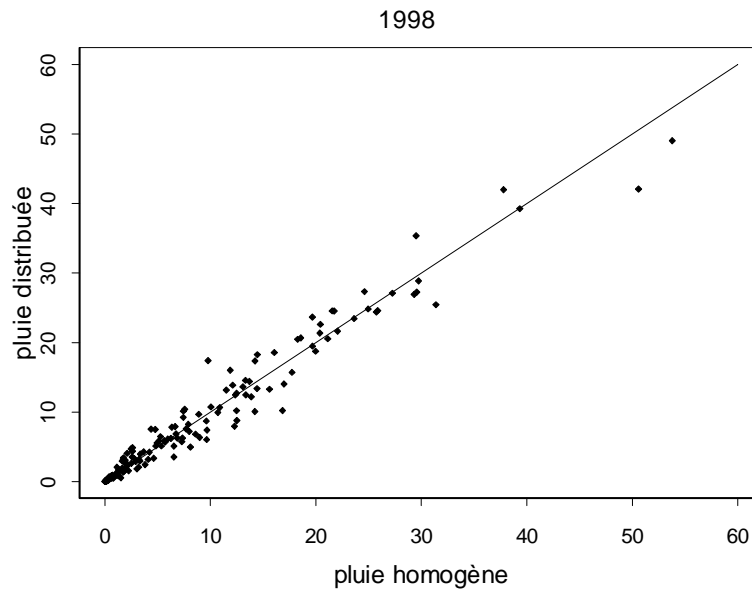


Figure 75 : Pluie homogène contre pluie distribuée pour le REW 25 (ordre 2) : 1998

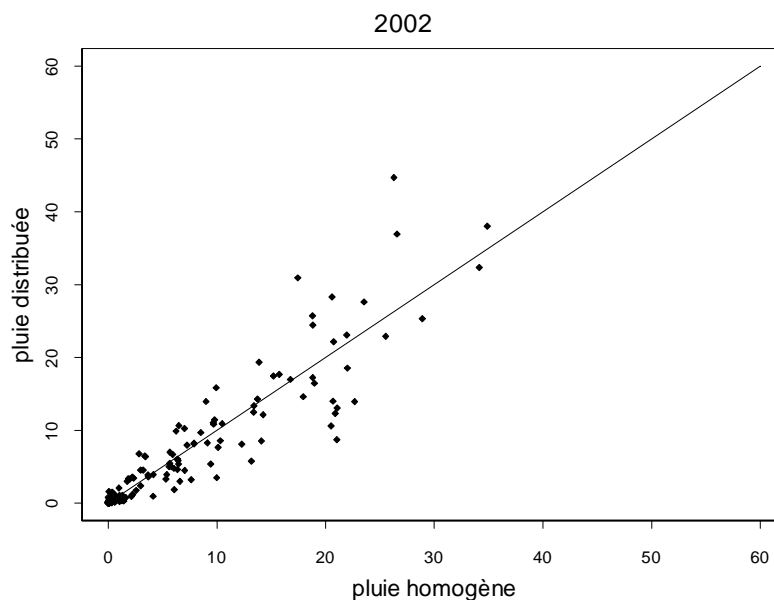


Figure 76 : Pluie homogène contre pluie distribuée pour le REW 25 (ordre 2) : 2002

Ces constatations sont généralisables à l'ensemble des REWs et sont d'autant plus marquées que le découpage de l'espace est fin. Ainsi à l'ordre 2, les REWs situés à l'intérieur du bassin versant ont un coefficient de détermination entre la pluie journalière moyenne du REW et la pluie journalière moyenne du bassin très proche de 1. L'éloignement important par rapport aux stations pluviométriques ne permet pas de déterminer une lame d'eau journalière autre que la moyenne sur le bassin versant. Par exemple tous les REWs dont les numéros sont compris entre 8 et 37 (cf. carte au chapitre 4) ont un coefficient de détermination supérieur à 0,95. Ainsi plus de 50% des REWs ont un coefficient de détermination supérieur à 0,95 en 1998 alors qu'un seul sur 117 atteint ce seuil en 2002.

Les cumuls annuels sont, eux aussi, peu affectés par la spatialisation des pluies avant 2002, surtout à l'ordre 2. Pour ce découpage, en 1998, la spatialisation des pluies conduit en moyenne à un écart de 0,7% par rapport au cumul annuel sur le bassin, avec au plus une diminution de 2% (soit 27 mm) ou une augmentation de 3% (soit 43 mm). En revanche, pour l'année 2002 au même ordre, l'écart au cumul annuel sur le bassin est de 4% en moyenne (des valeurs absolues) avec au plus une diminution de 9% (soit 94 mm) ou une augmentation de 12% (soit 125 mm).

5.2.3.2 Pertinence du réseau de 2002 par rapport au réseau de 2001

Nous avons vu au paragraphe précédent que la détermination d'une lame d'eau distribuée sur les REWs, n'était pertinente qu'à partir de 2002. En complément et pour conforter cette idée, voyons ce qu'aurait été la détermination de cette lame d'eau distribuée avec le réseau de 2001. Les pluies journalières moyennes sur le REW déterminées avec toutes les stations présentes en 2002 sont comparées avec celles déterminées uniquement avec les stations déjà présentes en 2001.

L'amélioration de la distribution spatiale des pluies va dépendre des REWs et de leur position par rapport aux stations déjà présente en 2001. Ainsi les REWs proches de la cible du radar et donc proches des 7 stations en place depuis 1998 ne vont pas être affectés par le nouveau réseau, d'autant plus qu'aucune nouvelle station n'a été installée dans cette zone. En revanche, comme précédemment, ce sont les REWs situés à l'intérieur du bassin versant et donc les plus loin des stations de 2001 qui connaissent une modification importante de leur pluie journalière grâce aux nouvelles stations de 2002. Ainsi le coefficient de détermination entre les deux séries pour le REW 76 ne vaut que 0,63 alors qu'il vaut 0,99 pour les REW 1, 2 et 117 (cf. carte du découpage à l'ordre 2). A l'ordre 3, le coefficient de détermination le plus faible est 0,68 pour le REW 11. A cet ordre aussi, le nouveau réseau semble nécessaire pour une meilleure détermination de la pluie moyenne à l'échelle du REW, notamment pour les REWs situés au cœur du bassin versant. Pour le REW 6 de l'ordre 3, la Figure 77 montre la pluie journalière moyenne déterminée à partir des stations du nouveau réseau en fonction de cette même pluie déterminée seulement avec les stations préexistantes. On notera la dispersion autour de la première bissectrice pour toute la gamme de valeurs, aussi bien pour les pluies faibles que pour les pluies les plus fortes. Pour cet exemple, le coefficient de détermination ne vaut que 0,78, montrant que la pluie moyenne déterminée pour chaque REW avec le réseau de 2002 est significativement différente de celle déterminée avec le réseau de 2001. Cette constatation va donc dans le sens de la pertinence du nouveau réseau.

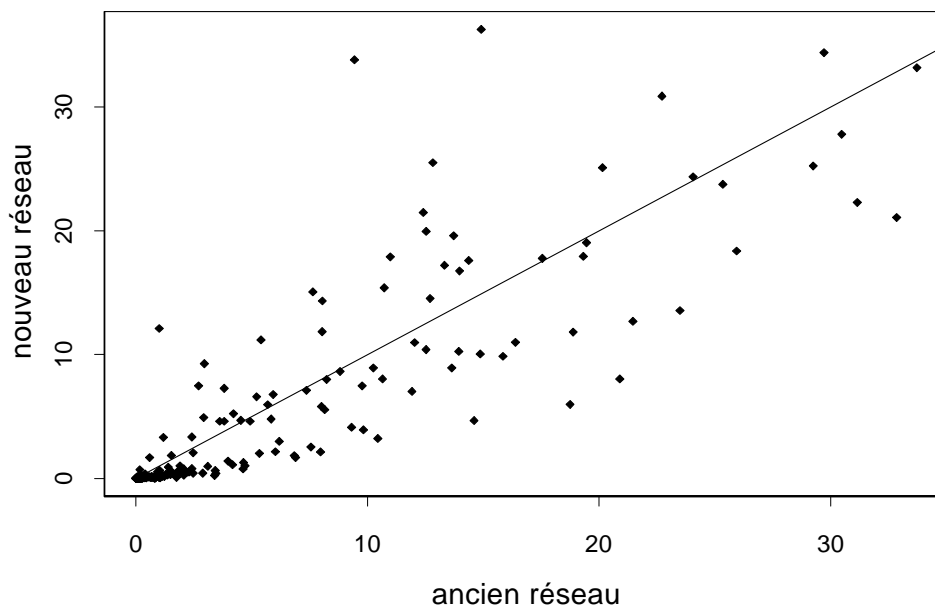


Figure 77 : Pluie journalière en 2002 sur le REW 6 (ordre3) déterminé avec l'ancien réseau (abscisses) et le nouveau réseau (ordonnées)

L'estimation des pluies journalières par l'ancien réseau conduit à une différence systématique du cumul annuel : le cumul obtenu à partir du réseau de 2001 est toujours supérieur à celui obtenu par le réseau de 2002. Ceci conduit en moyenne à des différences de 100 mm sur le cumul annuel (à l'ordre 2 comme à l'ordre 3) ce qui est non négligeable. Le maximum est atteint pour le REW 50 de l'ordre 2 avec une différence de 228 mm soit 20% du cumul annuel.

On met ainsi en relief la pertinence du nouveau réseau pour la détermination de pluies journalières distribuées sur les REWs. L'impact sur le cumul annuel et sur les pluies journalières peut être conséquent. Voyons maintenant l'effet de cette spatialisation des pluies sur les résultats du modèle REW-v4.0.

5.2.3.3 Effet de la distribution spatiale des pluies sur les débits.

L'impact de la distribution des pluies peut être étudié non seulement sur le débit à l'exutoire mais également, et surtout, sur le débit aux stations intermédiaires.

L'efficacité sur la racine des débits à l'exutoire est toujours améliorée par la prise en compte de la distribution spatiale de la pluie, et ce que l'on s'intéresse au débit journalier, décadaire ou

mensuel et quel que soit le niveau de découpage choisi ou le coefficient multiplicateur de l'ETP (Tableau 20).

Efficiences	pluie	ordre 2	ordre 3
journalière	distribuée	0.48	0.48
	homogène	0.45	0.43
décadaire	distribuée	0.52	0.50
	homogène	0.49	0.45
mensuelle	distribuée	0.56	0.51
	homogène	0.52	0.46

Tableau 20 : Effet de la distribution des pluies sur les débits à l'exutoire en 2002. (Les efficacités portent sur les racines des débits journaliers, des volumes décennaux et des volumes mensuels).

La Figure 78 montre l'exemple des volumes décennaux, avec un découpage à l'ordre 2 et une ETP multipliée par 1,5. La courbe en pointillés rappelle la simulation obtenue avec une pluie homogène sur l'ensemble du bassin. La courbe vert clair montre l'amélioration, notamment sur le premier maximum, liée à la prise en compte de la distribution spatiale des pluies.

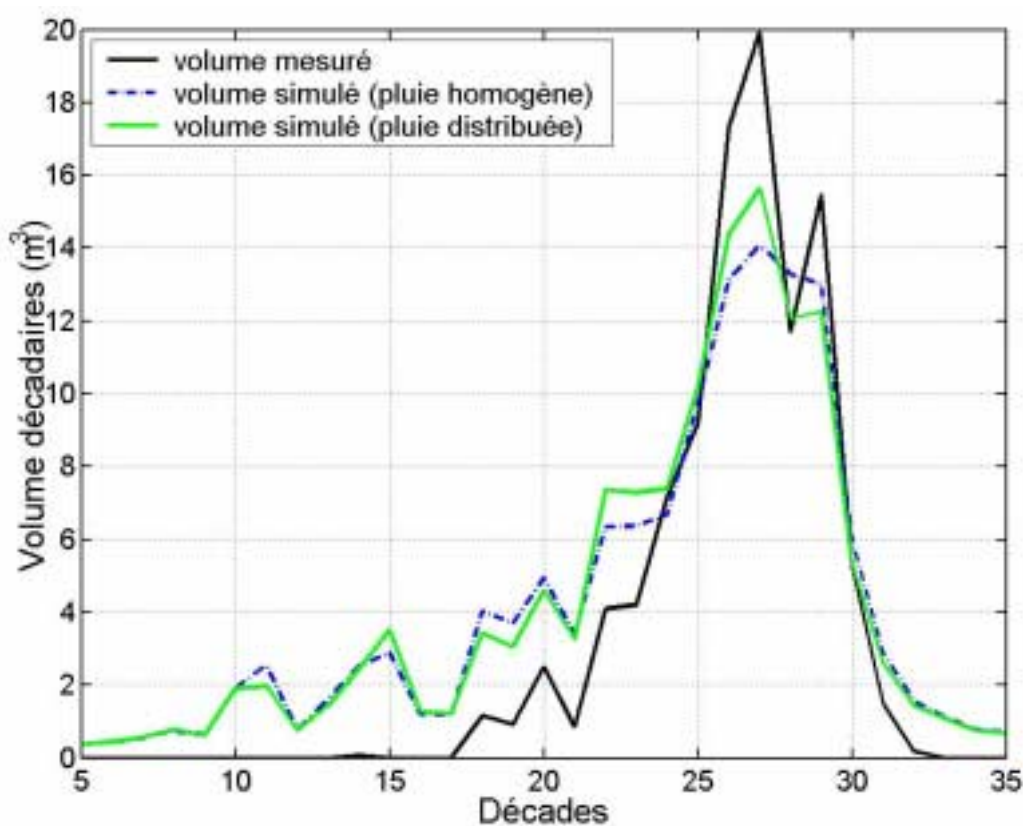


Figure 78 : Volume décennal observé et simulé à l'exutoire pour 2002 selon que la pluie soit distribuée ou non.

Ce graphique montre que la surestimation des écoulements de débuts de saison n'est pas liée à la distribution de l'entrée pluie. Les volumes décennaires ne sont que faiblement diminués en début de saison. Au cœur de la saison l'effet de la distribution des pluies est plus visible puisque les deux principaux pics sont mieux représentés. Le premier est plus grand (près de 14 millions de m³, contre 12 auparavant). La diminution conséquente des écoulements au cours de la 27^e décennie (ce qui correspond à la dernière semaine de septembre) est reproduite lorsque l'on prend en compte la distribution de la pluie, alors qu'elle ne l'est pas si la pluie est homogène sur le bassin.

Le Tableau 21 donne les efficacités sur les racines des débits journaliers pour toutes les stations du bassin de la Donga, selon que la pluie soit distribuée sur les REWs ou non. L'amélioration est sensible quel que soit l'ordre de découpage, mais plus nettement à l'ordre 3. Ceci montrerait que l'influence de la spatialisation des pluies est d'autant plus importante que le découpage est grossier. Nous avons vu précédemment qu'avec une pluie homogène, les débits aux stations de Koua, Route de Kolokondé et Nékété étaient mieux simulés à l'ordre 3 qu'à l'ordre 2. La prise en compte de la variabilité spatiale des précipitations à l'ordre 2 ne permet pas de compenser cette moins bonne représentation des débits par rapport à l'ordre 3. Par exemple pour la station de Nékété, un découpage à l'ordre 2 avec la pluie distribuée conduit à une efficacité sur les débits journaliers de 0,36, alors qu'un découpage à l'ordre 3 avec une pluie homogène conduit à une efficacité de 0,60. Une fois de plus, il ne semble donc pas nécessaire d'utiliser un découpage fin de l'espace pour bien représenter les écoulements à ces stations.

	ordre 3		ordre2	
	distribuée	homogène	distribuée	homogène
Donga	0.48	0.43	0.48	0.45
Ara	-1.93	-1.93	0.28	0.26
Bokpérou	0.05	0.16	0.15	0.14
Kolokondé	0.60	0.57	0.24	0.24
Koua	0.52	0.48	-3.08	-3.08
Nékété	0.65	0.60	0.36	0.29

Tableau 21 : Efficacités sur la racine des débits journaliers de 2002 pour toutes les stations (1,5ETP)

Ainsi, la distribution de la pluie ne résout pas tous les problèmes soulevés précédemment. Néanmoins, elle permet de mieux décrire les débits du cœur de la saison des pluies, notamment à l'exutoire quel que soit le niveau de découpage. L'amélioration des débits aux stations intermédiaires est particulièrement importante à l'ordre 3 mais moins flagrante à l'ordre 2.

5.2.3.4 Effet sur la distribution de l'évaporation

Les cumuls d'évaporation ne sont que très faiblement affectés par la distribution de la pluie sur les REWs. La Figure 79 montre les cumuls d'évaporation obtenus avec une pluie distribuée sur les REWs en fonction de ceux obtenus avec une pluie homogène sur le bassin versant. Le coefficient de détermination entre ces deux séries vaut 0,96 ce qui montre que les cumuls sont presque identiques. La distribution des cumuls d'évaporation selon les REWs reste donc inchangée. En revanche, il est probable que la répartition temporelle soit différente, grâce à une variabilité temporelle du degré de saturation différente.

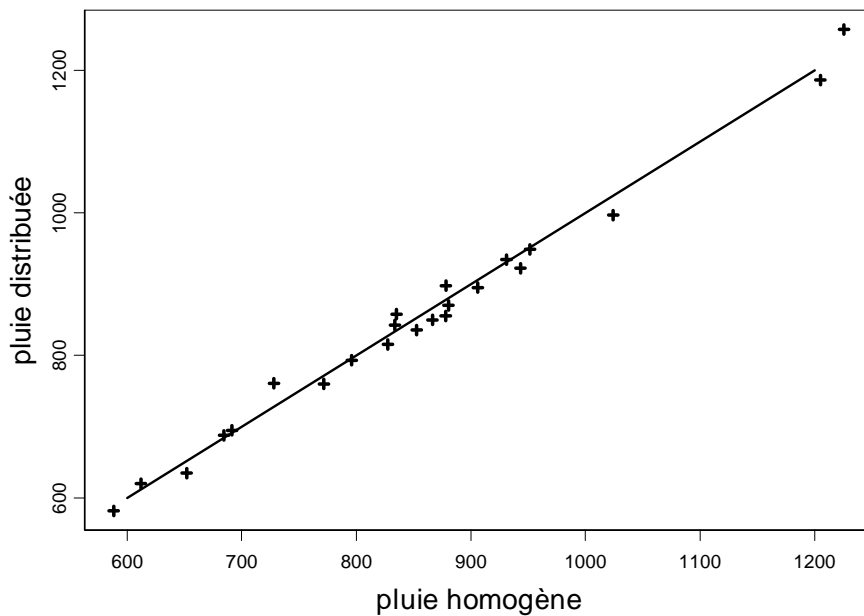


Figure 79 : Cumuls d'évaporation (en mm) pour 2002, à l'ordre 3, selon que la pluie soit homogène (en abscisse) ou distribuée (en ordonnée).

5.3 CONCLUSION DU CHAPITRE

A partir d'une approche descendante, c'est-à-dire en complexifiant au fur et à mesure les simulations, nous avons pu évaluer la représentation de plusieurs composantes du fonctionnement du bassin de la Donga, obtenue à l'aide du modèle REW-v4.0.

La modélisation du bassin versant à l'aide d'entrées et de paramètres identiques entre les REWs a permis de montrer que les valeurs de la teneur en eau à saturation et de la conductivité hydraulique à saturation, déduites des mesures en surface, n'étaient pas pertinentes pour une bonne simulation de la dynamique des écoulements, pas plus que pour celle de la nappe ou du degré de saturation du sol. Un ajustement des propriétés hydrodynamiques des sols, pour prendre en compte leur variabilité sur la profondeur de sol, permet d'améliorer ces trois composantes du fonctionnement du bassin, assurant probablement l'unicité du jeu de paramètres ajustés. La représentation des débits à l'exutoire semble meilleure avec un découpage fin qu'un découpage à l'ordre 3, plus grossier. Ceci n'est pas vérifié sur les débits intermédiaires où un découpage à l'ordre 3 permet de mieux représenter les 3 stations situées sur la rivière Donga : Route de Kolondé, Koua, et Nékété. En revanche pour espérer obtenir une simulation réaliste des débits sur les têtes de bassin versant, il est nécessaire d'avoir un découpage plus fin de la surface et de travailler à des pas de temps inférieurs à la journée.

La représentation de la dynamique de la nappe et de la zone non saturée a été fortement améliorée par l'ajustement des propriétés hydrodynamiques du sol. La variation du degré de saturation dans la zone non saturée est plus réaliste qu'auparavant puisque le sol s'assèche notablement en saison sèche et est proche de la saturation en fin de saison des pluies. L'amplitude de la nappe a été elle aussi nettement augmentée et semble correspondre, au moins avec un découpage à l'ordre 3, avec les amplitudes observées dans les puits non utilisés pour les prélèvements. Néanmoins, l'altitude absolue simulée est très inférieure à celle observée dans les puits (de 30 à 50 m plus bas) et n'affleure pas en fin de saison des pluies. Ceci s'explique sans doute par un système réel plus complexe que le compartiment sol représenté par un réservoir dans le modèle REW-v4.0.

L'étude de sensibilité à l'ETP montre que le coefficient cultural valable à l'échelle du bassin versant pourrait avoir une valeur proche de 1,5. L'augmentation de l'ETP permet de réduire significativement le volume annuel écoulé. Cette valeur devra être confirmée par le suivi du bilan hydrique à l'échelle locale d'une parcelle homogène. Ce suivi devra être répété sur les différents types de végétation présents sur le bassin afin de pouvoir dériver, par la modélisation, des valeurs du coefficient cultural à l'échelle des sous-bassins versants ou du bassin dans sa globalité.

La spatialisation des propriétés hydrodynamiques des sols reste décevante puisque aucune influence n'a été relevée sur les débits, les hauteurs de nappe ou le degré de saturation de la zone non saturée, ou la distribution de l'évaporation annuelle. Ceci montre que la distribution des paramètres de sols à partir de la pédologie, pour les paramètres de structure θ_s et K_s , n'est peut-être pas adéquate ou

que la modélisation actuelle n'y est pas assez sensible. Les mesures de suivi du bilan hydrique qui seront bientôt disponibles permettront de mieux évaluer ponctuellement l'apport de la distribution des paramètres de sols puisqu'on ne peut pour l'instant le faire que sur les débits ou sur les hauteurs de nappe.

Néanmoins, nous pouvons déjà souligner les faiblesses de la représentation du compartiment sol en deux réservoirs, l'un pour la zone saturée l'autre pour la zone non saturée. Alors que les géophysiciens semblent observer des nappes de versant peu profondes, le modèle n'est pas capable dans sa configuration actuelle de reproduire de telles nappes. Pour ce faire, il faudrait mieux représenter le réservoir sol en adoptant une résolution plus physique des écoulements au sein de la zone non saturée. Il est également nécessaire de pouvoir prendre en compte différents horizons et donc de discrétiser verticalement la zone non saturée en vu de la modélisation des nappes de versants.

6^{ème} chapitre : Développement d'un module de zone non saturée

Nous avons vu au chapitre précédent les limites de la conceptualisation simplifiée faite dans le modèle REW-v4.0 pour le compartiment sol. Il est apparu que la modélisation du bassin versant nécessitait une représentation plus physique des écoulements dans la zone non saturée. Dans le cadre plus général du développement du modèle POWER, nous avons alors cherché à développer un module de zone non saturée simplifié qui puisse être applicable à l'échelle des REWs (plusieurs km²). Dans un premier temps, la résolution du bilan d'énergie n'est pas une priorité et on préférera simplifier les calculs en s'appuyant sur une évapotranspiration potentielle. Pour une utilisation à grande échelle, ce module devra être rapide tout en restant suffisamment précis. Il devra également être capable de fournir des indications sur le profil des teneurs en eau et les flux (notamment pour les problèmes de solutés qui seront traités dans le modèle POWER). L'équation de Richards (1931) est communément adoptée pour décrire les transferts et les écoulements d'eau dans les sols non saturés à l'échelle locale. Son utilisation à de plus grandes échelles a fait l'objet de récents travaux (Haverkamp et al. 1998). En adoptant le vocabulaire proposé en introduction, on peut dire que cette équation constitue une paramétrisation des processus de transferts dans la zone non saturée pour une résolution à l'échelle de quelques km². Alors, les variables intervenant dans cette équation ne sont plus celles utilisées à l'échelle locale mais bien des variables équivalentes pour la résolution choisie. La teneur en eau, la conductivité hydraulique et la pression matricielle conservent le même nom de variable mais n'ont pas le même domaine d'application que celles de l'échelle locale. Il en sera de même pour les paramètres de l'équation. Ainsi nous utiliserons l'équation de Richards à l'échelle du REW, en tant que conceptualisation des processus de la zone non saturée.

L'équation de Richards est fortement non linéaire du fait de la dépendance à la fois de la conductivité hydraulique et du potentiel matriciel vis-à-vis de la teneur en eau (Feddes et al., 1988). De nombreux modèles numériques ont été conçus pour résoudre cette équation, selon différentes méthodes : la méthode des différences finies (Hornung et Messing, 1981 ; Redinger et al., 1984 ; Celia et al., 1990 ; Ross, 1990, Pan et al. 1996), la méthode des éléments finis (Zienkiewicz et Pareck, 1970 ; Neuman, 1973 ; Simunek et al. 1998) et la méthode des éléments de frontière (Brebbia et Walker, 1980). Chacune de ces méthodes demande des temps de calcul importants dès lors que de brusques changements d'humidité surviennent, ou pour de longues simulations et/ou à grande échelle (van Dam et Feddes, 2000). Ross (2003) propose une nouvelle méthode de résolution de l'équation de Richards unidimensionnelle sur sol nu. Cette solution non-itérative présente l'avantage d'être à la fois

précise, rapide et robuste. Cette méthode est donc spécifiquement dédiée à une utilisation dans un modèle de plus grande échelle. Plusieurs solutions analytiques décrivant le profil des teneurs en eau existent dans la littérature ; toutes sont spécifiques aux conditions aux limites, aux conditions initiales, au modèle de description des sols, etc. Certaines sont des approximations (par exemple Braester, 1973 ; Broadbridge et White, 1988 ; Salvucci, 1993). D'autres sont exactes (par exemple Sander et al. 1988 ; Basha, 1999, 2002 ; Zhu et Mohanty; 2002). Au sein de ces solutions, certaines reposent sur de larges simplifications dans la description des sols, conduisant à une expression linéaire de la diffusivité. Ces solutions, bien que plus simples et moins universelles, ont l'avantage de permettre une expression analytique du potentiel de Kirchhoff. Toutefois elles ne peuvent décrire le comportement général des sols puisqu'elles ne permettent pas l'utilisation des modèles de description des sols couramment utilisés : van Genuchten (1980) (et ses variantes) ou Brooks et Corey (1964). Si l'on souhaite utiliser ces modèles, il existe toutefois des solutions analytiques de l'infiltration cumulée : par exemple la solution développée par Parlange et al. (1985) et Haverkamp et al. (1990). À notre connaissance, aucune solution donnant le profil des teneurs en eau n'a été publiée pour ce type de modèle. Haverkamp (2004, communication personnelle) propose une nouvelle solution analytique permettant la description du profil des teneurs en eau tout en utilisant le modèle de Brooks et Corey (1964). Toutes ces solutions ne sont applicables que dans des conditions initiales et aux limites particulières. Elles ne permettent alors qu'une validation partielle liée à leur domaine de validité restreint.

Dans la publication originale de Ross (2003), un test succinct a été réalisé : un sol théorique bicouche a été soumis à une phase de pluie suivie d'une phase d'évaporation. L'efficacité de la méthode a été comparée à celle d'une solution « classique » itérative résolvant l'équation de Richards selon le potentiel matriciel. Ce chapitre a pour objet une validation plus approfondie de la solution numérique (section 6.1) avant d'y adjoindre un module d'extraction racinaire (section 6.2). Dans la première partie, j'utiliserai donc quelques unes des solutions analytiques mentionnées ci-dessus (section 6.1.3). Pour élargir la gamme de validité de la solution numérique, ses résultats seront comparés à ceux d'une autre solution numérique considérée comme référence (section 6.1.4). Ceci permettra de prendre en compte des conditions initiales quelconques et inclure des successions de phases de pluie, d'évaporation, de saturation de la surface, et donc des simulations longues avec des changements de conditions en surface. Le modèle SiSPAT (Simple Soil Plant Atmosphere Transfer, Braud et al., 1995) a été retenu comme référence pour plusieurs raisons que je développerai dans la présentation de ce modèle (section 6.1.2).

Une fois la solution numérique validée sur sol nu, j'ai inclus les phénomènes liés à la végétation, c'est-à-dire, l'interception de la pluie par la végétation, l'extraction racinaire et la transpiration (section 6.2). Pour cela, deux formulations de l'extraction racinaire ont été sélectionnées

de la littérature (section 6.2.1). De nouvelles vérifications sont nécessaires afin de voir si la prise en compte de ces phénomènes n'affecte pas les performances de la solution numérique (section 6.2.3). Comme précédemment, j'utilise le modèle SiSPAT comme outil de référence pour ce premier objectif (section 6.2.2). Je compare à la section 6.2.4 les deux modules choisis. Puis j'évalue l'influence de l'utilisation d'une évapotranspiration potentielle (ETP) par rapport à la résolution complète du bilan d'énergie, afin de quantifier les erreurs induites par cette approximation (section 6.2.5). Enfin, une application sur un jeu de données réel est fait à la section 6.2.6.

Pour finir, le module de zone non saturée ainsi développé est utilisé avec les données du bassin de la Donga, sur une colonne élémentaire (section 6.4). Avant son incorporation dans le modèle POWER, ceci permettra d'envisager les améliorations possibles de la modélisation du bassin.

6.1 VALIDATION DE LA SOLUTION NUMERIQUE SUR SOL NU

La validation de la solution numérique de Ross (2003) a été faite en deux temps. Tout d'abord, j'ai comparé cette solution numérique avec des solutions analytiques issues de la littérature. Une autre solution analytique novatrice proposée par Haverkamp (communication personnelle) m'a permis d'aller plus loin dans la validation de la solution numérique sous certaines conditions. Pour s'affranchir des conditions restrictives des solutions analytiques, j'ai également utilisé une solution numérique de référence, qui est le modèle SiSPAT.

Dans cette première partie, je présenterai tout d'abord la solution numérique de Ross (2003) et le modèle SiSPAT. Puis, j'exposerai les solutions analytiques issues de la littérature ainsi que celle proposée par Haverkamp (communication personnelle). Dans un troisième temps, je comparerai les résultats issus de la solution numérique avec ceux issus du modèle SiSPAT.

6.1.1 La méthode numérique de Ross (2003)

L'équation de Richards que nous cherchons à résoudre en une dimension se présente sous la forme suivante :

$$\text{Éq. 100} \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K(h) \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) \right]$$

où t [s] est le temps, K [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$] la conductivité hydraulique, θ [$\text{m}^3\cdot\text{m}^{-3}$] la teneur en eau volumique, h [m] la pression matricielle et z [m] est la profondeur, positive vers le bas.

La solution de cette équation proposée par Ross (2003) est intéressante à plusieurs titres : elle est non itérative donc rapide et de par les variables de calcul utilisées, la résolution peut se faire même si une couche est saturée. La méthode n'est présentée ici que succinctement. De plus amples détails sont disponibles dans la publication originale de Ross (2003).

Nous considérons une colonne de sol verticale de profondeur donnée et composée d'un ou plusieurs horizons aux propriétés hydrodynamiques différentes sur laquelle nous cherchons à déterminer les transferts d'eau en phase liquide. Les variables de forçage sont le flux de précipitation q_{prec} [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$] et l'évapotranspiration potentielle q_{evap} [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$], ce qui permet de déterminer le flux d'eau à la surface du sol. Une condition à la limite est aussi nécessaire au bas de la colonne.

Les propriétés hydrodynamiques du sol sont exprimées par le modèle de Brooks et Corey (1964), aussi bien pour la conductivité hydraulique que pour la courbe de rétention :

$$\text{Éq. 101} \quad \frac{\theta}{\theta_s} = \left(\frac{h}{h_e} \right)^{-\lambda} \quad \text{si } h < h_e \quad \frac{K}{K_s} = \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^\eta \quad \text{si } h < h_e$$

$$= 1, \quad \text{si } h \geq h_e \quad = 1 \quad \text{si } h \geq h_e$$

où h_e [m] est la pression d'entrée d'air, θ_s [$\text{m}^3 \cdot \text{m}^{-3}$] est la teneur en eau à saturation, K_s est la conductivité hydraulique à saturation. λ et η sont les deux paramètres de forme des fonctions. Ils peuvent être liés de la façon suivante :

$$\text{Éq. 102} \quad \eta = \frac{2}{\lambda} + 3$$

La forme exponentielle des équations de Brooks et Corey (1964) permet une expression analytique du potentiel de Kirchhoff ϕ [$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$], ce qui constitue une des bases importantes de la solution numérique de Ross (2003).

$$\text{Éq. 103} \quad \phi = \int_{-\infty}^h K(h) dh \quad \phi = \frac{Kh}{1 - \lambda\eta} \quad \text{si } h < h_e$$

$$= \frac{K_s h_e}{1 - \lambda\eta} + K_s (h - h_e) \quad \text{si } h \geq h_e$$

La formulation du potentiel de Kirchhoff ne serait pas aussi aisée avec le modèle de Van Genuchten (1980), souvent utilisé pour représenter la courbe de rétention. La contrainte de l'utilisation du modèle de Brooks et Corey (1964) peut paraître restrictive quant à l'applicabilité de la méthode, mais les travaux de Haverkamp et al. (2004) fournissent les moyens de passer aisément d'un modèle à l'autre.

De façon assez classique, le sol est divisé en n couches au centre desquelles sont situés les nœuds où sont calculées les variables : le potentiel matriciel h , le potentiel de Kirchhoff Φ , le degré de saturation S [-] et la conductivité hydraulique K . Le flux q_i [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$] est calculé à la frontière entre les couches i et $i+1$. Le bilan de masse de la couche i s'écrit :

$$\text{Éq. 104} \quad \frac{d}{dt} Q_i = q_{i-1} - q_i$$

où Q_i définit le volume dans la couche i :

$$\text{Éq. 105} \quad Q_i = \theta_i \Delta x_i = \Delta x_i \theta_{s_i} S_i$$

avec Δx_i [m] l'épaisseur de la couche i , θ_i la teneur en eau, θ_{s_i} la teneur en eau à saturation et S_i le degré de saturation.

Les flux sont évalués à un temps compris entre t et $t + \Delta t$:

$$\text{Éq. 106} \quad \frac{\Delta Q_i}{\Delta t} = q_{i-1}^\sigma - q_i^\sigma \quad \sigma \in [0, 1]$$

En faisant l'hypothèse que q_i^σ ne dépende que du degré de saturation des couches i et $i+1$ (ou de leur potentiel de Kirchhoff si les couches sont saturées), un développement de Taylor à l'ordre 1 permet d'écrire :

$$\text{Éq. 107} \quad q_i^\sigma = q_i^0 + \sigma \left(\frac{\partial q_i}{\partial S_i} \Delta S_i + \frac{\partial q_i}{\partial S_{i+1}} \Delta S_{i+1} \right)$$

Le système est ainsi tridiagonal et se résume comme suit :

$$\text{Éq. 108} \quad a_i \Delta S_{i-1} + b_i \Delta S_i + c_i \Delta S_{i+1} = d_i$$

où les coefficients a_i , b_i , c_i et d_i s'expriment à l'aide des dérivées partielles des flux par rapport au degré de saturation.

$$\begin{aligned} \text{Éq. 109} \quad a_i &= \frac{\partial q_{i-1}}{\partial S_{i-1}} \\ b_i &= \frac{\partial q_{i-1}}{\partial S_i} - \frac{\partial q_i}{\partial S_i} - \frac{\Delta x_i \theta_{si}}{\sigma \Delta t} \\ c_i &= -\frac{\partial q_i}{\partial S_{i+1}} \\ d_i &= -\frac{q_{i-1} - q_i}{\sigma} \end{aligned}$$

Les inconnues de ce système sont donc les variations des degrés de saturation ΔS_i . Lorsqu'une couche est saturée, l'inconnue devient la variation du potentiel de Kirchhoff $\Delta \Phi_i$.

La linéarisation de la loi de Darcy entre les couches i et $i+1$ conduit à l'expression du flux q_i :

$$\text{Éq. 110} \quad q_i = K + \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\phi_i - \phi_{i+1}}{\Delta z_i} + K_{i+1/2}$$

où $K_{i+1/2}$ est la conductivité hydraulique à l'interface entre les couches i et $i+1$. Classiquement, cette conductivité est exprimée comme une fonction des deux conductivités hydrauliques des nœuds i et $i+1$, via un coefficient de pondération ω constant (par exemple $\omega = 0,5$ conduit à utiliser la moyenne arithmétique des conductivités). Ross (2003) utilise aussi un coefficient de pondération mais celui-ci est calculé pour chaque interface et à chaque pas de temps. L'obtention de ω se fait en supposant que si le profil était hydrostatique, le flux serait nul. Cette condition assure non seulement une bonne estimation du flux pour toute condition de pression mais également un ω unique et ainsi une solution unique de la conductivité hydraulique à l'interface.

Notons que si le flux était écrit de manière classique en fonction du gradient de charge hydraulique ΔH , la condition de flux nul lorsque le potentiel est hydrostatique serait automatiquement vérifiée quelle que soit l'approximation choisie pour la conductivité hydraulique à l'interface entre les couches. L'utilisation du potentiel de Kirchhoff permet de fixer cette approximation de manière unique et physique.

Le calcul non itératif des flux assure donc une résolution rapide de la matrice tridiagonale. De plus, l'utilisation du potentiel de Kirchhoff permet un découpage moins fin que dans les modèles classiques résolvant l'équation de Richards (1931) par la méthode des différences finies. L'épaisseur des couches pourra atteindre quelques dizaines de centimètres d'épaisseur.

Une étude de sensibilité au nombre de couches a été menée par Ross (2003). Sauf avis contraire, le découpage que j'ai utilisé ici est celui proposé à la suite de cette étude de sensibilité qui comprend : 4 couches de 10cm d'épaisseur chacune puis 4 couches de 20cm suivies enfin au fond de 2 couches de 40cm pour une colonne de 2m de profondeur (Figure 80).

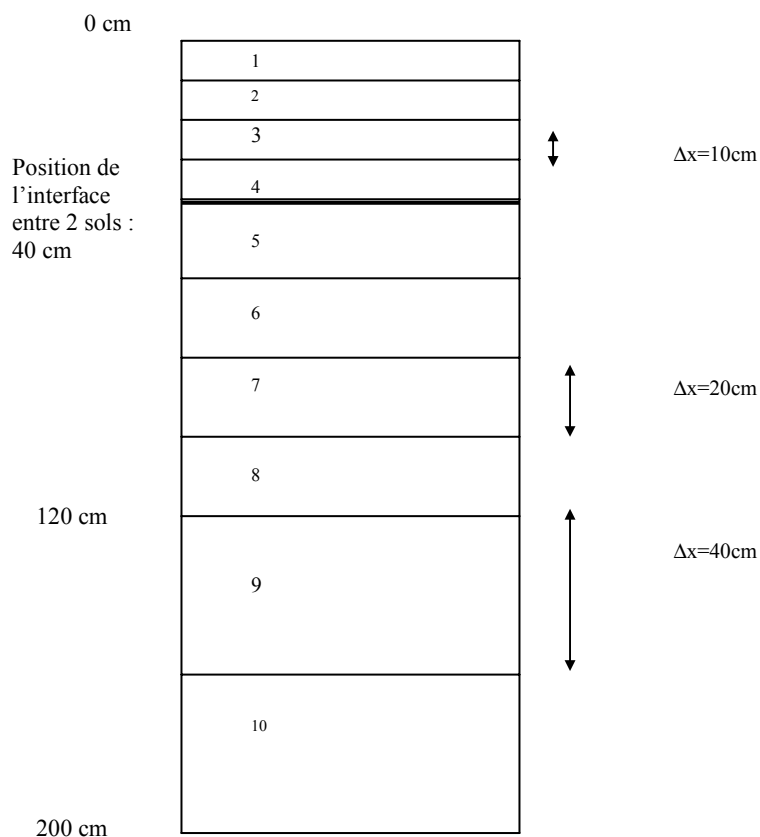


Figure 80 : Découpage vertical préconisé par Ross (2003) : 10 couches

Un pas de temps adaptatif, calculé par le biais d'une augmentation ou d'une diminution maximale du degré de saturation pour chaque couche, permet une meilleure résolution temporelle lorsque l'humidité varie rapidement.

Dans le cas d'une saturation de la surface par défaut d'infiltration, une lame d'eau se forme en surface et une équation supplémentaire doit être considérée pour l'évolution de cette lame d'eau h_0 [m].

$$\frac{\Delta h_0}{\Delta t} = q_{prec}^\sigma - q_{evap}^\sigma - q_0^\sigma$$

Éq. 111

$$q_0^\sigma = q_0^0 + \sigma \left(\left. \frac{\partial q_0}{\partial h_0} \right|^0 \Delta h_0 + \left. \frac{\partial q_0}{\partial S_1} \right|^0 \Delta S_1 \right)$$

Le flux d'évaporation $q(0)$ [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$] est calculé en supposant que la surface est sèche. Le flux est alors le flux maximal entre la surface et le nœud de la première couche. Si le flux calculé est supérieur au flux d'évaporation potentielle, $q(0)$ est alors ramené à ce flux potentiel.

Au fond le flux peut être gravitaire, prescrit ou calculé à partir d'une charge prescrite et variable dans le temps.

Mentionnons enfin que la solution numérique de Ross (2003) permet de traiter des sols hétérogènes (c'est-à-dire composés d'horizons aux propriétés hydrodynamiques différentes). Dans ce cas, une inconnue supplémentaire, le potentiel de Kirchhoff à l'interface entre les horizons, est calculée en utilisant la continuité des flux et de la pression à l'interface. Cette même propriété permet aussi de positionner exactement la nappe lorsque celle-ci se trouve entre deux couches, l'une saturée, l'autre non.

6.1.2 Le modèle SiSPAT : la référence numérique retenue :

La comparaison d'une solution numérique avec une solution analytique ne permet la validation de la première que dans les conditions d'application de la seconde : profil initialement sec, condition fixe en surface, etc. De plus, Oreskes et al. (1994) rappellent que la raison d'être des solutions numériques est bien de dépasser le cadre d'application des solutions analytiques (cf. chapitre 1). Ainsi, afin d'étendre la validité de la solution numérique de Ross (2003), nous avons cherché à la comparer avec celle d'un autre modèle plus complet et plus complexe, que l'on pourrait considérer comme référence de par ses applications et vérifications antérieures. La comparaison des

deux permet alors d'envisager des changements de condition en surface et surtout des simulations longues, incluant des phases d'infiltration mais aussi des phases d'évaporation.

Nous recherchions particulièrement une façon classique et éprouvée de résoudre l'équation de Richards (1931) pour y confronter la méthode de Ross (2003). En anticipant l'inclusion des plantes et l'analyse des erreurs induites par l'utilisation d'une ETP, nous souhaitions utiliser un modèle de Transferts Sol-Végétation-Atmosphère (TSVA) qui décrive non seulement les transferts d'eau mais aussi le bilan d'énergie à l'interface sol-atmosphère.

Le modèle SiSPAT (Simple Soil Plant Atmosphere Transfer) répondait à nos attentes. Nous en présentons ici un rapide résumé. La description complète est disponible dans Braud et al. (1995) et Braud (2000, 2002).

Le modèle SiSPAT résout de façon couplée les transferts d'eau et de chaleur dans la zone non saturée, ce qui inclut l'infiltration, le ruissellement de surface, l'extraction racinaire, les transferts turbulents au dessus et au sein de la canopée, et l'interception de la pluie et des radiations par la végétation. Le modèle est forcé à un niveau de référence par des séries de température et d'humidité de l'air, de vitesse du vent, de rayonnement (solaire et grande longueur d'onde incidents) et de pluie, à un pas de temps inférieur à l'heure. La résolution couplée de l'équation de transfert de chaleur et de transfert d'eau se fait suivant le formalisme de Milly (1982). Le modèle peut être utilisé sur des sols hétérogènes, c'est-à-dire formés de plusieurs horizons pédologiques. Les propriétés des sols peuvent être décrites par différents modèles dont le modèle de Brooks et Corey (1964), option qui sera retenue dans cette étude à la fois pour la courbe de rétention et pour la courbe de conductivité. Dans la seconde version du modèle SiSPAT (Braud, 2002), la résolution du module sol a été améliorée par l'utilisation de la méthode mixte (s'appuyant sur le potentiel matriciel et la teneur en eau volumique) et itérative de Celia et al. (1990). Ceci rend le modèle apte à simuler de sols saturés et assure une meilleure précision de la solution numérique.

Dans le compartiment sol, la condition en bas peut être de type Dirichlet (potentiel imposé) ou de type Neumann (flux imposé). Les conditions limites supérieures sont fournies par la résolution de l'interface, qui permet de résoudre simultanément les équations de bilan d'énergie sur le sol et la végétation, la continuité des flux sensibles et latents dans le couvert et la continuité du flux de masse à la surface du sol. Cette interface est décrite par analogie à un circuit électrique comprenant des résistances aux échanges entre le sol, la végétation et l'atmosphère. Le lien entre le bilan de masse et le bilan de chaleur est assuré par l'évaporation.

Dans la dernière version du modèle (Braud, 2002), une lame d'eau en surface peut se former lorsque le flux d'infiltration est inférieur à l'intensité de la pluie. Cette lame d'eau peut être réinfiltrée plus tard, lorsque le sol le permet.

Les processus représentés dans le modèle SiSPAT et son mode de résolution numérique (itérations sur le module sol et à l'interface sol – végétation – atmosphère) en font un modèle qui peut être considéré comme modèle de référence pour tester des modélisations simplifiées. Il répond donc bien à notre attente pour valider la solution numérique de Ross (2003).

De plus, ce modèle a été largement testé et validé dans des conditions climatiques variées et sur différents type de cultures (Braud et al. 1995, 1997 ; Braud 1998 : HAPEX-Sahel ; Boulet et al. 1997 : EFEDA ; Gonzalez-Sosa et al., 1999, 2001 : MUREX ; Oliso et al., 2002 : Alpilles-ReseDA). Certaines vérifications à l'aide de solutions analytiques ont été menées, comme par exemple sur l'infiltration cumulée et l'exfiltration (Boulet et al., 2000). D'autres ont été réalisées au cours du développement du modèle (Braud, communication personnelle).

Pour le test de la solution numérique de Ross (2003), le modèle SiSPAT a été utilisé en condition isotherme et sans résolution du bilan d'énergie. Ceci nous permet de ne tester que le compartiment sol dans un premier temps.

6.1.3 Validation à l'aide de solutions analytiques

Deux solutions analytiques ont été retenues de la littérature pour la validation la solution numérique. Celle de Basha (1999) utilise un modèle exponentiel de type Gardner (1958) permettant une linéarisation de l'équation de Richards (section 6.1.3.1). La diffusivité est alors constante. Malgré cette forte simplification, cette solution présente l'avantage de conduire à une formulation analytique du potentiel de Kirchhoff, comme cela est nécessaire pour l'application de la solution numérique de Ross (2003). La seconde est celle développée par Parlange et al. (1985) et Haverkamp et al. (1990) (section 6.1.3.2). Elle est non linéaire : les sols sont décrits par le modèle de Brooks et Corey (1964). Mais elle ne permet pas de décrire le profil d'humidité. Toutefois, elle décrit l'évolution de l'infiltration cumulée en fonction du temps et/ou du flux de surface. J'ai utilisé une troisième solution analytique proposée par Haverkamp (communication personnelle), permettant de décrire le profil des teneurs en eau, en utilisant le modèle de Brooks et Corey (1964) (section 6.1.3.3). Toutes ces solutions analytiques supposent que le sol est initialement sec.

6.1.3.1 La solution linéaire de Basha (1999) :

a) Théorie :

Basha (1999) utilise une forme exponentielle de type Gardner (1958) pour décrire l'évolution de la conductivité hydraulique en fonction de la pression matricielle h :

$$\text{Éq. 112} \quad K(h) = K_s \exp(\alpha h)$$

où α [m^{-1}] est une mesure de l'importance relative de la gravité par rapport à la capillarité. De façon à linéariser complètement l'équation de Richards, Basha (1999) fait une hypothèse similaire sur la forme de la courbe de rétention $\theta(h)$:

$$\text{Éq. 113} \quad \theta = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \exp(\alpha h)$$

où θ_s est la teneur en eau à saturation et θ_r est la teneur en eau résiduelle (celle-ci sera considérée comme nulle par la suite).

Le potentiel de Kirchhoff a alors une formulation simple :

$$\text{Éq. 114} \quad \phi = \int_{-\infty}^h K(h) dh = \frac{K_s}{\alpha} \exp(\alpha h)$$

La méthode des fonctions de Green (Greenberg, 1971) est utilisée pour déduire la solution analytique suivante :

$$\text{Éq. 115} \quad \phi = \frac{\bar{q}}{2} \left[\begin{aligned} & \operatorname{erfc} \left(\frac{Z}{\sqrt{4T}} - \sqrt{T} \right) \\ & - (1 + 2Z + 4T) \exp(2Z) \operatorname{erfc} \left(\frac{Z}{\sqrt{4T}} + \sqrt{T} \right) + 4\sqrt{\frac{T}{\pi}} \exp \left(Z - T - \frac{Z^2}{4T} \right) \end{aligned} \right]$$

où Z , T et \bar{q} sont des formes adimensionnelles de l'épaisseur z , du temps t , et du flux q .

$$\text{Éq. 116} \quad \begin{aligned} Z &= \frac{\alpha}{2} z \\ T &= \frac{\alpha}{4} \frac{\theta_s}{K_s} t \\ \bar{q} &= \frac{q}{K_s} \end{aligned}$$

La fonction erfc est la fonction complémentaire de la fonction erreur erf (Abramowitz et Stegun, 1972, équation 7.4.32) :

$$\text{Éq. 117} \quad \operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \exp(-t^2) dt$$

Pour permettre une comparaison réelle entre les solutions numérique et analytique, la solution de Ross (2003) a été modifiée afin de prendre en compte les modèles exponentiels de description des

sols. La fonction *erfc* a quant à elle été programmée selon la méthode proposée dans « Numerical recipes in Fortran 90 » (Press et al. 1996)

b) Utilisation de la solution de Basha (1999) :

La solution analytique de Basha (1999) ne peut être mise en œuvre que sur des sols répondant à la contrainte de description des propriétés des sols. Bresler (1978) propose 17 sols du catalogue de Mualem (1976a) dont les propriétés peuvent être décrites par un modèle exponentiel. J'ai choisi six exemples dans ces deux références bibliographiques : *Chino clay*, *Lamberg clay*, *Peat*, *Touched silt loam*, *Oso Flasco fine sand* et *Crab Creek sand*. Deux autres sols du catalogue de Mualem (1976a) avaient été décrits par une loi de type Gardner (1958) par Knutson et Selker (1994) et ont été utilisés ici. Il s'agit de *Rehovot sand* et *Ida silt clay loam*. Les caractéristiques de ces sols sont données dans le Tableau 22.

Sols	α (m ⁻¹)	K_s (m.sec ⁻¹)	θ_s
<i>Chino clay</i>	0.0685	2.29E-07	0.532
<i>Lamberg clay</i>	32.7	3.34E-04	0.537
<i>Peat</i>	0.104	6.13E-07	0.47
<i>Touched silt loam</i>	1.56	4.86E-06	0.469
<i>Oso Flasco fine</i>	7.2	2.00E-04	0.266
<i>Crab Creek sand</i>	46.6	1.27E-04	0.375
<i>Rehovot sand</i>	15.74	7.64E-05	0.44
<i>Ida silt clay loam</i>	6.7	4.17E-06	0.53

Tableau 22 : Huit sols dont les propriétés hydrodynamiques s'ajustent sur un modèle de Gardner (1958).

Sur ces huit sols, j'ai cherché à comparer le profil obtenu par la solution numérique à celui obtenu par la solution analytique de Basha (1999). Le profil était initialement sec. Un flux de surface constant de 15 mm.h⁻¹ a été appliqué en surface pendant 10 heures.

Le Tableau 23 montre pour les huit sols, l'efficacité sur la teneur en eau de chaque couche. Rappelons que ces critères ont été définis au chapitre 1. Chaque simulation conduit à de bons résultats aux vues de ces deux critères. L'efficacité est supérieure à 0,99 pour les sept premiers sols et dans quasiment toutes les couches. L'évolution de la teneur en eau de la dernière couche est parfois moins bien simulée comme c'est le cas pour *Chino clay*, *Peat*, *Touched silt loam* et *Ida silt clay loam*. Cette dernière couche n'est alors que faiblement affectée par la progression du front d'infiltration. Les teneurs en eau sont encore faibles ; les erreurs sont ainsi importantes mais pas significatives. De la même manière, pour *Ida silt clay loam*, nous observons une détérioration de la performance dans le

bas du profil. Ceci est dû à une teneur en eau quasiment constante dans les dernières couches, inférieure à 0,001. L'erreur est donc due à l'approximation de 0.

Couche Sol	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>Chino clay</i>	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.63
<i>Lamberg clay</i>	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.98	0.98	0.98
<i>Peat</i>	0.99	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00	0.99	0.99	0.99	0.845
<i>Touched silt loam</i>	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.84
<i>Oso flasco fine sand</i>	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
<i>Crab creek sand</i>	0.98	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.97
<i>Rehovot sand</i>	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.98
<i>Ida silt clay loam</i>	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.91	-0.01	-8.58	-406	-2.10 ⁷

Tableau 23 : Efficience sur les teneurs en eau simulée sur les huit sols choisis.

La Figure 81 montre l'exemple des quatre premières couches de *Touched silt loam*. Pour les autres sols, les résultats sont identiques et ne sont donc pas présentés ici.

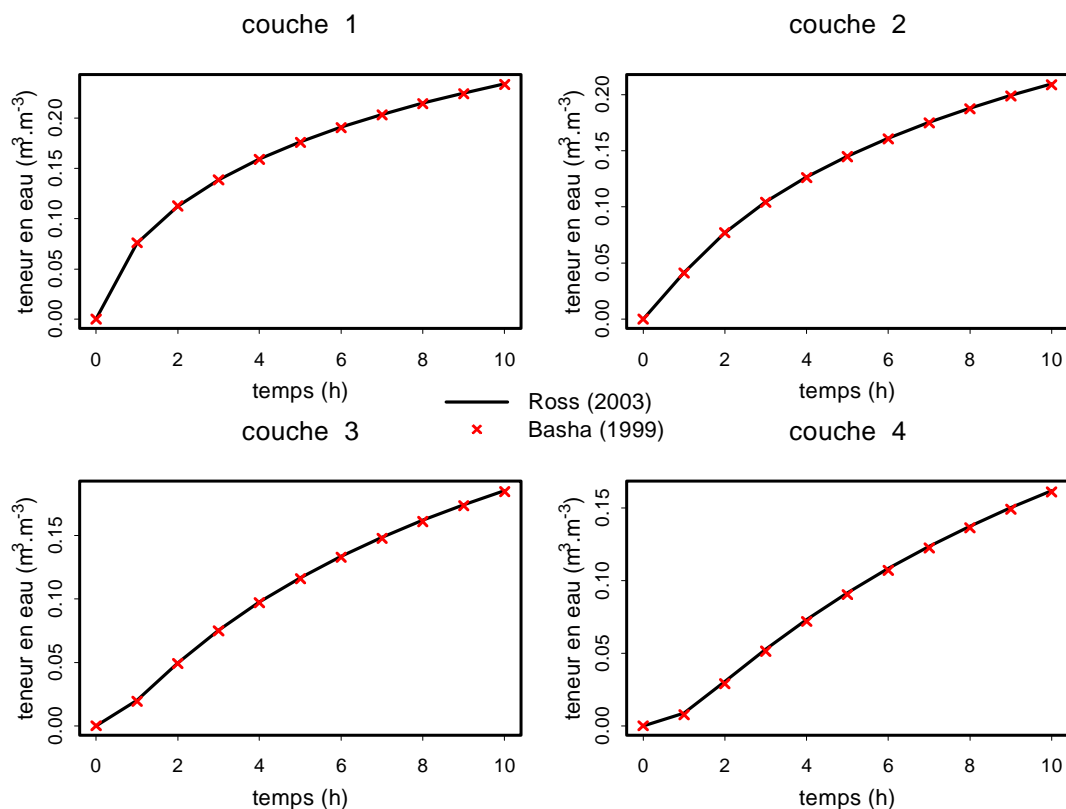


Figure 81 : Evolution de la teneur en eau des quatre premières couches de *Touched silt loam*.

Cette première comparaison à une solution analytique simplifiée conduit à de très bons résultats. Soulignons toutefois que cette solution linéaire demande des simplifications importantes dans la description des sols, nuisant ainsi à la généralisation des résultats. Elle n'est donc qu'un préambule et d'autres validations sont nécessaires. Je m'attacherai particulièrement dans la suite à l'utilisation du modèle de Brooks et Corey (1964) pour décrire les propriétés hydrodynamiques des sols.

6.1.3.2 Solution analytique sur l'infiltration cumulée

a) Théorie :

Dans la littérature, il n'existe pas de solutions analytiques permettant de décrire le profil d'humidité avec une description physique des sols de type Van Genuchten (1980) ou Brooks et Corey (1964). Toutefois, Parlange et al. (1985) et puis Haverkamp et al. (1990) ont proposé une solution analytique pour décrire l'infiltration cumulée I en fonction du temps t et/ou du flux de surface q . Sous des conditions de charge en surface et pour une teneur en eau initiale homogène θ_0 , l'infiltration cumulée est décrite à l'aide du concept de flux de concentration (Philip, 1973) et de la proportionnalité des conductivités (Parlange et al. 1985). La forme générale de l'infiltration est la suivante :

$$\text{Éq. 118} \quad I - K_0 t = z_s [\theta_s - \theta_0] + \frac{S^2(\theta_0, \theta_s)}{2\beta(\theta_0, \theta_s)[K_s - K_0]} \ln \left[1 + \beta(\theta_0, \theta_s) \frac{K_s - K_0}{q_1 - K_s} \right]$$

où K_0 et θ_0 sont les conditions initiales (respectivement de la conductivité hydraulique et de la teneur en eau), K_s et θ_s sont les conditions à la saturation et z_s [m] est le niveau de référence séparant la zone saturée de la zone non saturée du profil. La sorptivité $S(\theta_0, \theta_s)$ [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1/2}$] et le paramètre $\beta(\theta_0, \theta_s)$ dépendent des conditions initiales et des conditions de saturation mais leur expression analytique est possible dès lors que des modèles de courbe de rétention et de conductivité hydraulique sont choisis. Dans les références citées ci-dessus, ces expressions analytiques sont proposées pour le modèle Van Genuchten (1980). Nous proposons en annexe IV de développer les équations dérivées de l'équation Éq. 118 et l'obtention de $S(\theta_0, \theta_s)$ et $\beta(\theta_0, \theta_s)$ pour le modèle de Brooks et Corey (1964) en conditions initiales sèches ($\theta_0=0$).

Nous avons à notre disposition, trois équations adimensionnelles donnant :

- l'infiltration cumulée en fonction du flux de surface seul :

$$\text{Éq. 119} \quad I^* = \frac{1}{\beta} \ln \left(1 + \frac{\beta}{q^* - 1} \right)$$

- l'infiltration cumulée en fonction du temps et du flux de surface :

$$\text{Éq. 120} \quad I^* = (1 - \beta)t^* + \ln\left(1 + \frac{1}{q^* - 1}\right)$$

- et le temps en fonction de l'infiltration :

$$\text{Éq. 121} \quad t^* = \frac{1}{1 - \beta} \left(I^* - \ln\left(\frac{\exp(\beta I^*) - 1 + \beta}{\beta}\right) \right)$$

Rappelons les adimensionalisations effectuées pour l'obtention de ces équations :

$$\begin{aligned} I^* &= \alpha_I I & \text{avec} & \quad \alpha_I = \frac{2K_s}{S^2} \\ \text{Éq. 122} \quad t^* &= \alpha_t t & \text{avec} & \quad \alpha_t = \frac{2K_s^2}{S^2} \\ q^* &= \alpha_q q & \text{avec} & \quad \alpha_q = \frac{1}{K_s} \end{aligned}$$

Les paramètres $S^2 = S^2(0, \theta_s)$ et $\beta = \beta(0, \theta_s)$ s'écrivent de la façon suivante pour le modèle de Brooks et Corey (1964) :

$$\text{Éq. 123} \quad S^2 = C_{Sbc} \theta_s |h_e| K_s$$

$$\text{avec : Éq. 124} \quad C_{Sbc} = 2 + \frac{1}{\lambda\eta - 1} + \frac{1}{\lambda\eta - 1 + \lambda}$$

$$\text{Éq. 125} \quad \beta = 2 \left(1 - 2 \frac{C_{\beta bc}}{C_{Sbc}} \right)$$

$$\text{avec : Éq. 126 :} \quad C_{\beta bc} = 1 + \frac{1}{2\lambda\eta - \lambda - 1}$$

Nous avons ainsi tous les éléments nécessaires à l'utilisation de cette solution analytique.

b) Mise en œuvre de cette solution analytique :

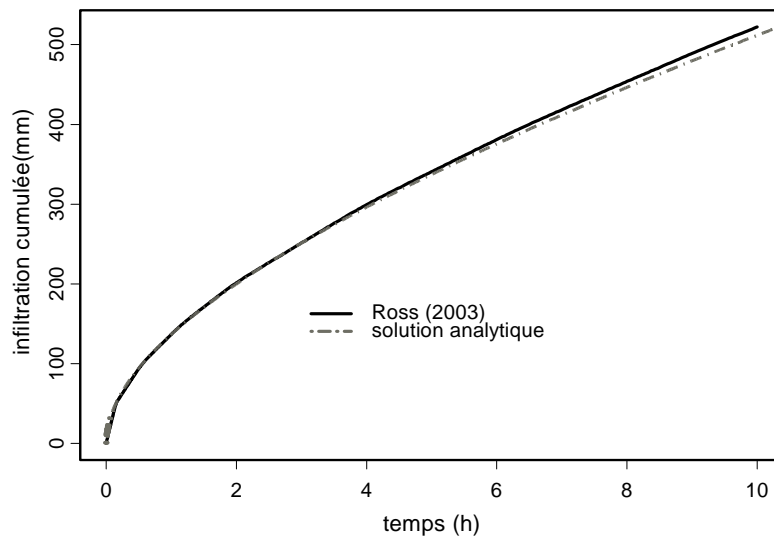
Pour son application, j'ai choisi trois sols caractéristiques permettant d'étudier une gamme variée de sols : un sable, une argile et un limon. Les caractéristiques hydrodynamiques ont été choisies d'après des ouvrages tels que celui de Chow et al. (1988) et sont données dans le Tableau 24.

	θ_s	h_e (m)	$1/\lambda$	η	K_s
Sable	0.4	-0.1	3	9	20
Limon	0.5	-0.5	5	13	2
Argile	0.6	-0.4	9	21	0.2

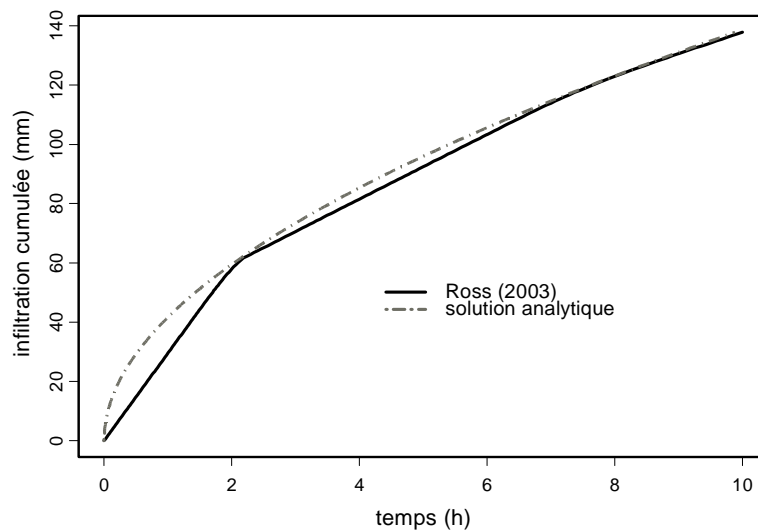
Tableau 24 : Propriétés hydrodynamiques des trois sols caractéristiques

Les simulations ont été réalisées sur 10 heures avec une charge constante nulle en surface et un profil initialement sec. La Figure 82 présente la comparaison entre la solution numérique et la solution analytique pour chacun des trois sols. Vu la forme de l'équation Éq. 121 donnant le temps en fonction de l'infiltration cumulée, nous ne pouvons appliquer de fonction « objectif » sur l'infiltration cumulée. Ainsi, à chaque pas de temps, le modèle fournit une infiltration cumulée à partir de laquelle on déduit un temps théorique, issu de la solution analytique. Ce sont donc les temps qui sont comparés dans la fonction « objectif » qui est ici l'efficacité (cf. définition au chapitre 1).

Limon



Argile



Sable

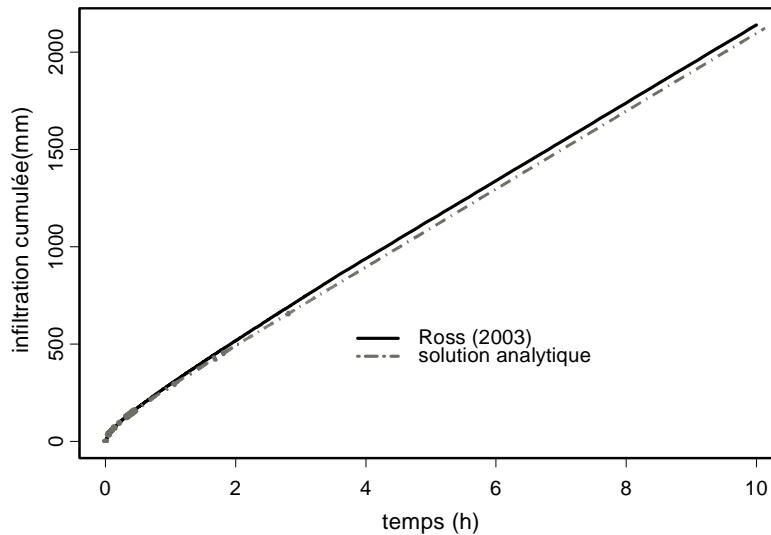


Figure 82 : Infiltration cumulée en fonction du temps pour les trois sols caractéristiques : limon, argile, sable.

Sur ces trois simulations, l'efficacité est très bonne : 0,998 pour le limon, 0,997 pour le sable et 0,989 pour l'argile. Toutefois, sur l'argile, l'évolution temporelle de l'infiltration cumulée n'est pas très bien décrite, notamment dans les premières heures : la solution numérique sous-estime fortement l'infiltration cumulée. L'infiltration simulée apparaît segmentée. Chaque segment de droite correspond à l'avance du front dans une couche ; les discontinuités marquent le moment où une nouvelle couche se sature. Cette segmentation n'est visible que sur l'argile dans la mesure où la saturation d'une couche de même épaisseur prend plus de temps sur l'argile que sur les autres types de sols.

Une plus fine discrétisation des premiers centimètres de sols permet de réduire significativement ce défaut d'infiltration. Nous rappelons que dans la configuration initiale, les deux premières couches font dix centimètres d'épaisseur. Une discrétisation homogène de la colonne en 100 couches de 2 cm d'épaisseur conduit à une très bonne simulation de l'infiltration cumulée ($E > 0,999$). Toutefois, même si le calcul prend moins de 5 secondes, cette configuration risque de ne pas être optimale dans une utilisation à grande échelle. Un compromis entre les deux discrétisations peut être trouvé en ne découpant finement que les vingt premiers centimètres de sol : 5 couches de 2cm suivies de 2 couches de 10cm, le reste du profil restant inchangé (par exemple). Cette discrétisation en 15 couches permet d'obtenir des résultats aussi satisfaisant qu'avec 100 couches (Figure 83) tout en réduisant fortement les temps de calcul. La discrétisation plus lâche du bas de la colonne n'a pas la même influence sur la forme de la courbe d'infiltration cumulée. En effet, lorsque le front d'humectation se situe dans ces couches, l'infiltration cumulée est linéairement croissante.

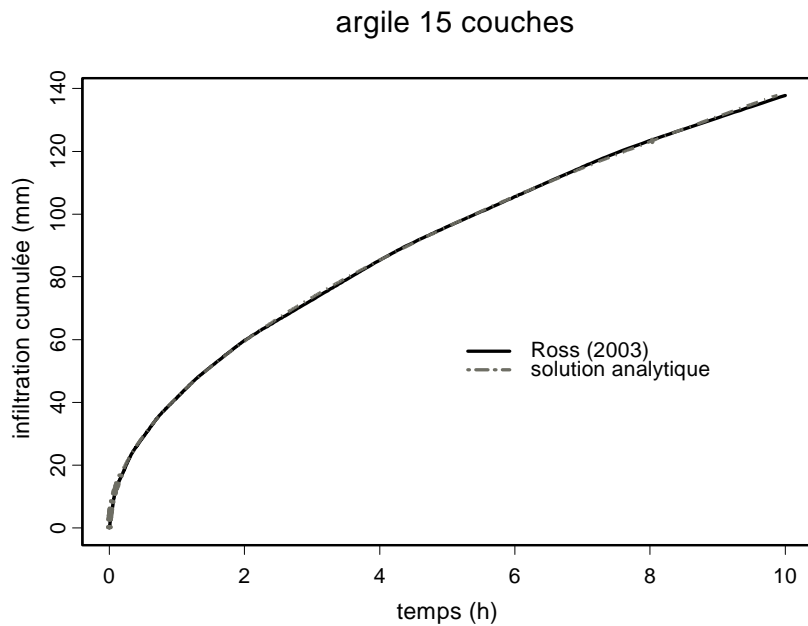


Figure 83 : Infiltration cumulée d’une colonne d’argile discrétisée en 15 couches, avec une discrétisation plus fine de la surface.

Nous pouvons ainsi conclure que la solution numérique de Ross est efficace pour représenter l’infiltration cumulée. Nous noterons toutefois qu’une discrétisation fine des premiers centimètres de sol est nécessaire pour bien représenter l’infiltration aux temps courts (épaisseur des couches de l’ordre du centimètre). Ceci est particulièrement vrai sur des sols argileux.

6.1.3.3 Description du profil des teneurs en eau par une nouvelle solution analytique développée par Haverkamp (communication personnelle) :

Les solutions que j’ai mises en œuvre jusqu’à maintenant permettent, l’une d’obtenir le profil de teneur en eau mais avec des simplifications importantes dans la description des sols, l’autre d’utiliser le modèle de Brooks et Corey (1964) mais sans décrire le profil des teneurs en eau. L’idéal serait de combiner les deux : avoir une solution analytique décrivant le profil des teneurs en eau, valable lorsqu’on utilise des modèles physiques de description des sols, tels que celui de Brooks et Corey (1964). C’est dans cet esprit qu’Haverkamp (communication personnelle) a développé une nouvelle solution analytique. Celle-ci n’étant pas été publiée, j’en propose le déroulement en annexe V de ce mémoire pour permettre une meilleure compréhension au lecteur avide d’équations.

a) *Théorie :*

Dans cette solution analytique, l'adimensionnalisation des variables est légèrement différente de celle de la solution précédente.

$$\text{Éq. 127} \quad I^* = \frac{c_{p0} K_s}{S_0^2} I = \frac{I}{\theta_s h_e}$$

où c_{p0} est défini comme suit : $\text{Éq. 128} \quad c_{p0} = \frac{2}{\lambda \eta - \alpha_0 \lambda + \lambda - 1}$

α_0 est l'exposant introduit dans la formule du flux de concentration pour $\theta_0 = 0$:

$$\text{Éq. 129} \quad f(0, \theta_s) = \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^{\alpha_0} = \theta^{*\alpha_0}$$

Les autres variables sont adimensionnalisées de la façon suivante :

$$\text{Éq. 130} \quad \frac{t}{t^*} = \frac{\theta_s h_e}{K_s}$$

$$\text{Éq. 131} \quad \frac{q^*}{q} = \frac{1}{K_s}$$

$$\text{Éq. 132} \quad z^* = \frac{z}{|h_e|}$$

Dans un premier temps, le même type d'équation reliant l'infiltration cumulée, le temps et le flux de surface que la solution sur l'infiltration cumulée, peut être déduit. L'infiltration cumulée en fonction du flux de surface s'exprime comme suit :

$$\text{Éq. 133} \quad I^* = \frac{1}{q^* - 1} + \frac{c_{p0}}{2q^*} \left[1 + B \ln \left(1 + \frac{1}{q^* - 1} \right) \right]$$

avec $\text{Éq. 134} \quad B = \frac{2}{4 + c_{p0}(1 - \lambda)}$

Le temps peut être exprimé en fonction du flux d'infiltration seul :

Éq. 135

$$t^* = \frac{1}{q^* - 1} - \ln \left(1 + \frac{1}{q^* - 1} \right) + \frac{c_{p0}}{4q^{*2}} \left[1 + B \ln \left(1 + \frac{1}{q^* - 1} \right) \right] - \frac{c_{p0} B}{4} \left[\frac{1}{2q^{*2}} + \frac{1}{q^*} - \ln \left(1 + \frac{1}{q^* - 1} \right) \right]$$

La combinaison des équations Éq. 133 et Éq. 135 fournit une expression du temps qui fait intervenir à la fois l'infiltration cumulée et le flux de surface. :

$$\text{Éq. 136} \quad t^* = \frac{1}{q^* - 1} - \ln\left(1 + \frac{1}{q^* - 1}\right) + \frac{1}{2q^*} \left[I^* - \frac{1}{q^* - 1} \right]$$

L'expression du profil se présente sous la forme d'une profondeur théorique en fonction du flux de surface et de la teneur en eau.

$$\text{Éq. 137} \quad z^* = \frac{1}{q^* - 1} + \frac{c_z}{2q^*} \left[1 - \theta^{*\frac{2}{\lambda c_z}} \right] + \frac{c_z}{4 + c_z} \frac{\ln\left(1 + \frac{1}{q^* - 1}\right)}{q^*} \left[1 - \theta^{*\frac{4 + c_z}{\lambda c_z}} \right]$$

où c_z est défini comme : $\text{Éq. 138} \quad c_z = \frac{2}{\lambda\eta - \alpha_0\lambda - 1}$

b) Mise en œuvre de cette solution analytique

Comme avec la solution analytique précédente, j'utilise trois sols caractéristiques : sable, argile et limon (Tableau 24). Les colonnes de 2m sol sont divisées en 10 couches d'épaisseur non homogène selon le découpage proposé par Ross (2003) (Figure 80). Les simulations ont lieu sur 20h, le profil étant initialement sec, la charge en surface maintenue nulle.

Nous retrouvons la bonne capacité du modèle à reproduire l'infiltration cumulée sur chacun des trois sols. Sur le sable et le limon, l'efficacité sur le temps est de 0,99 ; alors que sur l'argile elle vaut 0,94 puisque comme précédemment, le découpage n'est pas assez fin proche de la surface. Néanmoins, l'aspect segmenté de la courbe d'infiltration est amélioré dès lors que l'on découpe plus finement les premiers centimètres de la surface. Je ne montre pas ici ces résultats qui seraient redondants avec le paragraphe 6.1.3.2. Intéressons-nous plutôt à la description du profil des teneurs en eau.

Le Tableau 25 résume les résultats pour les trois sols, à chaque heure de simulation. La description du profil est assez succincte. L'efficacité sur les teneurs en eau est en certaines heures assez faible (0,46 pour l'argile, 0,28 pour le limon, 0,18 pour le sable) notamment dans les premières heures de simulation. Le cas du sable est à part, dans la mesure où le profil se sature rapidement. La Figure 84 propose un exemple de profil sur une colonne de limon après 9h de simulation (le trait plein figure la solution analytique, les croix correspondent à la solution numérique). Alors que pour bien décrire l'infiltration cumulée, un découpage en 10 couches était suffisant pour le sable et le

limon, il semble que pour simuler convenablement l'évolution du profil, ce découpage soit trop grossier.

heure	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
E argile	0.00	0.68	0.46	0.46	0.46	0.47	0.81	0.50	0.53	0.57
E limon	0.28	0.44	0.60	0.46	0.65	0.38	0.66	0.69	0.49	0.61
E sable	0.18	0.25	0.29							
heure	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E argile	0.57	0.57	0.57	0.87	0.90	0.46	0.56	0.59	0.60	0.60
E limon	0.63	0.40	0.53	0.60	0.60	0.60	0.60	0.53	0.68	0.76

Tableau 25 : Efficience sur la forme du profil, au fil des heures. Découpage initial en 10 couches non homogènes

9 h

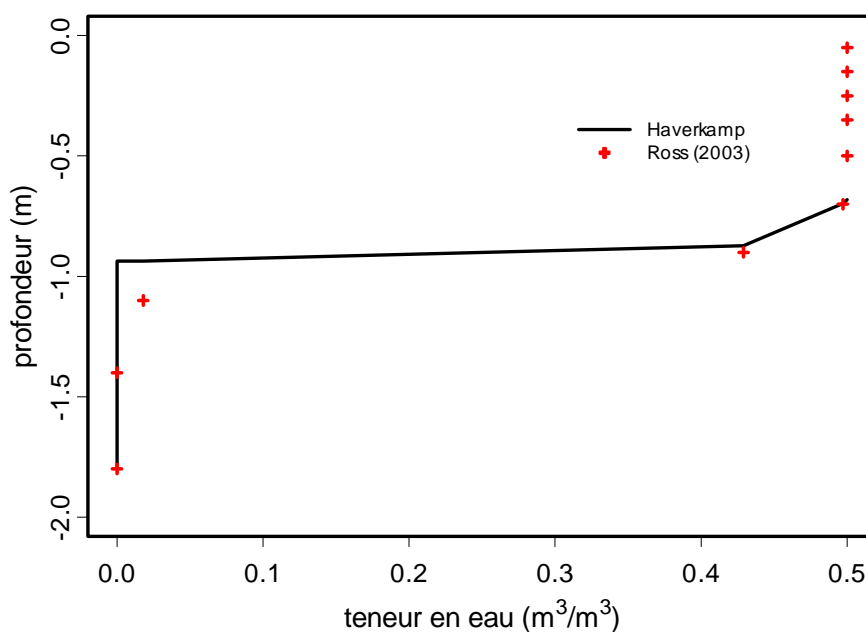


Figure 84 : Exemple de profil pour une colonne de Limon après 9h de simulation (le trait plein figure la solution analytique, les croix rouges correspondent à la solution numérique)

Pour une meilleure description du profil et une meilleure performance de la solution numérique, il est nécessaire de discrétiser plus finement la colonne de sol. Le Tableau 26 donne les

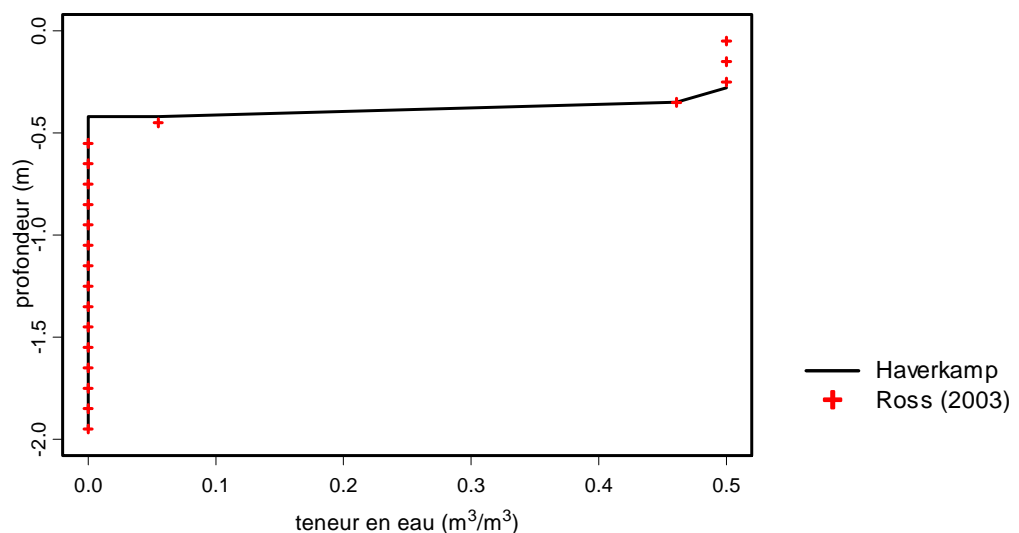
efficacités sur les teneurs en eau pour chaque couche d'une colonne de limon, selon différents découpages.

Heure	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
15 c.	0.36	0.44	0.60	0.46	0.65	0.38	0.66	0.69	0.48	0.60
20 c.	0.34	0.65	0.66	0.73	0.69	0.71	0.86	0.84	0.77	0.94
100 c.	0.94	0.95	0.96	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97
Heure	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
15 c.	0.63	0.40	0.53	0.59	0.60	0.60	0.60	0.53	0.68	0.76
20 c.	0.85	0.78	0.89	0.85	0.80	0.89	0.82	0.91	0.84	0.81
100 c.	0.96	0.97	0.97	0.96	0.96	0.96	0.96	0.95	0.95	0.95

Tableau 26 : Efficacité sur la forme du profil, au fil des heures. Découpage de 15, 20 et 100 couches de 2cm pour une colonne de limon.

Un découpage en 100 couches permet effectivement d'obtenir des efficacités supérieures à 0,90 quelle que soit l'heure de simulation. Néanmoins un découpage si fin risque de réduire les avantages de la solution numérique par rapport à un modèle classique et pour une utilisation à grande échelle. La même discrétisation en 15 couches que celle utilisée pour l'infiltration cumulée sur l'argile ne permet pas d'obtenir des résultats significativement meilleurs qu'avec un découpage en 10 couches. En effet les couches supplémentaires sont situées uniquement près de la surface. Or, pour bien décrire le profil tout au long des simulations et pour tout type de sol, les couches profondes aussi doivent être relativement fines. Avec le découpage en 15 couches, les couches profondes sont trop épaisses. Ainsi, 20 couches homogènes de 10 cm d'épaisseur permettent d'obtenir de meilleures efficacités qu'avec 10 couches tout en conservant un avantage certain par rapport aux découpages fins des modèles traditionnels. La Figure 85 montre les profils d'humidité d'une colonne de limon découpée en 20 couches homogènes après 2h, 4h, 6h et 8h de simulation.

2 h



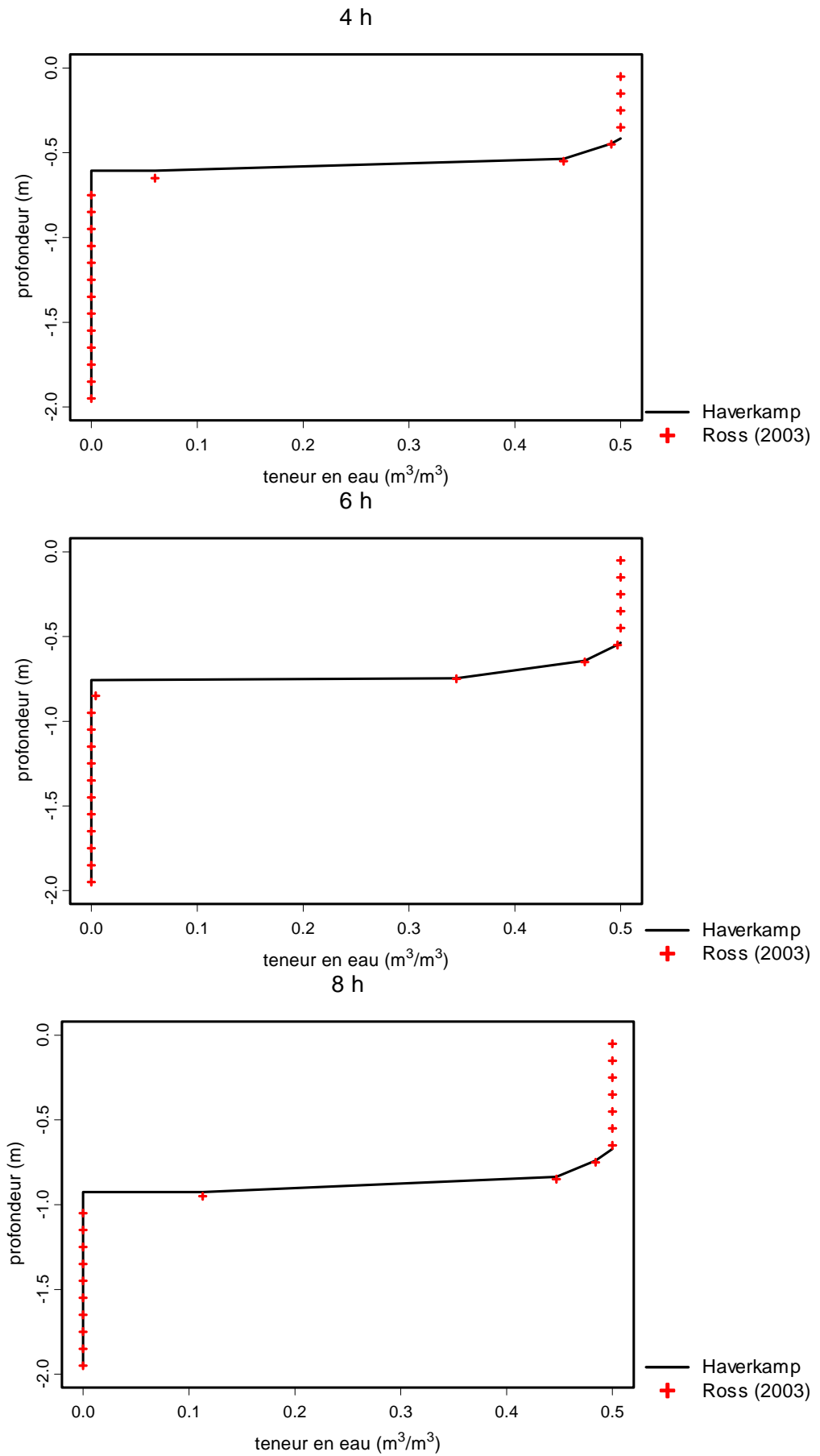


Figure 85 : Evolution du profil des teneurs en eau pour une colonne de limon de 2m découpée en 20 couches homogènes, à 2 h, 4 h, 6 h, et 8 h.

Ainsi la solution numérique demande un découpage homogène pour bien décrire le profil des teneurs en eau. Alors que pour l'infiltration cumulée, il fallait des couches fines en surface, une bonne description du profil passe par des couches de l'ordre de 10 cm d'épaisseur sur toute la profondeur de la colonne de sol. Moyennant une discrétisation adaptée la solution numérique de Ross (2003) est néanmoins performante pour reproduire l'infiltration cumulée et les profils des teneurs en eau avec une description des sols selon Brooks et Corey (1964). Cette analyse n'a été faite que dans des conditions initiales et aux limites spécifiées par les solutions analytiques (conditions initiales sèches et charge constante nulle en surface). Pour l'instant, la validité de la solution numérique n'est attestée que pour ces conditions particulières.

6.1.4 Comparaison avec une autre solution numérique

Afin d'élargir l'évaluation de la solution numérique de Ross (2003), nous avons voulu utiliser une autre solution numérique, permettant notamment de simuler une condition à la limite variable dans le temps (alternance de séquences de pluie et d'évaporation), des conditions initiales non homogènes (et pas nécessairement sèches) et des sols hétérogènes, c'est-à-dire composés de plusieurs horizons. Comme nous l'avons développé au paragraphe 6.1.2, le modèle SiSPAT répond entièrement à nos attentes pour cette comparaison et peut être considéré comme une référence. Des tests systématiques ont été conduits sur différents types de sol, différents forçages climatiques et différentes conditions initiales. Nous pouvons alors comparer les cumuls d'évaporation, les cumuls de drainage au fond du profil, l'évolution des teneurs en eau, autant de grandeurs qu'il est nécessaire de bien simuler pour des applications réelles.

6.1.4.1 Description des simulations :

a) Propriétés hydrodynamiques des sols :

Les sols utilisés sont les trois sols caractéristiques décrits précédemment dans le Tableau 24, afin de couvrir une large gamme de sols : sable, limon, argile. Nous construisons avec ces sols des colonnes homogènes de 2 mètres et également des colonnes hétérogènes constituées de sable sur 40 cm et d'argile sur 1m60, ou inversement une épaisseur d'argile de 40 cm en surface et une épaisseur de sable de 1m60. On obtient alors 5 colonnes différentes dénommées par la suite : S, L, A, SA et AS (respectivement **S**able, **L**imon, **A**rgile, **S**able sur **A**rgile et **A**rgile sur **S**able)

b) Forçage climatique :

Le choix du forçage climatique a été guidé par la volonté de valider aussi bien sur des périodes d'infiltration que des périodes d'évaporation. Pour cela nous nous sommes donnés des forçages schématiques en créneaux comprenant différentes intensités et différentes durées des cycles pluie-évaporation. Chaque forçage a une durée de 20 jours. Le premier forçage est formé de 2 cycles constitués chacun d'une période de pluie d'intensité 25mm/h pendant 10h puis d'une période d'évaporation avec un taux potentiel de 0,5mm/h pendant 230h. Ce premier forçage sera nommé "cycles longs" par la suite. Le second forçage est constitué de 4 cycles de 10h de pluie d'intensité 5mm/h suivies de 110h d'évaporation avec un taux potentiel de 0,5mm/h. Ce deuxième forçage sera nommé par la suite "cycles courts". Une représentation schématique de ces forçages est proposée à la Figure 86.

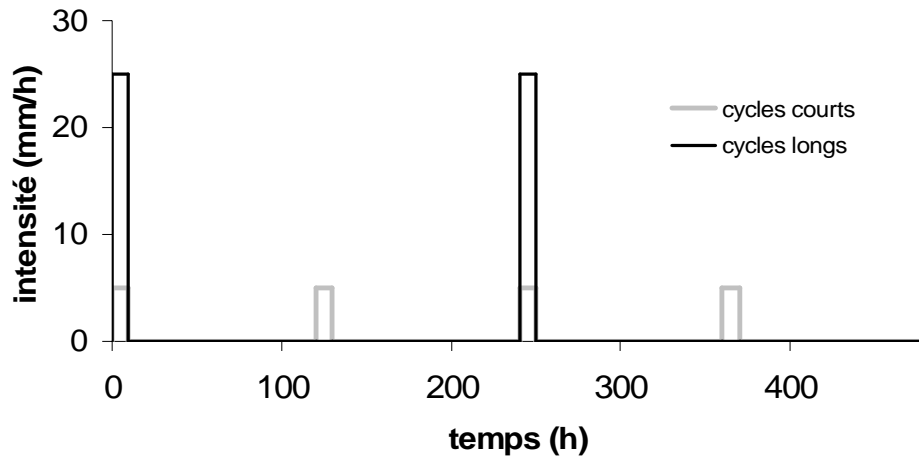


Figure 86: Forçage climatique : cycles courts et cycles longs

c) Conditions initiales :

Deux conditions initiales ont été choisies : une très sèche où la pression est uniforme et égale à -50m et une légèrement plus humide où la pression est uniforme et égale à -10m.

d) Résumé des différentes configurations :

La combinaison de ces choix conduit à 20 configurations différentes. Leur nom est présenté dans le Tableau 27. La ou les 2 premières lettres font référence au sol, "court" ou "long" au forçage climatique et "10" ou "50" à la condition initiale.

	cycles courts		cycles longs	
	-10m	-50m	-10m	-50m
Sable-Argile	SAcourt10	SAcourt50	SAlong10	SAlong50
Argile-Sable	AScourt10	AScourt50	ASlong10	ASlong50
Argile	Acourt10	Acourt50	Along10	Along50
Sable	Scourt10	Scourt50	Slong10	Slong50
Limon	Lcourt10	Lcourt50	Llong10	Llong50

Tableau 27 : Noms des 20 configurations de comparaison sur sol nu

e) *Maillage* :

Comme précédemment, j'utiliserai, sauf avis contraire, le maillage préconisé par Ross (2003) : une colonne de 2m de sol discrétisée en 4 couches de 10cm d'épaisseur chacune puis 4 couches de 20cm suivies enfin au fond de 2 couches de 40cm (Figure 80). Je conserverai ce découpage même dans le cas où le sol ne comporte qu'un horizon.

Le maillage de SiSPAT doit être beaucoup plus fin pour assurer la conservation de la masse. Il est fait de telle sorte que les parties supérieures et inférieures des horizons de sol sont découpées plus finement que le centre. Ici on choisit un maillage plus fin sur les 10 premiers et les 10 derniers centimètres, l'épaisseur des couches ne pouvant toutefois être inférieure au millimètre. Ainsi, le maillage comporte 137 nœuds lorsqu'il y a deux types de sol et 99 nœuds lorsqu'il n'y en a qu'un seul. Une valeur moyenne de teneur en eau est fournie, en sortie du modèle, sur le même découpage que celui utilisé par la solution numérique de Ross (2003).

f) *Critères de comparaison*

La comparaison portera principalement sur le cumul d'évaporation, le cumul de drainage, l'évolution de la lame d'eau de surface et l'évolution de la teneur en eau dans les différentes couches. La fonction « objectif » utilisée ici est l'erreur relative sur les résultats finaux (cumuls, lame d'eau, teneur en eau), définie comme suit :

$$\text{Éq. 139} \quad E_r = \frac{Ross - SiSPAT}{SiSPAT}$$

où, dans cette formule, *Ross* est le cumul obtenu par la solution numérique de Ross (2003) et *SiSPAT* est le cumul obtenu par le modèle SiSPAT. Une erreur relative positive atteste donc d'une surestimation de la solution numérique par rapport au modèle SiSPAT, alors qu'une erreur relative négative atteste d'une sous-estimation de la solution numérique.

Je laisse de côté l'estimation du temps de calcul. Ross (2003) a montré dans la publication originale que le temps d'exécution était très inférieur à celui d'une méthode numérique classique. Comme pour les simulations de Ross (2003), le temps d'exécution de mes propres simulations est de l'ordre du dixième de seconde avec un processeur à 866Mhz, alors que le calcul avec le modèle SiSPAT prend plusieurs minutes voire une dizaine de minutes. Je ne me suis pas concentrée sur cet avantage précieux de la solution numérique puisque les temps de calculs sont incomparables et que tout utilisateur serait conquis.

6.1.4.2 Résultats

a) Cumul d'évaporation :

La Figure 87 montre les cumuls d'évaporation sous forme d'histogrammes. Les barres pleines représentent les cumuls calculés par la méthode de Ross (2003) et les barres vides représentent les cumuls calculés par SiSPAT. Le Tableau 28 présente les erreurs relatives qui en découlent. Seules les conditions initiales $h_0 = -10m$ sont présentées sur ces graphiques, du fait d'une faible différence de cumul avec $h_0 = -50m$.

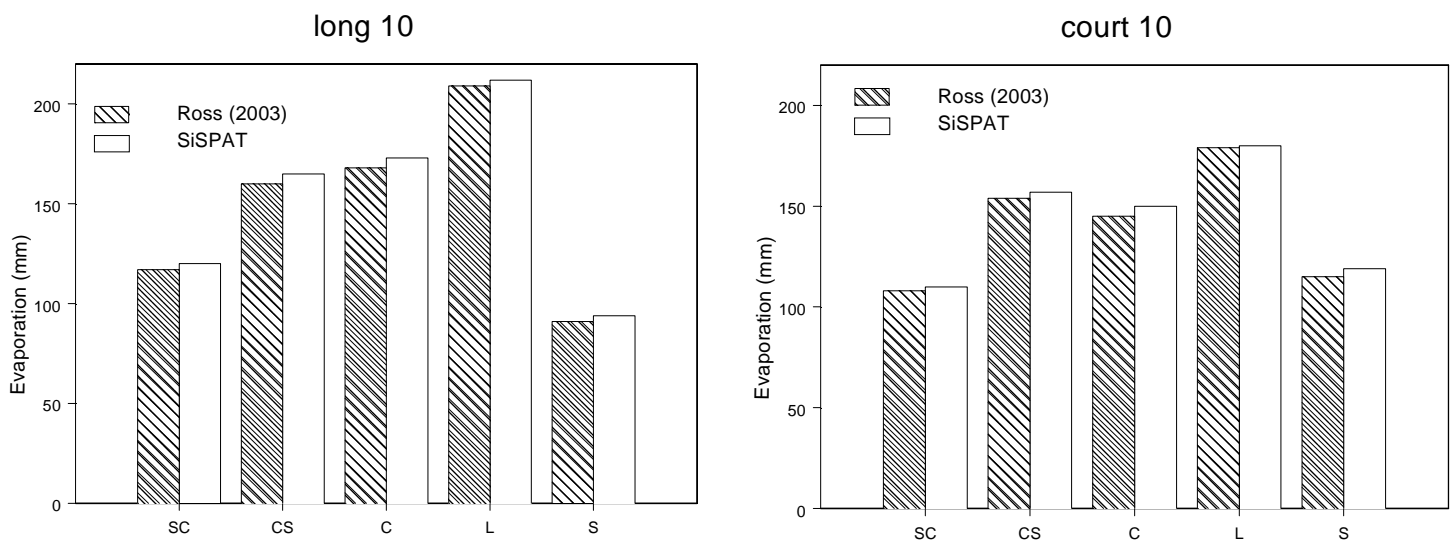


Figure 87 : Comparaison des cumuls d'évaporation. Les barres pleines sont les cumuls obtenus par la méthode de Ross (2003) ; les barres vides sont les cumuls obtenus par le modèle SiSPAT.

Forçage climatique	long		court	
	$h_0=-10m$	$h_0=-50m$	$h_0=-10m$	$h_0=-50m$
C.I.				
SA	-2.46	-1.89	-2.05	-2.19
AS	-3.05	-2.39	-2.11	-3.63
A	-2.96	-2.38	-3.66	-2.19
L	-1.32	-1.42	-0.78	-2.51
S	-2.61	-2.65	-3.43	-3.39

Tableau 28 : Erreur relative (en %) sur les cumuls d'évaporation.

L'erreur relative est en moyenne égale à -2,5% en fin de simulation. On note une sous-estimation systématique de l'évaporation calculée par la méthode de Ross (2003), quel que soit le sol, le forçage climatique ou les conditions initiales. L'explication de cette erreur systématique réside certainement dans le calcul de l'évaporation qui, dans SiSPAT, est déterminée par l'interface sol-atmosphère et, dans la solution numérique de Ross (2003), est considérée comme un flux maximal entre la surface (sèche) et le premier nœud. Une première couche plus fine pour cette solution numérique permet de diminuer légèrement l'erreur relative mais il subsiste la différence liée aux choix numériques de chacune des solutions.

Si l'on suit l'évolution de ce cumul au cours du temps, après la pluie, l'évaporation se fait à un taux potentiel jusqu'à ce que celui-ci ne puisse plus être satisfait ; les deux modèles calculent donc le même flux d'évaporation. La différence entre les deux méthodes n'apparaît que lorsque l'évaporation ne se fait pas au taux potentiel. Toutefois l'erreur ne progresse pas au cours des cycles pluie-évaporation. Nous vérifions aisément que sur 100 cycles, l'erreur relative finale est du même ordre de grandeur.

Ainsi, vu les faibles valeurs de l'erreur relative par rapport au modèle SiSPAT, nous pouvons considérer que l'évaporation est correctement simulée dans la méthode numérique de Ross (2003).

b) Teneur en eau dans les différentes couches :

Le Tableau 29 propose les erreurs relatives calculées à partir des teneurs en eau finales dans chaque couche, pour 4 exemples : SAlong10, Llong50, Scourt10 et AScourt50. Le tableau complet est situé en annexe VI (tableau 1).

Couche n°	Erreur relative (%)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>SAlong10</i>	11,4	2,3	1,1	0,4	0,2	0,2	0,1	0,1	0,2	0,2
<i>Llong50</i>	6,6	1,4	0,6	0,2	0,1	-0,0	-0,0	-0,0	0,2	0,1
<i>Scourt10</i>	12,4	2,7	1,4	1,0	1,3	1,3	1,6	2,2	-1,1	1,4
<i>AScourt50</i>	5,4	1,1	0,5	0,3	2,2	0,3	-1,5	-0,1	-0,2	-0,2
Moyenne	8.54	1.99	1.12	0.75	1.02	0.86	0.77	0.39	0.12	0.27

Tableau 29 : Erreur relative (en %) sur les teneurs en eau des 10 couches de sol, pour 4 exemples.

Parallèlement à la sous-estimation systématique de l'évaporation, la teneur en eau de la première couche de sol est fortement surestimée par la solution numérique de Ross (2003) : en moyenne +8,5% dans la première couche. La surestimation de la teneur en eau est toutefois plus forte que la sous-estimation de l'évaporation. Notons que cette surestimation de la teneur en eau de la première couche est particulièrement marquée sur les sols dont la couche de surface est du sable. La surestimation moyenne pour les couches suivantes est inférieure à 3 %. D'un point de vue plus global, le stock d'eau dans le sol et ses variations sont très bien représentés avec une erreur relative faible de 0,8% en moyenne. La Figure 88 montre pour les quatre premières couches du profil, l'évolution de la teneur en eau dans chacune d'elle pour l'exemple Acourt50. Pour ce même cas, nous pouvons visualiser le profil final (Figure 89).

Les raisons de la surestimation systématique de la teneur en eau résident dans les mêmes faits que ceux évoqués pour l'évaporation. Le découpage a ici une influence supplémentaire : les teneurs en eau de SiSPAT sont moyennées sur plusieurs couches du découpage de ce modèle, pour chaque temps de sortie. En revanche, dans la solution numérique de Ross (2003), la teneur en eau à chaque temps de sortie est bien celle du nœud, fournissant directement une valeur moyenne pour la couche. On peut donc dire en quelque sorte que la moyenne n'est pas faite au même moment dans la procédure de calcul, même si les valeurs correspondent bien au même temps. Ceci peut entraîner de légères différences.

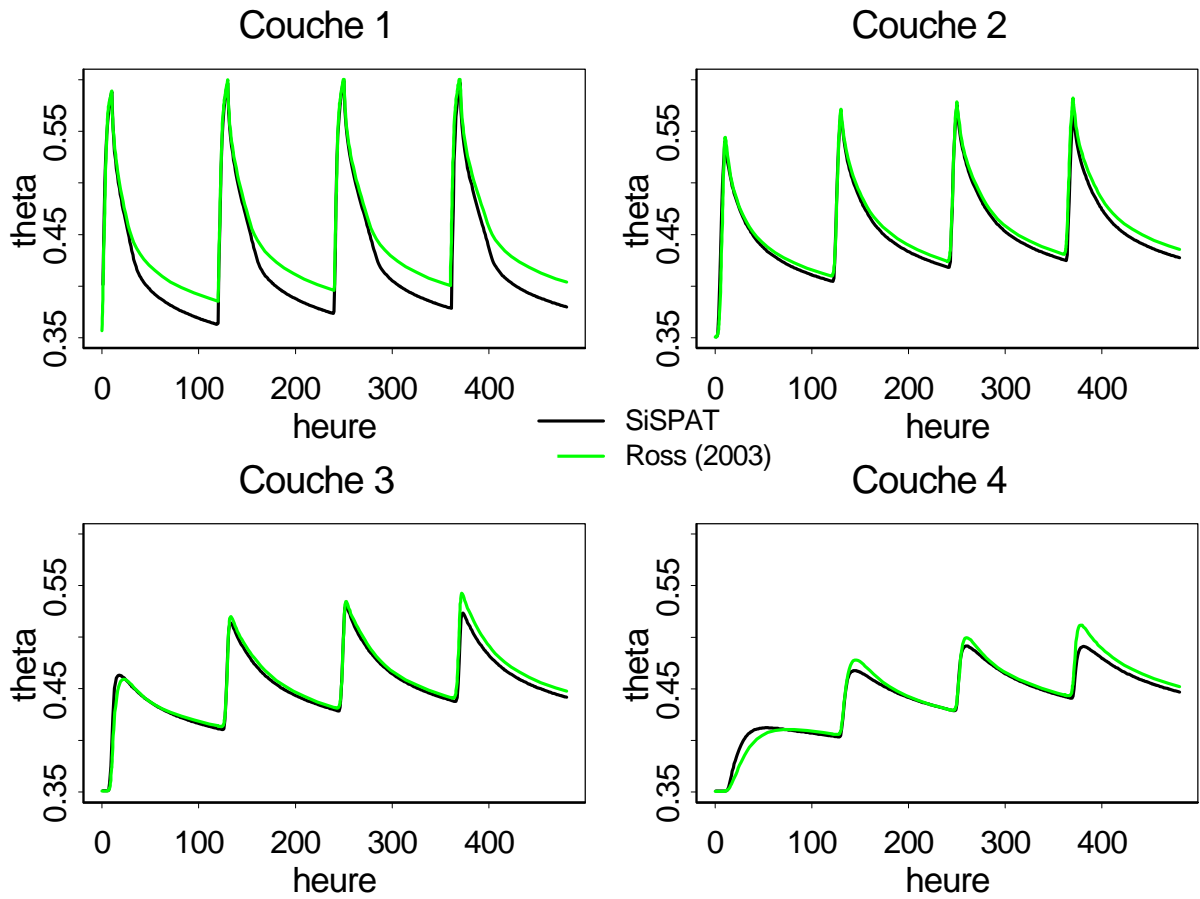


Figure 88 : Evolution des teneurs en eau dans les quatre premières couches du profil Acourt50.

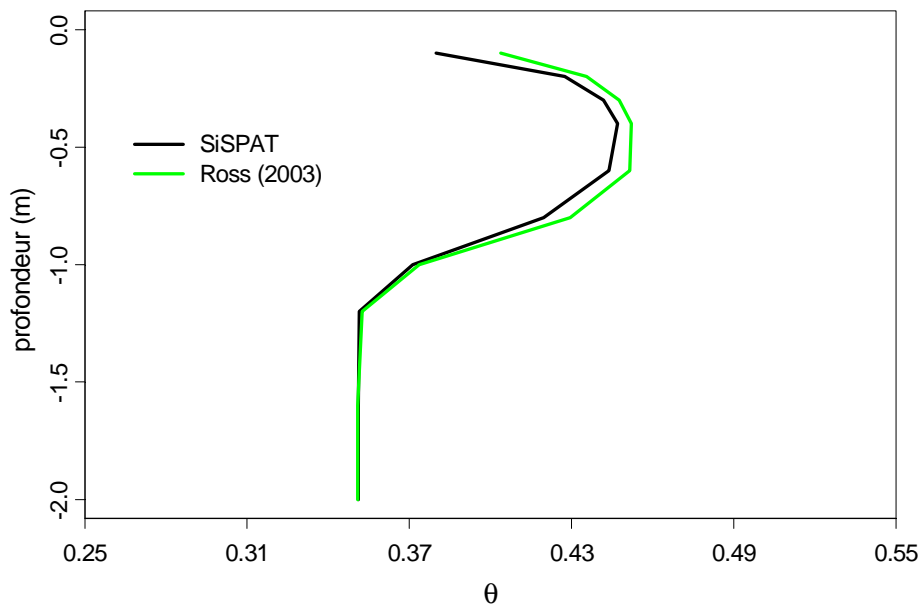


Figure 89 : Profil de teneur en eau final pour la simulation Acourt50.

Ainsi, outre la première couche, les teneurs en eau au sein du profil sont correctement représentées par la méthode de Ross (2003). Nous nous souviendrons toutefois que la teneur en eau de la première couche est surestimée, et ceci en relation avec une sous-estimation de l'évaporation.

c) Apparition d'une lame d'eau en surface :

Une lame d'eau se forme en surface par refus d'infiltration lorsque la capacité d'infiltration du sol est inférieure à l'intensité de pluie. Il n'y a pas de terme français nommant de façon simple ce phénomène que les anglophones nomment « ponding ». J'utiliserai donc ce terme dans le paragraphe qui suit.

Deux périodes de « ponding » apparaissent sur les sols argileux lors du forçage de type « cycles longs », une pour chacune des périodes de pluies. Dans nos tests, 5 configurations sont donc concernées : SAlong10; ASlong10; Along10; ASlong50 et Along50. Les temps d'apparition de la lame d'eau sont les mêmes, quel que soit le schéma numérique choisi. La hauteur maximale de lame d'eau est atteinte à la fin de chaque période de pluie (10h et 250h). L'eau est ensuite lentement ré-infiltrée jusqu'à disparition complète de la lame d'eau. Cette disparition a lieu au même instant dans les deux schémas numériques.

Le Tableau 30 compare les hauteurs maximales de la lame d'eau pour les cinq cas évoqués. La hauteur d'eau calculée par la méthode numérique de Ross (2003) est légèrement supérieure à celle calculée par le modèle SiSPAT avec une erreur relative faible, inférieure à 2%.

	SiSPAT		P. Ross		Erreur	
	$h_{\max 1}$ (mm)	$h_{\max 2}$ (mm)	$h_{\max 1}$ (mm)	$h_{\max 2}$ (mm)	$h_{\max 1}$ (%)	$h_{\max 2}$ (%)
<i>SAlong10</i>	49	78	49,6	78,2	1,22	0,26
<i>ASlong10</i>	160	164	161	166	0,63	1,22
<i>Along10</i>	160	165	161	167	0,63	1,21
<i>ASlong50</i>	147	164	148	165	0,68	0,61
<i>Along50</i>	146	162	148	165	1,37	1,85

Tableau 30: Hauteur maximale de la lame d'eau en mm et erreurs relatives en %.

d) Cumul de drainage :

Le Tableau 31 donne les cumuls de percolation au fond (en mm) pour chacun des deux modèles ainsi que l'erreur relative (en %) que l'on en déduit, pour 5 exemples : SAlong10, ASlong50, Llong50, Scourt10, Acourt50. Les résultats pour l'ensemble des tests sont présentés en annexe VI (tableau 2). L'erreur sur le volume drainé est très faible : 1,4% en moyenne (si l'on considère la

moyenne des valeurs absolues). Il n'y a pas de tendance à la surestimation ou à la sous-estimation. Les cumuls sont très faibles avec un forçage de type « cycles courts » ; ce qui est cohérent avec les cumuls de pluies des forçages.

	Ross (2003)	SiSPAT	Erreur (%)
<i>SAlong10</i>	196	195	0,3
<i>ASlong50</i>	116	117	-1,0
<i>Llong50</i>	87	86	1,7
<i>Scourt10</i>	0,098	0,097	0,2
<i>Acourt50</i>	0,012	0,012	-0,9
			1,4

Tableau 31 : Cumuls (en mm) et erreur relative (en %) sur les cumuls de percolation au fond

Le schéma numérique de Ross (2003) représente donc bien le volume qui atteint le fond de la colonne de sol. En suivant l'évolution du cumul de drainage dans le temps (Figure 90), on note une légère avance de la production de drainage du modèle numérique de Ross (2003) par rapport au modèle SiSPAT. Cette avance de quelques minutes est due à la discrétisation très lâche de la colonne de sol dans le modèle numérique de Ross (2003). Entre 1m60 et 2m de sol, l'eau présente dans le sol est dans une seule couche pour la discrétisation que nous avons choisie, alors que dans le modèle SiSPAT plusieurs transferts à travers les couches sont nécessaires avant que cette eau atteigne le fond de la colonne de sol. Cet artéfact peut être modifié en raffinant le découpage au fond.

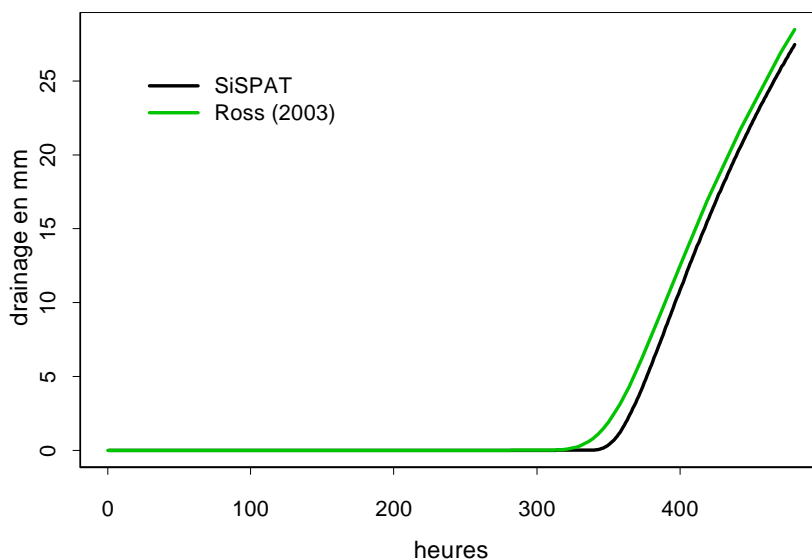


Figure 90 : Evolution du cumul de percolation pour l'exemple Along50

6.1.5 Conclusion des tests de la solution numérique sur sol nu :

Le test de la solution numérique s'est déroulé en plusieurs étapes. Nous avons, dans un premier temps, cherché à comparer cette solution numérique à des solutions analytiques. Cette validation est donc spécifique aux conditions initiales et aux limites de chaque solution analytique. Dans ce même temps, une nouvelle solution analytique développée par Haverkamp (communication personnelle) a été utilisée pour évaluer la représentation du profil des teneurs en eau avec l'utilisation des modèles de Brooks et Corey (1964). Avec chacune des solutions analytiques, la solution numérique se comporte remarquablement bien et peut être considérée comme vérifiée dans les conditions précises de ces solutions analytiques. Une bonne description de l'infiltration cumulée demande pour les sols argileux une discrétisation suffisamment fine (de l'ordre du cm) près de la surface. Un découpage homogène sur toute la colonne est en revanche nécessaire pour décrire correctement l'évolution du profil des teneurs en eau. Pour conserver un avantage dans l'utilisation à grande échelle et par rapport aux modèles classiques, les couches pourront faire 10 cm d'épaisseur.

Afin de tester la solution numérique dans des conditions plus réalistes, nous avons voulu la comparer à un autre modèle numérique plus détaillé, SiSPAT, qui utilise une méthode numérique plus classique. Cette comparaison nous a permis d'observer le comportement de la solution numérique de Ross (2003) dans des alternances de périodes de pluie et d'évaporation et pour différents types de sol. Nous avons obtenu des résultats comparables à SiSPAT. Notons toutefois une tendance générale à la sous-estimation de l'évaporation (de l'ordre de quelques %) et en parallèle, la surestimation de la teneur en eau dans la première couche.

L'ensemble de ces tests nous a montré que la solution numérique de Ross (2003) était robuste et fiable et donnait des résultats satisfaisants pour des gammes de sols variées (de l'argile au sable) et des conditions climatiques variables. Chaque phase de ces tests a donné des résultats satisfaisant nous incitant ainsi à poursuivre notre but avec cette solution numérique : construire un module de zone non saturée comprenant les processus liés à la végétation qui soit robuste, rapide et précis. C'est l'objet de la section suivante.

6.2 INSERTION DES PHENOMENES LIES A LA VEGETATION

La modélisation des composantes du bilan hydrologique d'un bassin versant requiert la prise en compte de l'influence de la végétation (naturelle ou sous forme de cultures) puisque celle-ci reprend une bonne partie de l'eau infiltrée dans les sols pour sa transpiration et sa croissance. Compte tenu des performances de la solution numérique de Ross (2003) sur sol nu, il nous a semblé naturel d'essayer d'y adjoindre les phénomènes liés à la végétation :

- l'interception de la pluie par la végétation aérienne.
- l'extraction racinaire
- la transpiration des plantes

Dans cette phase du développement, la croissance de la végétation n'est pas explicitée mais prescrite à travers des paramètres tels que l'indice foliaire et la profondeur d'enracinement. L'adjonction d'un module de croissance de la végétation pourra constituer une autre étape du développement. Le bilan d'énergie n'est pas non plus explicitement résolu dans cette première phase du développement. Les concepts sous-tendant le modèle hydrologique que nous développons (POWER) nécessitent d'être validés avant d'introduire trop de complexité. Par ailleurs, la résolution du bilan d'énergie requiert des données d'entrée climatiques (température et humidité de l'air, vitesse du vent, rayonnement solaire et grandes longueurs d'ondes incidents) qui sont moins facilement disponibles qu'une évapotranspiration potentielle (notée ETP par la suite) sur laquelle nous nous appuyons. On peut enfin espérer que les temps de calcul seront moins importants en utilisant une ETP qu'en résolvant explicitement le bilan d'énergie.

La description de l'extraction racinaire et de la transpiration dépend de la représentation des racines. L'approche macroscopique a été introduite par Gardner (1960). Une racine individuelle peut être vue comme un cylindre infiniment long de rayon uniforme et aux propriétés absorbantes. Les flux sont alors représentés radialement à ce cylindre. Les informations nécessaires pour utiliser cette approche ne sont pas facilement disponibles, surtout à grande échelle. Une deuxième méthode consiste à évaluer l'extraction racinaire d'une couche proportionnellement au gradient de potentiel hydrique entre le sol et la plante, ce qui nécessite l'évaluation du potentiel foliaire. Par analogie aux circuits électriques, les résistances aux transferts d'eau peuvent être déterminées. C'est ce qui est fait dans le modèle SiSPAT, en couplage avec la résolution du bilan d'énergie pour calculer la transpiration. Malheureusement, la nécessité d'une information détaillée de la végétation est toujours de mise. L'approche la plus facilement utilisable est l'approche macroscopique qui demande un minimum de données. Un terme puits représentant l'extraction est ajouté à l'équation de Richards (1931) (équation Éq. 100). De nombreux auteurs ont décrit le terme puits (Molz et Remson 1970 ; Feddes et al. 1978 ;

Campbell, 1985 ; Prasad, 1988 ; Jarvis, 1989). Généralement, il dépend de la distribution de la densité de racines (sous-entendu les racines effectives), de la teneur en eau, de la demande atmosphérique et éventuellement de la conductivité hydraulique (Chabot et al., 2002). De la littérature, nous retiendrons deux modèles récemment proposés par : Lai et Katul (2000) et Li et al. (2001). Leur terme puits est une fonction de la transpiration potentielle et prend en compte le stress hydrique. Il inclut par ailleurs une fonction de compensation qui permet de simuler une extraction d'eau dans les couches profondes lorsque celles de surface sont sèches. Ces modèles nous ont semblé réaliser un bon compromis entre leur réalisme physique, les données nécessaires et leur facilité d'implémentation dans la solution numérique de Ross (2003). Une évaluation de ces deux modules a été menée par Braud et al. (2004) après leur insertion dans SiSPAT, montrant leur bonne capacité à reproduire les cumuls d'évaporation, de transpiration et les profils de teneur en eau. Le module de zone non saturée (noté MZNS dans la suite) que nous proposons sera donc constitué de la solution numérique de Ross (2003) couplée à l'un de ces modules d'extraction racinaire (Li et al., 2001 ou Lai et Katul, 2000). Un module d'interception des précipitations est aussi proposé. Certaines solutions analytiques existent pour valider la résolution de l'équation de Richards avec un terme puits mais pour des descriptions restrictives des propriétés hydrodynamiques des sols (par exemple : Basha, 1999 ; Warrick, 1974). De plus, ces solutions analytiques sont spécifiques à une formulation du terme puits et ne sont généralement pas exactes. La comparaison d'une solution numérique à l'une de ces solutions analytiques conduit alors à une validation trop restrictive. Ainsi je ne mènerai pas cette comparaison.

Après une présentation de ces différents modules (section 6.2.1), mon premier objectif sera de déterminer la précision du module de zone non saturée constitué. Au lieu d'utiliser des solutions analytiques, j'ai comparé le MZNS dans des conditions réalistes et variées, en m'appuyant sur un modèle de référence plus détaillé, selon la même méthode qu'à la section 6.1.4. Ce modèle de référence sera constitué du module sol du modèle SiSPAT, auquel les mêmes modules d'extraction racinaire que le MZNS auront été couplés. Pour cette phase d'évaluation de la solution numérique dans le sol, nous utiliserons une version dégradée du modèle SiSPAT (section 6.2.2), où le bilan d'énergie n'est pas résolu et une ETP est utilisée à la place. C'est l'objet de la section 6.2.3. Le second objectif est de déterminer si l'un ou l'autre des modules d'extraction racinaire (celui de Li et al., 2001 ou de Lai et Katul, 2000) présente de meilleures performances pour l'inclusion dans un modèle de plus grande échelle (section 6.2.4). J'évalue ensuite la perte de performance liée à l'utilisation d'une ETP plutôt qu'à la résolution explicite du bilan d'énergie (section 6.2.5). Enfin, j'applique le MZNS à un jeu de données réelles pour en montrer les performances (section 6.2.6).

6.2.1 L'interception et les modules d'extraction racinaire :

6.2.1.1 Représentation de l'interception des radiations et des précipitations par la végétation :

Le bilan d'énergie n'étant pas résolu explicitement, il importe dans un premier temps de séparer l'évapotranspiration potentielle (ETP) en ses deux composantes : évaporation potentielle (EP) et transpiration potentielle (TP). On utilise pour cela une loi de type Beer-Lambert où la séparation dépend de l'indice foliaire LAI (pour Leaf Area Index) (Huygen et al., 1997) :

$$\begin{aligned} \text{Éq. 140} \quad TP &= ETP(1 - \exp(-a_{bl}LAI)) \\ EP &= ETP \exp(-a_{bl}LAI) \end{aligned}$$

où a_{bl} régit l'interception des radiations par la végétation. On peut considérer que l'interception des précipitations et l'interception des radiations solaires sont soumises aux mêmes lois. Par la suite, j'utiliserai une valeur constante de a_{bl} égale à 0,5.

Les feuilles de la végétation constituent un réservoir d'interception. Celui-ci a une capacité maximale qui dépend du stade de développement de la végétation (et donc du LAI). Le réservoir se remplit quand il pleut et se vide en période d'évaporation. Noilhan et Planton (1989) proposent une formulation de la capacité maximale de ce réservoir w_{rmax} (m) :

$$\text{Éq. 141} \quad w_{rmax} = 2 \cdot 10^{-4} \sigma_f LAI$$

où σ_f est la fraction de radiation solaire et de précipitation interceptée par la végétation (Taconet et al., 1986) :

$$\text{Éq. 142} \quad \sigma_f = 1 - \exp(-a_{bl}LAI)$$

où a_{bl} est le même coefficient de partition que pour l'ETP (équation Éq. 140).

La dynamique du réservoir d'interception est gouvernée par l'équation suivante (Noilhan et Planton, 1989) :

$$\text{Éq. 143} \quad \frac{\partial w_r}{\partial t} = (P - P_g) - E_w$$

où P est l'intensité de pluie au dessus de la canopée, P_g est la pluie atteignant effectivement la surface du sol et E_w est le taux d'évaporation de la canopée mouillée. E_w dépend de la fraction de végétation

mouillée (δ) et de la transpiration potentielle (TP). La formulation retenue de δ est celle de Deardoff (1978) :

$$\text{Éq. 144} \quad \delta = \left(\frac{w_r}{w_{rmax}} \right)^{2/3}$$

L'énergie utilisée pour cette évaporation directe à la surface des feuilles est retenue sur la transpiration potentielle et ne peut donc plus être utilisée pour la transpiration des plantes.

6.2.1.2 Description des modules LI01 et LK00

L'équation de Richards (1931) est modifiée pour prendre en compte l'extraction racinaire, par l'intermédiaire d'un terme puits (Feddes et al. 1978) :

$$\text{Éq. 145} \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K(h) \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) \right] - Ex(z, t)$$

C'est le terme $Ex(z, t)$ qui est exprimé dans les deux modules retenus : Lai et Katul (2000) (noté LK00 dans la suite) et Li et al (2001) (noté LI01 dans la suite). Ces modèles tiennent compte de la distribution racinaire, du stress hydrique et possèdent un mécanisme de compensation pour extraire de l'eau dans les couches profondes et humides lorsque la surface est sèche. La formulation générale est la suivante :

$$\text{Éq. 146} \quad Ex(z, t) = \chi(\theta, z) TP$$

où TP est la transpiration potentielle. Le terme $\chi(\theta, z)$ est une fonction empirique comprise entre 0 et 1 qui peut s'exprimer comme le produit de trois termes (Braud et al. 2004) :

$$\text{Éq. 147} \quad \chi(\theta, z) = \alpha_1(\theta, z) \alpha_2(\theta, z) g(z)$$

Les termes α_1 et α_2 représentent respectivement les phénomènes de compensation et de stress hydrique et s'expriment de façon différente selon le modèle utilisé. La fonction $g(z)$ [-] représente la distribution racinaire dans le profil de sol. Pour comparer les deux modèles dans des conditions similaires, nous avons utilisé la même distribution racinaire pour les deux modèles (Li et al, 1999).

$$\text{Éq. 148} \quad g(z) = g_0 \frac{\exp(-b_r z) [1.5 + 0.5 \exp(-b_r z)]}{1 + \exp(-b_r z)}$$

g_0 représente la densité racinaire à la surface du sol et b_r caractérise la décroissance du profil racinaire avec la profondeur. b_r s'exprime à l'aide de la profondeur racinaire (Z_R) et de la fraction de densité racinaire présente dans les 10% supérieurs de la zone racinaire F_{10} (Li et al., 1999).

$$\text{Éq. 149} \quad b_r = \frac{24.66(F_{10})^{1.59}}{z_R}$$

La fonction de stress du modèle LI01, α_2^{LI} , est basée sur le modèle trapézoïdal proposé par Feddes et al. (1978) pour tenir compte de la diminution d'extraction racinaire lorsqu'il y a stress hydrique ou, au contraire, anoxie de la plante par excès d'eau.

$$\text{Éq. 150} \quad \begin{cases} \alpha_2^{LI}(\theta, z) = 0 & \text{if } h \geq h_1 \text{ or } h \leq h_4 \\ \alpha_2^{LI}(\theta, z) = 1 & \text{if } h \leq h_2 \text{ and } h \geq h_3 \end{cases}$$

α_2^{LI} augmente linéairement entre h_1 et h_2 et décroît linéairement entre h_3 et h_4 . La décroissance dépend de la transpiration potentielle (TP). La Figure 91 représente la fonction de stress α_2^{LI} en fonction de la valeur absolue de la pression. Dans toute la suite, on prendra $h_1 = -0,1\text{m}$; $h_2 = -0,25\text{m}$; $h_{3a} = -5,0\text{m}$; $h_{3b} = -10,0\text{m}$ et $h_4 = -140,0\text{m}$; la valeur réelle de h_3 sera interpolée linéairement entre h_{3a} et h_{3b} selon la valeur de la transpiration potentielle.

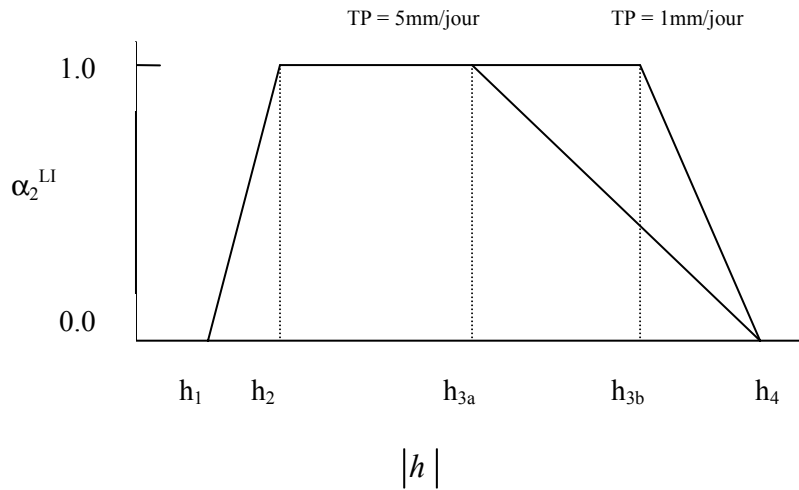


Figure 91: α_2^{LI} en fonction de la valeur absolue de la pression h .

La fonction de compensation α_1^{LI} s'écrit comme suit :

$$\text{Éq. 151} \quad \alpha_1^{LI}(\theta, z) = \frac{\alpha_2^{LI}(\theta, z)G(z)^{\lambda-1}}{\sum_{z=0}^{z_R} \alpha_2^{LI}(\theta, z)G(z)^{\lambda}}$$

où $G(z)$ est la distribution racinaire cumulée pour la couche centrée en z . Le paramètre λ sera pris égal à 0,5 dans la suite, comme cela a été proposé par Li et al. (2001) et confirmé par Braud et al. (2004).

La fonction de stress du module LK00 dépend des caractéristiques du sol telles que le point de flétrissement θ_{wilt} et la teneur en eau à saturation θ_s :

$$\text{Éq. 152} \quad \alpha_2^{LK}(\theta, z) = \left(\frac{\theta(z, t) - \theta_{wilt}}{\theta_s} \right)^{\frac{\gamma}{\theta(z, t) - \theta_{wilt}}}$$

où γ est un paramètre de la fonction. Celui-ci a une influence majeure dans la forme de la fonction de stress. Mais il existe une valeur de $\gamma=0,03$ tel que α_2^{LI} et α_2^{LK} soient similaires (Braud et al. 2004) ; les deux modules ne diffèrent donc que par leur fonction de compensation. Toutefois Lai et Katul (2000) ont montré que la valeur optimale de γ était de 0,01 ; valeur confirmée par Braud et al. (2004).

La fonction α_1^{LK} s'exprime comme le maximum de deux rapports décrivant l'eau disponible dans le sol. Le premier terme est un rapport local et le second prend en compte la disponibilité de l'eau dans toute la zone racinaire.

$$\text{Éq. 153} \quad \alpha_1^{LK}(\theta, z) = \text{Max} \left(\frac{\theta(z, t)}{\theta_s - \theta_{wilt}} \frac{\int_0^z \theta(y, t) dy}{\int_0^{z_R} \theta(y, t) dy} \right)$$

où z_R est la profondeur maximale.

Avec de telles approches, la transpiration réelle des plantes est égale à la somme des volumes d'eau extraits par les racines dans chaque couche, et ceci sans décalage temporel.

6.2.1.3 Insertion dans la solution numérique de Ross (2003) :

Le calcul de l'interception par les équations Éq. 140 à Éq. 144 est implanté en tête du MZNS, avant la résolution de l'équation de Richards (1931), ce qui permet de déterminer la pluie nette sous la canopée qui servira au calcul de l'infiltration dans le sol.

En reprenant la linéarisation de l'équation de Richards (1931) proposée par Ross (2003), il apparaît que le terme puits n'est présent que dans d_i (équation Éq. 109) qui devient alors :

$$\text{Éq. 154} \quad d_i = - \left(\frac{q_{i-1} - q_i}{\sigma} + \frac{Ex_i \Delta x_i}{\sigma} \right)$$

où Ex_i [s-1] est l'eau extraite de la couche i et Δx_i l'épaisseur de la couche [m].

Chaque terme Ex_i est évalué selon le modèle choisi : LI01 ou LK00. Ceci n'affecte donc pas la résolution de la matrice tridiagonale.

Nous avons vu dans la première partie de ce chapitre, que la simulation de l'évaporation par la méthode de Ross (2003) est systématiquement sous-estimée. Nous allons voir que l'implantation de la végétation va accroître cette sous-estimation systématique qui peut devenir importante. En effet, l'hypothèse selon laquelle la surface du sol est instantanément sèche peut s'avérer une relativement bonne approximation sur sol nu, mais elle risque de souffrir sur un sol recouvert de végétation qui restera humide plus longtemps au moins en surface. Nous avons ainsi cherché une autre formulation de l'évaporation du sol qui permettrait de représenter plus physiquement l'équilibre thermodynamique qui s'établit entre le sol et l'atmosphère lors du phénomène d'évaporation. Nous proposons pour cela l'utilisation de l'approche proposée par Mathieu et Bariac (1996) en comparaison avec le calcul initial proposé par Ross (2003).

$$\text{Éq. 155} \quad E_s = EP \frac{hu_s - hu_a'}{1 - hu_a'}$$

où hu_s est l'humidité relative à la surface du sol, hu_a' est l'humidité relative de l'air normalisée à la température de la surface du sol. Si on appelle hu_a l'humidité relative de l'air, T_a sa température, T_s celle du sol et ρ_{sat} la masse volumique de l'air à saturation :

$$\text{Éq. 156} \quad hu_a' = hu_a \frac{\rho_{sat}(T_a)}{\rho_{sat}(T_s)}$$

L'humidité relative de la surface hu_s est reliée à la pression capillaire à la surface, celle-ci étant interpolée linéairement entre les deux premiers nœuds. L'interpolation linéaire de la pression capillaire n'est qu'une simplification qui demande en outre une discrétisation fine de la surface (avec des couches d'épaisseur de l'ordre du centimètre).

Cette formulation demande plus de données d'entrée que l'*ETP*, à savoir au moins l'humidité de l'air et la température de l'air. Cette formulation a retenu notre attention dans la mesure où elle tient compte du gradient d'humidité entre l'air et la surface du sol.

6.2.2 Utilisation du modèle SiSPAT pour la validation du MZNS :

6.2.2.1 Fonctionnement de l'interface avec la végétation

Nous avons vu dans la première partie de ce chapitre, la description générale du modèle SiSPAT dans son utilisation sur sol nu. J'explique ici les différentes configurations utilisées pour l'évaluation du MZNS.

Dans la version initiale du modèle SiSPAT, l'interface sol- végétation- atmosphère est décrite par un modèle à deux sources (sol et végétation) selon le formalisme de Shuttleworth et Wallace (1985) où les transferts de chaleur et de vapeur d'eau du sol à la végétation sont formulés par analogie avec un circuit électrique. Cela permet notamment de calculer l'évaporation réelle et la transpiration réelle sans utiliser la notion d'évapotranspiration potentielle. L'extraction racinaire est une fonction de la différence entre le potentiel des feuilles et le potentiel matriciel des couches de sol, en prenant en compte la résistance aux transferts entre les racines et le sol. L'hypothèse selon laquelle la transpiration est, à tout instant, égale à la somme des extractions racinaires permet de déduire le potentiel foliaire utilisé dans la fonction de stress du module de résistance stomatique. Ce dernier est un modèle multiplicatif de type Jarvis (1976).

6.2.2.2 Différentes versions du modèle et leur utilisation

Pour les besoins de l'étude, deux autres options ont été implémentées dans le modèle SiSPAT. Pour chaque option, le module initial d'extraction racinaire a été remplacé par le module LI01 ou LK00.

- Version 1 : On conserve la résolution du bilan d'énergie qui permet d'assurer, itérativement, l'égalité entre la transpiration issue du bilan d'énergie sur la végétation et l'extraction racinaire (Braud et al. 2004). Néanmoins, les modules LI01 et LK00 fonctionnent avec une transpiration potentielle. Cette dernière est évaluée a posteriori (c'est-à-dire après résolution du bilan d'énergie) en s'appuyant sur les résistances aérodynamiques, le rayonnement net et le flux de chaleur dans le sol mais correspondant à une résistance stomatique minimale. Cette transpiration potentielle permet ensuite de calculer l'extraction racinaire des modules de LI01 ou LK00 selon la formule de l'Éq. 146. La version avec résolution du bilan d'énergie comporte maintenant trois variantes selon le module d'extraction racinaire. Elle sera dénommée simplement "SiSPAT" si l'on utilise le module initial, "SiSPAT_LI01" si l'on utilise le module de Li et al. (2001) et "SiSPAT_LK00" si l'on utilise le module de Lai et Katul (2000).

- Version 2 : Pour évaluer uniquement la solution numérique du MZNS, nous n'avons besoin que du module sol détaillé de SiSPAT (dont nous rappelons qu'il résout les équations de transfert d'eau à partir d'une solution itérative selon la méthode mixte de Célia et al., 1990). C'est pourquoi nous avons construit une version dégradée de SiSPAT qui ne résout plus le bilan d'énergie mais utilise, comme le MZNS, une ETP en entrée. La partition de l'ETP entre TP et EP se fait comme décrit précédemment (Éq. 140). L'évaporation du sol n'est plus déterminée par l'interface mais calculée en utilisant l'approche proposée par Mathieu et Bariac (1996) (Éq. 155 et Éq. 156). Cette version sera dénommée "Sol_SiSPAT" par la suite.

L'utilisation de Sol_SiSPAT va permettre de comparer le MZNS et le modèle SiSPAT dans des conditions similaires : la différence ne tient que dans la résolution des transferts d'eau dans le sol et la formulation du flux d'évaporation. Ainsi, nous allons ainsi pouvoir répondre au premier objectif qui était de vérifier que les performances de la solution numérique de Ross (2003) ne soient pas affectées par l'inclusion de la végétation.

La comparaison des modules LK00 et LI01 débute avec les résultats du premier objectif puis est approfondie avec la première version et ses 3 modules racinaires : SiSPAT ; SiSPAT_LI01 et SiSPAT_LK00.

Cette première version, qui résout le bilan d'énergie, permet d'envisager le troisième objectif : estimer la perte de précision engendrée par l'utilisation d'une ETP plutôt que par la résolution du bilan d'énergie. Les simulations obtenues avec cette première version sont comparées à celles de la version dégradée de SiSPAT (Sol_SiSPAT) ou au MZNS.

6.2.3 Comparaison des deux méthodes numériques après inclusion de la végétation :

6.2.3.1 Méthode

Dans un premier temps, l'objectif étant de vérifier que la solution numérique de Ross (2003) n'est pas affectée par l'inclusion du module de végétation, je compare le MZNS avec la version dégradée de SiSPAT (nommée Sol_SiSPAT dans la suite). Cette comparaison est menée de façon systématique pour couvrir une large gamme de sols, de forçages climatiques, et de couverts végétaux. Le Tableau 32 résume les valeurs que peuvent prendre les différents paramètres. Chaque jeu de données est constitué d'un choix de sol (S, L, A, SA, AS), d'un forçage climatique (2c, 4c, ou 8c), d'un modèle d'extraction racinaire (LI ou LK) et d'une couverture végétale (LAI 1, 3, 5). On obtient

ainsi 90 configurations différentes qui sont dénommées selon l'exemple suivant S4cLK1, pour Sable, 4 cycles climatiques, utilisation du module LK00 avec LAI=1.

Les propriétés hydrodynamiques du sable, de l'argile et du limon sont les mêmes que pour les tests de la solution numérique pure (1^{ère} partie de ce chapitre) (Tableau 24). La profondeur maximale d'enracinement a été maintenue constante, égale à 1m. Seules les 7 premières couches contiennent des racines (dans le découpage de Ross (2003) : cf. Figure 80). La Figure 92 montre le profil racinaire en prenant $F_{10}=0,25$

	Abréviations	Description
Sol	S	2m de sol sableux
	L	2m de sol limoneux
	A	2m de sol argileux
	SA	0,4m de sol sableux et 1,6m de sol argileux
	AS	0,4m de sol argileux et 1,6m de sol sableux
	Forçage climatique	2c
	4c	Quatre fois (10h de pluie +230h d'évaporation) *
	8c	Huit fois (10h de pluie +110h d'évaporation) *
Couvert végétal	1	Faible : LAI = 1
	3	Moyen : LAI = 3
	5	Fort : LAI = 5
Modèle d'extraction racinaire	LI	Li et al (2001)
	LK	Lai et Katul (2000)

* : intensité de la pluie : 2mm/h ; évaporation potentielle : 0,3 mm/h

Tableau 32 : Description des configurations envisagées dans les tests de la solution numérique avec végétation.

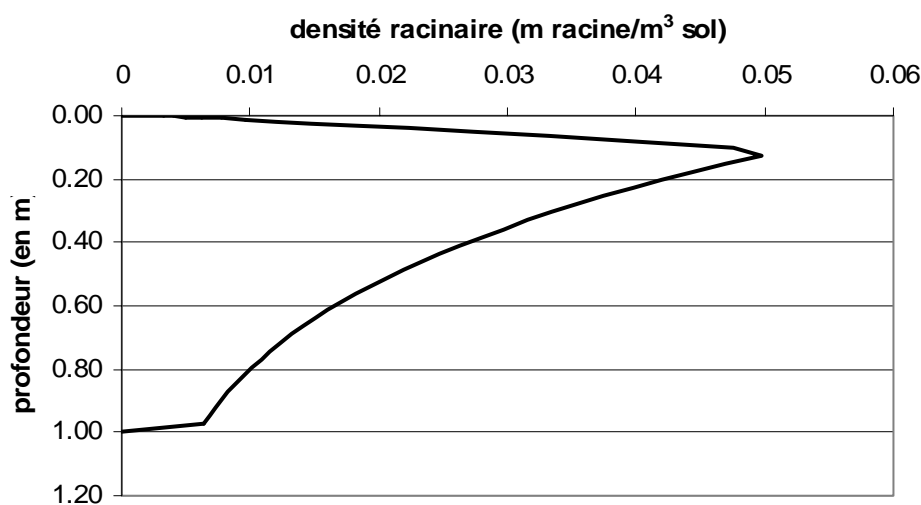


Figure 92 : Densité racinaire en fonction de la profondeur ($z_R=1m$ et $F_{10}=0,25$)

La discussion des performances du MZNS se fera sur le cumul de percolation au fond de la colonne de sol, l'évaporation du sol, la transpiration et les teneurs en eau des différentes couches. Elle s'appuie sur la version Sol_SiSPAT qui utilise une ETP. La principale fonction objectif utilisée ici est l'erreur relative définie par l'Éq. 139 (section f)).

6.2.3.2 Cumul de percolation :

Le cumul de percolation est sous-estimé par le MZNS avec une erreur relative très faible, de l'ordre de -1,6%. Ce cumul est de l'ordre de 0,2mm pour les sols S et AS ; de 1mm pour les sols A et SA. Comme dans la première partie de ce chapitre, nous remarquons que les sols composés de deux horizons produisent le même cumul de drainage qu'un profil de sol constitué uniquement du dernier horizon. Pour ces quatre sols, la valeur du LAI et le forçage climatique n'ont pas d'influence, ce qui montre que les processus actifs dans la couche proche de la surface (évaporation, transpiration) n'affectent pas, pour les conditions considérées, la dernière couche du sol. Pour le limon, le cumul varie de 5 à 7 mm selon le module d'extraction utilisé, la valeur du LAI et le nombre de cycles climatiques. C'est le seul sol qui présente une sensibilité du drainage au forçage climatique ou à la végétation.

6.2.3.3 Cumul d'évaporation :

Les cumuls d'évaporation sont présentés à la Figure 93. Les barres grisées sont les cumuls simulés par Sol_SiSPAT alors que les barres vides sont ceux simulés avec le MZNS. Quelques exemples des erreurs relatives que l'on peut en déduire sont proposés dans le Tableau 33. Le tableau complet est situé en annexe VI (tableau 3).

Comme sur sol nu, le MZNS sous-estime systématiquement l'évaporation en dehors des périodes où celle-ci se fait au taux potentiel. Cette sous-estimation est plus importante que sur sol nu : elle peut atteindre -40% sur les faibles cumuls (c'est-à-dire pour des valeurs fortes du LAI) et vaut en moyenne -20%.

	LAI	Erreur relative LI01			Erreur relative LK00		
		5	3	1	5	3	1
SA	4c	-41.4	-32.2	-21.6	-11.7	-15.4	-11.3
AS	8c	-5.5	-13.4	-9.9	-1.6	-16.5	-11.7
A	2c	-28.0	-24.1	-17.3	-30.2	-27.4	-19.4
S	8c	-22.2	-17.2	-7.8	0.0	-6.0	-6.4
L	4c	-6.8	-11.1	-6.8	0.7	-5.8	-4.7

Tableau 33 : erreurs relatives sur l'évaporation, sans résolution du bilan d'énergie, pour quelques exemples.

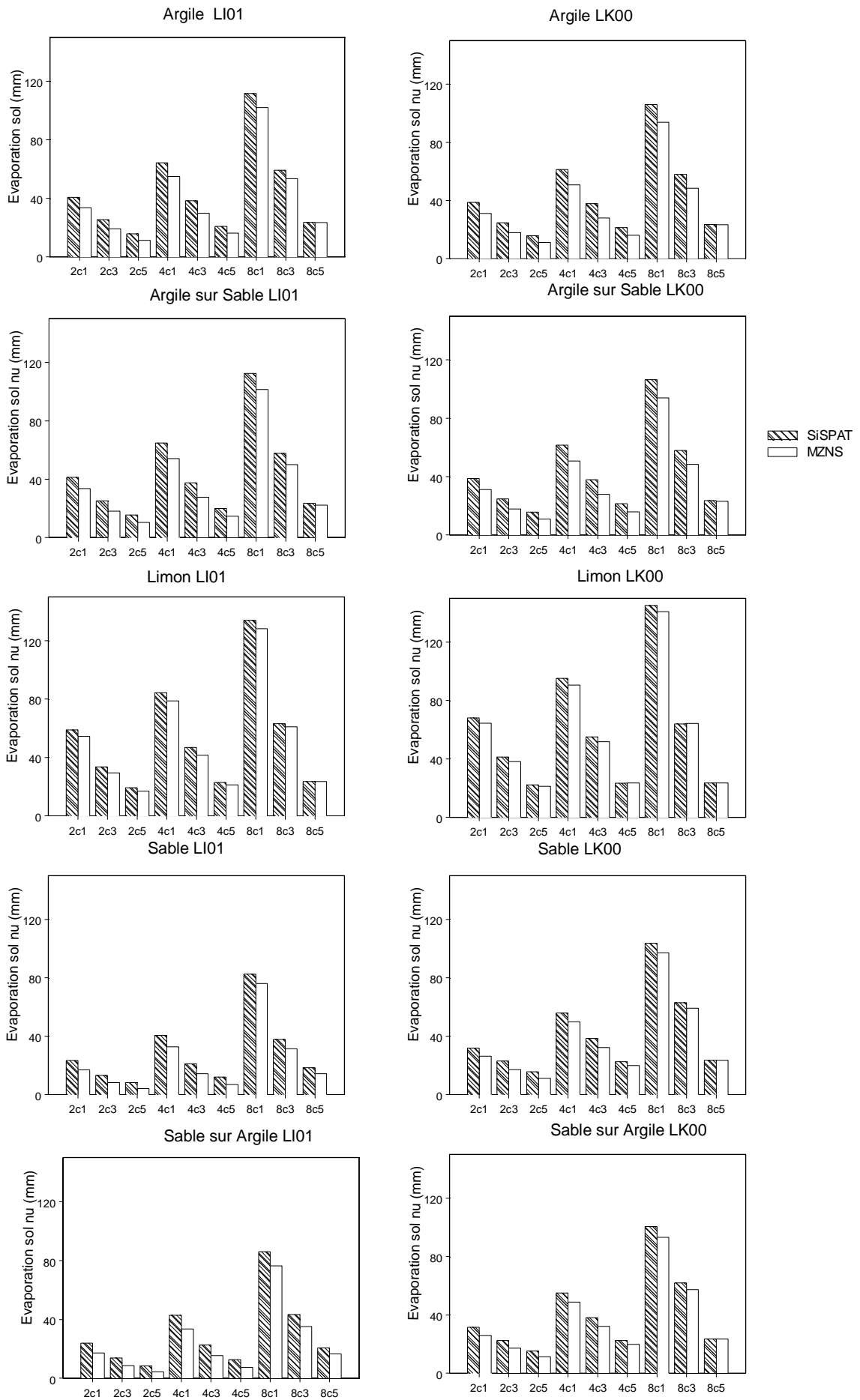


Figure 93 : Cumuls d'évaporation, sans résolution du bilan d'énergie

Durant les quelques heures qui suivent les précipitations, le sol est suffisamment humide pour assurer une évaporation au taux potentiel aussi bien dans le modèle Sol_SiSPAT que dans le MZNS. La différence entre les deux modèles vient donc d'une sous-estimation du flux d'évaporation du MZNS lorsque celle-ci ne se fait pas au taux potentiel. Le forçage du MZNS par le flux d'évaporation de Sol_SiSPAT réduit l'erreur sur le cumul d'évaporation à quelques pourcents. C'est donc bien la formulation du flux d'évaporation dans le MZNS qui est la cause de cette erreur relative importante. L'utilisation dans le MZNS de la formulation du flux d'évaporation proposée par Mathieu et Bariac (1996) permet logiquement de réduire à quelques pourcents l'erreur sur l'évaporation puisque celle-ci est alors calculée de la même façon dans les deux modèles Sol_SiSPAT et MZNS. Cette amélioration est due à une augmentation de la durée d'évaporation au taux potentiel. Toutefois gardons-nous de généraliser cette amélioration. Elle sera à rediscuter lors des comparaisons par rapport à la résolution du bilan d'énergie.

6.2.3.4 Teneur en eau dans les différentes couches :

Comme sur sol nu, on observe, pour le MZNS, une forte surestimation de la teneur en eau de la première couche en lien avec la forte sous-estimation de l'évaporation. Cette surestimation peut atteindre 40% comme c'est le cas pour la simulation SA2cLK5. Rappelons que pour cet exemple, l'erreur relative sur le cumul d'évaporation était de -26.5%. En moyenne, la teneur en eau de la première couche est surestimée avec moins de 15% d'erreur par le MZNS. Pour les couches suivantes, le MZNS estime de façon relativement précise la teneur en eau ; l'erreur relative est de l'ordre de 2%. De façon plus globale, le stock d'eau dans le profil et ses variations sont représentés de façon satisfaisante avec une erreur relative finale sur le stock de 1%.

6.2.3.5 Cumul de transpiration :

Les résultats concernant la transpiration pour l'ensemble des simulations sont présentés en annexe VI (tableau 4). L'erreur relative sur la transpiration est très faible (de l'ordre de quelques %) avec une légère tendance à la surestimation. Les sols constitués uniquement de sable et pour lesquels l'extraction se fait par le modèle LK00 sont ceux présentant les plus grandes erreurs relatives ; ces configurations sont les seules où l'erreur relative dépasse 10%. Cette particularité est étudiée plus en détail dans la comparaison des modules LI01 et LK00 (section 6.2.4).

6.2.3.6 Cumul d'évapotranspiration :

Les erreurs sur le cumul d'évapotranspiration sont très faibles : les fortes erreurs relatives sur l'évaporation sont compensées par de bons cumuls de transpiration. Cette constatation laisse supposer un problème de partition de l'énergie entre évaporation et transpiration. Le tableau 5 de l'annexe VI résume les cumuls d'évapotranspiration et les erreurs relatives pour l'ensemble des 90 simulations.

Pour conclure, l'inclusion des phénomènes liés à la végétation dans la solution numérique n'a pas affecté de manière significative son efficacité. Néanmoins, certains traits sont accentués : notons une sous-estimation de l'évaporation accrue par la présence de la végétation et en parallèle une surestimation importante de l'humidité de la première couche. Ce problème est lié au mode de calcul du flux d'évaporation dans le MZNS, et non pas à un problème dans la solution numérique proprement dite.

6.2.4 Comparaison des deux modules d'extraction racinaire LI01 et LK00 :

6.2.4.1 Cumul d'évaporation, de transpiration et d'évapotranspiration

Je me suis efforcée dans le paragraphe précédent de ne comparer que les différences entre les solutions numériques de Sol_SiSPAT et de MZNS. Toutefois, des différences notables existent entre les deux modules d'extraction racinaire LI01 et LK00. Le Tableau 34 résume ces différences en montrant le rapport LI01/LK00 moyen par type de sol pour l'évaporation, la transpiration et l'évapotranspiration. Le tableau complet est disponible à l'annexe VI (tableau 6).

	Evaporation LI01/LK00 moyen	Transpiration LI01/LK00 moyen	Evapotranspiration LI01/LK00 moyen
SA	0.5	1.6	1.3
AS	1.0	1.1	1.1
A	1.1	1.1	1.1
S	0.5	2.0	1.4
L	0.9	1.5	1.2

Tableau 34 : Rapport LI01/LK00 moyen par type de sol pour l'évaporation, la transpiration et l'évapotranspiration, quand le bilan d'énergie n'est pas résolu

Les différences entre les deux modèles varient selon le type de sol. Sur les sols argileux, les cumuls d'évaporation et de transpiration sont sensiblement égaux. Par contre, sur les sols sableux, les cumuls sont grandement différents : l'évaporation est deux fois plus grande avec LK00 qu'avec LI01 (rapport LI01/LK00 = 0,5) et la transpiration est deux fois plus faible (LI01/LK00 = 2,0 pour S et 1,6 pour SA). On note également que les sols composés de deux horizons se comportent comme les sols constitués uniquement de leur horizon supérieur. Pour le sol limoneux, la différence entre les deux modules d'extraction racinaire se fait moins sentir mais on note tout de même 10% d'évaporation supplémentaire avec LK00 et 50% de transpiration en moins. Le cumul d'évapotranspiration subit les mêmes effets mais dans une moindre mesure car il représente la somme des deux cumuls. La sous-estimation de l'évapotranspiration par le module LK00 comparé au module LI01 est néanmoins notable sur les sols sableux et limoneux.

Pour trancher et déterminer lequel des modèles était déficient, je me suis appuyée sur la version de SiSPAT qui résout le bilan d'énergie. On met alors en évidence que le module LK00 présente une sous-estimation systématique du cumul de transpiration : l'erreur relative entre SiSPAT et SiSPAT_LK00 varie de -6,8% pour les sols argileux à -37,6% pour les sols sableux. D'autre part, SiSPAT_LI01 conduit aux mêmes cumuls de transpiration que SiSPAT.

6.2.4.2 Extraction horaire

Afin de mieux comprendre la différence entre les deux modules LK00 et LI01, j'ai suivi l'évolution temporelle de l'extraction dans les différentes couches du sol. Les Figure 94 et Figure 95 représentent les extractions horaires moyennes (en mètre) pour les simulations S8c1 et A4c1, respectivement.

Pour les deux types de sol, l'évolution de l'extraction de SiSPAT_LI01 est similaire à l'extraction de SiSPAT, outre le phénomène de compensation. Seule la première couche est quantitativement différente avec un pic d'extraction, juste après la pluie, presque deux fois plus grand que celui de SiSPAT. Mais ce pic n'affecte pas le cumul horaire total qui est compensé par la sollicitation par SiSPAT des couches profondes tout au long de la simulation. Au contraire, les couches profondes ne sont sollicitées par SiSPAT_LI01 que lorsque la surface s'assèche. Le décalage s'observe très bien pour les couches 6 et 7. Le mécanisme de compensation semble donc fonctionner convenablement.

Cette remarque s'applique également à SiSPAT_LK00 mais uniquement dans le cas d'une utilisation sur une colonne d'argile. Sur ce type de sol, SiSPAT_LK00 fonctionne de façon similaire à SiSPAT et à SiSPAT_LI01, notamment en ce qui concerne la compensation par les couches profondes. Au contraire, sur le sable, l'extraction dans chaque couche s'effectue à un taux très peu variable tout au long de la simulation. La quantité d'eau extraite par SiSPAT_LK00 sur un sol sableux est très inférieure à celle de SiSPAT, notamment sur les deux premières couches qui sont celles d'où est extraite la plus grande partie de l'eau de transpiration. Ainsi le cumul horaire reste environ deux fois moins important que celui de SiSPAT ou de LI01 durant les 960h de simulation.

Il apparaît alors clairement que le module LK00 présente une défaillance sur le sable. Les fonctions α_1 et α_2 des deux modèles avaient déjà été comparées par Braud et al. 2004 avec deux jeux de données réelles. Dans ces jeux de données, les sols étaient plutôt argileux. En amont, les sols utilisés dans l'étude de Lai et Katul (2000) étaient également de type argileux. La différence de comportement selon le type de sols n'avait donc pas été mise en évidence.

6.2.4.3 Origine du dysfonctionnement du module LK00

L'origine de ce dysfonctionnement peut venir de la fonction de stress ou de la fonction de compensation. L'étude de sensibilité menée par Braud et al. (2004) a montré que le paramètre λ contrôlant fonction de stress du module LI01, α_2^{LI} , était peu sensible. Au contraire, le paramètre γ de la fonction α_2^{LK} a une influence sur la forme de la fonction de stress. Jusqu'alors, nous avons utilisé la valeur optimale proposée par Lai et Katul (2000) et confirmée par Braud et al. (2004), à savoir 0,01. L'étude de sensibilité menée par Braud et al. (2004) montre que l'on peut choisir γ tel que les deux fonctions de stress α_2^{LK} et α_2^{LI} soient équivalentes. Toutefois, un tel γ de 0,03 ne permet pas de palier à la différence de comportement entre le sable et l'argile comme montré sur les Figure 94 et Figure 95.

Regardons plus en détails les fonctions de compensation. Dans le module LI01, les paramètres de sols n'interviennent pas dans l'expression du terme α_1^{LI} comme c'est le cas pour le terme α_1^{LK} . La Figure 96 montre la comparaison entre les fonctions de compensation α_1^{LI} et α_1^{LK} sur un profil de sable

et sur un profil d'argile. Sur le profil d'argile, la moyenne de α_I^{LK} est légèrement inférieure à celle de α_I^{LI} mais les valeurs de ces deux fonctions sont du même ordre de grandeur. Au contraire sur le profil de sable, α_I^{LK} est toujours nettement inférieur à α_I^{LI} . On note aussi que le terme α_I^{LK} sur le sable est bien inférieur à α_I^{LK} sur l'argile.

Le terme α_I^{LK} est calculé comme le maximum de deux fonctions (Éq. 153). La deuxième fonction qui représente la disponibilité de l'eau dans la zone racinaire, ne peut être supérieure à 1 ; alors que la première, qui est une évaluation locale de la disponibilité de l'eau, peut l'être. Sur l'argile, le terme α_I^{LK} est supérieur à 1 ; c'est le premier terme qui prédomine sur ce type de sol. Au contraire sur le sable, la teneur en eau est faible tout comme le rapport $\frac{\theta}{\theta_s - \theta_{wilt}}$ et c'est donc le second terme qui prédominera. Ce terme reste toujours inférieur à 1 et diminue la fonction α_I^{LK} . La transpiration calculée par le modèle LK00 pour un sol sableux est donc faible du fait du terme α_I^{LK} et elle sera toujours inférieure à celle calculée sans compensation ($\alpha_I^{LK}=1$).

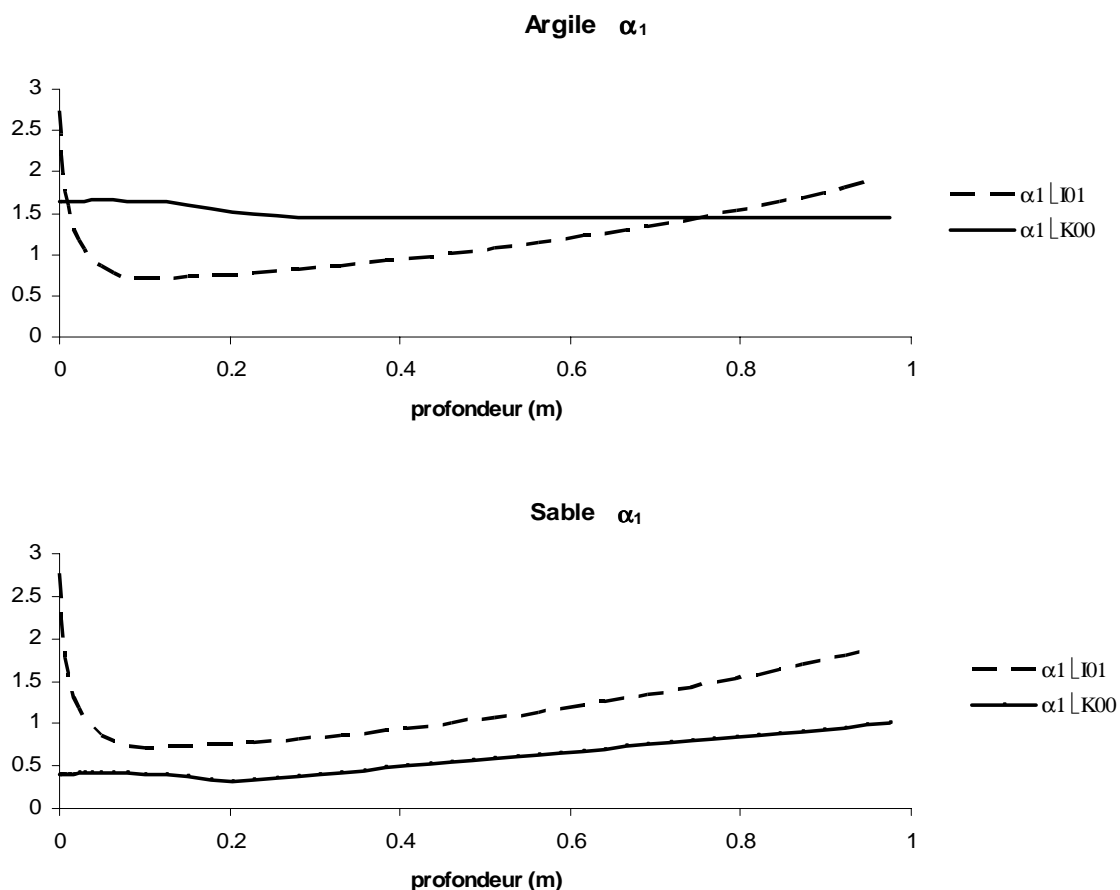


Figure 96 : Fonctions de compensation des modèles LI01 (en pointillés) et LK00 (en traits pleins) pour l'argile et le sable.

Si l'on voulait conserver le module LK00, le terme α_I^{LK} devrait être reformulé. Afin de s'affranchir d'un comportement différent selon le type de sol, il serait nécessaire que cette formulation soit indépendante des propriétés hydrodynamiques du sol.

Il est ainsi démontré que l'efficacité du module LK00 dépend du type de sol. Cette condition n'est pas acceptable pour l'utilisation à grande échelle que nous voulons faire de notre MZNS. La mise en évidence de ce problème avec le module LK00 nous incite donc à recommander l'utilisation du module de LI01 pour le modèle hydrologique de bassin versant.

6.2.5 Evaluation de la perte de précision lorsque l'on ne résout pas le bilan d'énergie :

Je souhaite ici répondre au troisième objectif qui est de quantifier l'erreur commise par l'utilisation d'une ETP par rapport à la résolution explicite du bilan d'énergie. Malgré ce qui a été démontré au paragraphe précédent, nous conserverons les deux modules d'extraction racinaire pour cette étude. Pour que la comparaison des simulations se fasse dans des conditions similaires, un jeu de variables climatiques correspondant à une ETP de 0,3mm/h a été déterminé et maintenu constant. Ces variables climatiques ont été déterminées par inversion de la définition de l'ETP proposée par la FAO (1998) (cf. Chapitre 2). Afin de réduire le nombre de configurations, nous avons sélectionné un sous-ensemble de configurations représentatif des grandes tendances relevées à la section 6.2.3 : A4c1, L8c1, SA4c3, S8c1, AS4c1, AS4c3 et AS4c5. Cet ensemble permet de conserver chaque type de sol et de faire une étude de sensibilité à la densité du couvert végétal. L'évaluation s'organise en deux parties qui sont la différence de partition de l'énergie entre le sol et la végétation (section 6.2.5.1) et l'apport de la formulation de Mathieu et Bariac (1996) concernant l'évaporation lorsque le bilan d'énergie est résolu (section 6.2.5.2).

6.2.5.1 Partition de l'énergie entre le sol et la végétation.

Le Tableau 35 présente les résultats sur les cumuls d'évaporation pour le sous-ensemble et les trois modèles envisagés : SiSPAT, SiSPAT_LI01 ou SiSPAT_LK00 et le MZNS, avec lui aussi les deux modules d'extraction racinaire.

	A4c1	L8c1	SA4c3	S8c1	AS4c1	AS4c3	AS4c5
SiSPAT	51	99	25	57	51	41	38
SiSPAT_LK00	46	104	34	80	49	40	37
SiSPAT_LI01	47	94	21	50	48	39	35
MZNS_LK00	51	141	32	97	51	28	16
MZNS_LI01	55	128	15	76	54	28	15

Tableau 35 : Cumul d'évaporation sur le sous-ensemble représentatif pour les trois modèles envisagés.

Alors que MZNS sous-estimait toujours l'évaporation par rapport à Sol_SiSPAT (section 6.2.3.3), on n'observe pas de tendance générale sur le cumul d'évaporation de MZNS par rapport à celui de SiSPAT. Il semble donc que l'utilisation d'une ETP puisse conduire aussi bien à sous-estimer l'évaporation qu'à la surestimer, par rapport à la résolution du bilan d'énergie.

A l'aide des trois simulations AS4c1, AS4c3 et AS4c5, il apparaît que le rapport de MZNS à SiSPAT a un lien avec le LAI. Les constatations et les conclusions sont ici les mêmes que l'on utilise l'un ou l'autre des deux modules LK00 et LI01. La Figure 97 montre l'évolution du cumul d'évaporation pour cette comparaison de MZNS avec SiSPAT, avec le module LK00. Lorsque le LAI vaut 1, les flux d'évaporation entre SiSPAT et MZNS sont les mêmes tout au long de la simulation, c'est-à-dire que la résolution du bilan d'énergie n'est pas un plus par rapport à l'utilisation d'une ETP. Lorsque le LAI vaut 3, MZNS évapore presque 1,5 fois moins que SiSPAT : les cumuls finaux sont respectivement de 28mm et 41mm. Les flux d'évaporation potentiels sont particulièrement différents (tronçon de courbes non parallèle). Cette différence est encore plus marquée lorsque le LAI est maximal : les cumuls sont respectivement de 16mm et 38mm et les taux potentiels sont largement différents.

De façon plus large que cet exemple, les cumuls d'évaporation calculés par le MZNS seront égaux ou légèrement supérieurs à ceux calculés par SiSPAT lorsque le LAI sera faible. Ils seront légèrement inférieurs à ceux de SiSPAT avec un LAI intermédiaire et largement plus faible avec un LAI fort.

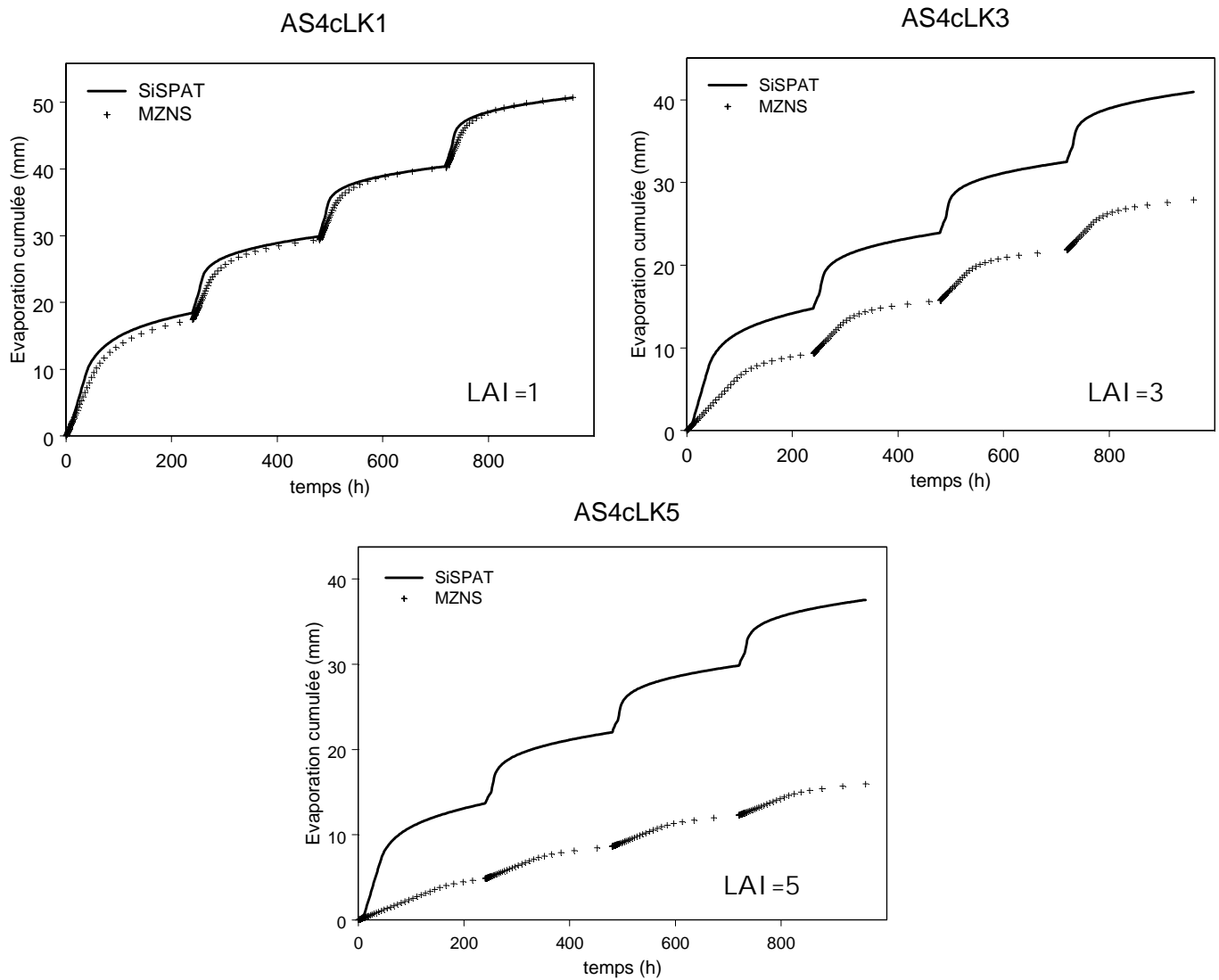


Figure 97 : Evolution de l'évaporation cumulée selon différentes valeurs du LAI.

Ces constatations sont confirmées par l'analyse de la répartition de l'énergie entre le sol et la végétation dans le cas de la résolution du bilan d'énergie et dans celui de l'utilisation de la loi de type Beer-Lambert (Éq. 140). Le Tableau 36 montre que pour un LAI faible, la répartition est quasiment identique : 40% de l'énergie sont alloués à la végétation et 60% au sol. Une différence sensible apparaît pour un LAI de 3 alors qu'une valeur élevée du LAI (5) conduit à d'importantes différences sur la répartition de l'énergie. Dans ce cas, lorsque l'on résout le bilan d'énergie 63% de l'énergie va à la végétation et 37% au sol nu. L'utilisation d'une ETP et sa partition selon une loi exponentielle conduit à une répartition beaucoup plus déséquilibrée : 92% à la végétation contre seulement 8% au sol.

	Loi exponentielle		Résolution du bilan d'énergie	
	végétation	sol	végétation	sol
LAI=1	39	61	42	58
LAI=3	78	22	52	48
LAI=5	92	8	63	37

Tableau 36 : Répartition de l'énergie entre le sol nu et la végétation (en %)

Ainsi, la perte de précision lorsque le bilan d'énergie n'est pas résolu dépend du stade de développement de la végétation. La différence ne sera pas importante sur des végétations éparses mais peut devenir considérable dans le cas d'une végétation dense. Ceci montre également que la loi de répartition communément utilisé pour partitionner l'ETP (Éq. 140, p. 228) ne permet pas de prendre en compte les interactions complexes entre le sol et la végétation.

6.2.5.2 Une autre formulation du flux d'évaporation dans le MZNS pourrait-elle palier à ce problème de répartition ?

Nous avons vu que lorsque le bilan d'énergie n'est pas résolu, la formulation de l'évaporation selon Mathieu et Bariac (1996) permet des similitudes d'évaporations entre Sol_SiSPAT et MZNS, puisqu'alors seule la solution numérique est différente (section 6.2.3.3). Dans le cas de la résolution du bilan d'énergie par SiSPAT, l'amélioration apportée par la formulation de Mathieu et Bariac (1996) reste à prouver. L'objectif est ici de comparer MZNS non plus avec Sol_SiSPAT mais avec SiSPAT et donc avec la résolution du bilan d'énergie.

Sur la Figure 98, on retrouve, quel que soit le LAI, la similitude entre les simulations MZNS et Sol_SiSPAT lorsque l'on utilise la formulation de l'évaporation par Mathieu et Bariac (1996) dans les deux modèles. Mais la similitude n'est pas toujours de mise entre MZNS et SiSPAT. Quand le LAI vaut 1, la formulation de l'évaporation par Mathieu et Bariac (1996) a plutôt tendance à détériorer les performances de MZNS ; le cumul est alors trop important. Lorsque le LAI vaut 3, l'extension de la période d'évaporation au taux potentiel permet de compenser un flux d'évaporation plutôt faible. L'apport de la formulation Mathieu et Bariac (1996) est donc plutôt positif. Cependant, lorsque le LAI augmente encore, l'apport de cette formulation n'est plus suffisant et l'écart entre la résolution du bilan d'énergie par SiSPAT et l'utilisation d'une ETP par MZNS reste important.

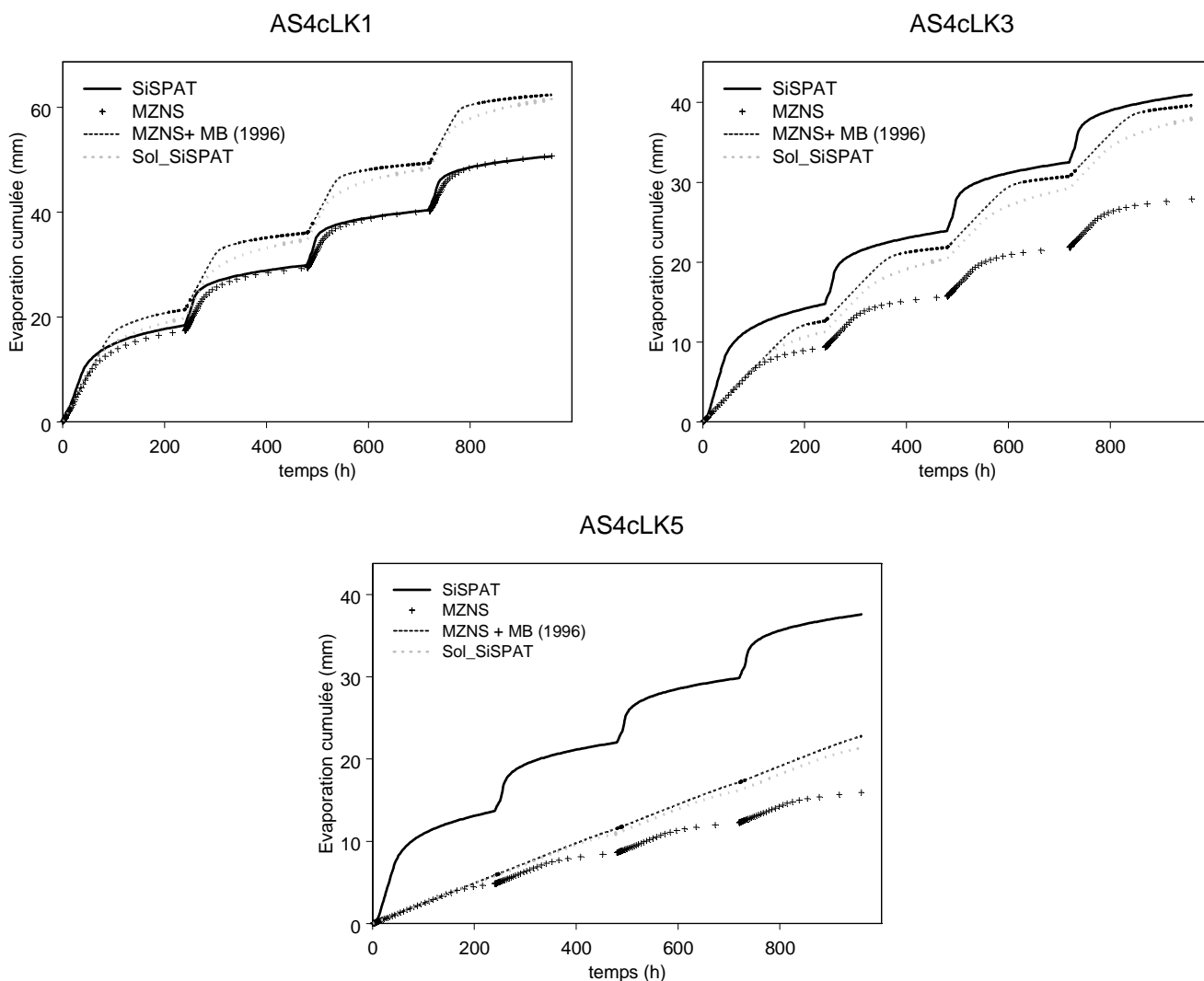


Figure 98 : Apport de la formulation de l'évaporation selon Mathieu et Bariac (1996) lorsque le bilan d'énergie est résolu.

Ainsi, la formulation de l'évaporation envisagée pour le MZNS n'a pas les effets escomptés. L'amélioration due à la formulation de Mathieu et Bariac (1996) dépend du LAI. Elle ne parvient pas complètement à pallier le problème de partition de l'énergie entre le sol et la végétation.

6.2.6 Application du MZNS sur un jeu de données réel d'un champ de soja :

Rappelons que la méthode de calcul de l'ETP de la FAO est basée sur la méthode de Penman-Monteith et suppose sa modulation par un ou plusieurs coefficients culturaux. L'application complète de la méthode ne peut donc se faire que sur des données réelles de végétation. Dans cette partie, nous

avons repris l'un des deux jeux de données utilisés pour la comparaison des modules LK00 et LI01 par Braud et al. (2004) pour tester notre MZNS en condition réelles qui permettent de déterminer un coefficient cultural.

6.2.6.1 Présentation du jeu de données

Le jeu de données a été collecté pendant le cycle végétatif d'un champ de soja, à Avignon, en France (43°54'N, 4°48'E) entre le 28 juillet et le 15 septembre 1990. L'objectif de l'expérience était la caractérisation des flux, du potentiel foliaire, de la conductance stomatique et de la photosynthèse foliaire en condition de stress (Olioso et al. 1996). La culture a été irriguée durant le premier mois (jusqu'à ce que le LAI atteigne une valeur de 2), puis deux épisodes pluvieux se sont produits (19 mm le jour julien n°226 et 30mm le jour julien n°242) après l'arrêt de l'irrigation. Le jeu de données contient des mesures en continu des paramètres de sol et de végétation, des transferts de masse et d'énergie obtenus à l'aide de mesures météorologiques classiques combinées à des mesures de bilan hydrique. La radiation incidente, la température de l'air, la vitesse du vent et la pression ont été mesurées au dessus de la canopée. Les flux d'évapotranspiration ont été déduits de mesures de radiation nette, de flux de chaleur dans le sol et de flux sensible par la méthode du rapport de Bowen et de la méthode d'« eddy correlation ». La teneur en eau de surface a été enregistrée chaque jour ou tous les deux jours en utilisant la méthode gravimétrique. La teneur en eau dans les horizons plus profonds a été explorée tous les deux ou trois jours à l'aide d'une sonde à neutrons. L'écart type sur les valeurs a été estimé à $0,02 \text{ m}^3 \cdot \text{m}^{-3}$ pour des teneurs en eau entre $0,05 \text{ m}^3 \cdot \text{m}^{-3}$ et $0,15 \text{ m}^3 \cdot \text{m}^{-3}$ et environ $0,005 \text{ m}^3 \cdot \text{m}^{-3}$ pour des teneurs en eau plus élevées. Le LAI et la hauteur de végétation ont été mesurés tous les deux ou trois jours. Plus de détails concernant ces données sont disponibles dans Brisson et al. (1993); Taconet et al. (1995) ; Olioso et al. (1996), et Wigneron et al. (1999).

Les propriétés hydrodynamiques des sols ont été calées pour la courbe de rétention sur un modèle de type « Van Genuchten-Mualem » (Mualem, 1976b) ou de « Van Genuchten-Burdine » (Burdine, 1953), selon les horizons. Pour mettre en œuvre le MZNS, il nous a fallu adapter les paramètres au modèle de Brooks et Corey (1964). Les paramètres de ce modèle ont été déterminés par ajustement aux points expérimentaux. Plusieurs jeux de paramètres étant acceptables, une contrainte supplémentaire a été ajoutée : le jeu de paramètre devait conduire, dans l'utilisation de SiSPAT, aux mêmes cumuls d'évaporation et de transpiration qu'avec les paramètres de Van Genuchten. Les paramètres utilisés sont fournis dans le Tableau 37.

	θ_s	h_e (en m)	b	η	θ_w	K_s (en m/s)
0-10 cm	0,34	-1,75	4,46	13,64	0,125	5.10^{-07}
10-25 cm	0,40	-1,75	4,46	12,64	0,147	1.10^{-07}
25-120 cm	0,36	-2,00	6,73	15,56	0,190	1.10^{-08}
120-180 cm	0,45	-1,75	3,59	13,44	0,131	1.10^{-08}

Tableau 37 : Propriétés hydrodynamiques du soja pour le modèle de Brooks et Corey

La méthode proposée par la FAO (1996) prévoit non seulement le calcul d'une évapotranspiration de référence mais également la détermination de coefficients culturaux qui vont venir moduler cette ETP. Ces coefficients culturaux dépendent du type de végétation, du stress hydrique subi par la plante, de son stade de développement, de la salinité des sols, etc. L'application de notre MZNS sur un jeu de données réel va nous permettre de définir les coefficients culturaux et d'évaluer l'amélioration éventuelle qu'ils peuvent apporter à la simulation. L'évaluation de MZNS porte sur ses capacités à reproduire les observations. Nous comparerons ses performances à celle de SiSPAT qui reste notre référence sur ce jeu de données. Les flux de surface ne sont pas disponibles dans MZNS. Mais le flux latent peut être déduit du flux d'évapotranspiration.

D'autres modèles TSVA que SiSPAT ont été utilisés sur ce jeu de données : le modèle ALiBi et le modèle de Lynn et Carlson (1990) (Oliosio et al., 1996), le modèle du CETP (Taconnet et al., 1995) et le modèle ISBA (Calvet et al., 1998 ; Wigneron et al., 1999). L'erreur quadratique sur le flux latent de MZNS montre que nos résultats sont satisfaisants par rapport aux autres études puisque l'utilisation du module LI01 (respectivement LK00) conduit à une erreur quadratique de 50 W.m^{-2} (respectivement 52 W.m^{-2}). Avec le modèle SiSPAT, l'erreur quadratique est de 49 W.m^{-2} alors qu'Oliosio (1992) obtenait 43 W.m^{-2} avec le modèle ALiBi. Calvet et al. (1998) ont eu une erreur quadratique de 53 W.m^{-2} avec ISBA.

6.2.6.2 Comparaison des performances de SiSPAT et de MZNS.

Au vu des efficacités sur le flux latent et l'évapotranspiration journalière (Tableau 38), le modèle MZNS semble globalement aussi performant que le modèle SiSPAT. De même qu'avec SiSPAT, le flux latent et l'évapotranspiration journalière sont sous-estimés par le MZNS. La sous-estimation est légèrement plus importante avec le module LK00 qu'avec LI01 ($-18,71 \text{ W.m}^{-2}$ contre -

14,52 W.m⁻² par exemple sur le flux latent). Comme nous l'avons précisé auparavant, le sol plutôt argileux ne fait pas apparaître le biais du module LK00.

	SiSPAT	MZNS_LI01	MZNS_LK00
LE (W/m ²)			
Biais	-0.90	-14.52	-18.71
Efficienc	0.87	0.85	0.84
RMSE	47.30	49.97	51.75
Nobs	1176		
ETR journalière (mm)			
Biais	-0.03	-0.13	-0.66
Efficienc	0.64	0.62	0.58
RMSE	0.85	0.89	0.93
Nobs	49		

Tableau 38 : Biais, efficacité et RMSE (en W.m⁻²) calculés sur le flux latent (LE), et l'évapotranspiration journalière (jeu de données du soja).

Les performances des deux modèles MZNS et SiSPAT sont également comparables sur les teneurs en eau hormis pour la première couche où l'efficacité de MZNS est bien inférieure à celle de SiSPAT (par exemple 0,04 contre 0,58 dans le cas du modèle LI01). Sur le stock, les efficacités des deux modèles sont proches : 0,46 pour SiSPAT et 0,53 pour le MZNS si l'on reprend le même exemple. Ces efficacités assez faibles sur le stock rappellent que l'utilisation de la méthode FAO n'est pas complète et qu'il faut introduire un coefficient cultural.

6.2.6.3 Utilisation d'un coefficient cultural :

Pour un champ de soja en milieu de croissance, la FAO propose un coefficient de base K_c égal à 1,15. D'autres études sur ce jeu de données ont montré qu'un coefficient cultural plus efficace serait de 1,4. Le Tableau 39 montre la répartition de l'évapotranspiration simulée par MZNS, et les efficacités sur le flux latent et le stock d'eau pour ces deux valeurs de coefficients. Les résultats de SiSPAT sont également mentionnés. Le Tableau 39 ne se réfère qu'à l'utilisation du module LI01.

	Transpiration (mm)	Evaporation (mm)	Evapotranspiration (mm)	Efficienc sur LE	Efficienc sur le stock
MZNS_FAO	149	47	196	0.85	0.53
MZNS_1.15FAO	163	46	209	0.87	0.80
MZNS_1.4FAO	184	43	227	0.88	0.96
SiSPAT	175	53	228	0.86	0.94
Observation			222		

Tableau 39 : Transpiration, Evaporation et effienc sur le flux latent et le stock pour différentes valeurs du coefficient cultural.

Un coefficient de 1,15 permet d'augmenter l'effienc sur le stock (0,80 contre 0,53 sans coefficient), même si elle n'est pas aussi bonne qu'avec SiSPAT. Toutefois le cumul d'évapotranspiration reste inférieur à celui observé. L'utilisation d'un coefficient de 1,4 permet à MZNS de simuler quasiment le même cumul d'évapotranspiration que celui observé. La répartition entre évaporation et transpiration reste légèrement différente de SiSPAT, conduisant à une transpiration plus forte et une évaporation plus faible. Ceci s'explique par la répartition de l'énergie qui est différente selon que l'on résolve ou non le bilan d'énergie. L'effienc sur le stock est elle aussi fortement améliorée par l'utilisation de ce coefficient, atteignant 0,96.

Le Tableau 40 donne les effiencs calculées sur les teneurs en eau pour les différentes valeurs du coefficient cultural (seul les résultats du module LI01 sont présentés ici). Comme montré précédemment, l'effienc sur la première couche est assez mauvaise avec MZNS. L'utilisation d'un coefficient cultural permet d'améliorer cette effienc ainsi que celle des autres couches.

Profondeur (cm)	0-5	5-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100	stock
MZNS_FAO_LI01	0.04	0.44	-1.44	0.57	0.51	0.49	0.59	0.75	0.94	0.70	0.58	0.53
MZNS_1.15FAO_LI01	0.23	0.59	-0.86	0.73	0.74	0.72	0.80	0.91	0.95	0.28	-0.04	0.80
MZNS_1.4FAO_LI01	0.39	0.71	-0.23	0.78	0.86	0.89	0.95	0.97	0.67	-0.98	-2.05	0.96
SiSPAT	0.87	0.86	0.64	0.65	0.95	0.98	0.99	0.99	0.82	-0.18	-0.56	0.94

Tableau 40 : Effienc sur les teneurs en eau pour différentes valeurs du coefficients cultural

La Figure 99 présente l'évolution du stock d'eau dans le profil pour les deux valeurs du coefficient cultural. Nous observons ainsi la très bonne représentation du stock d'eau par MZNS avec un coefficient cultural de 1,4.

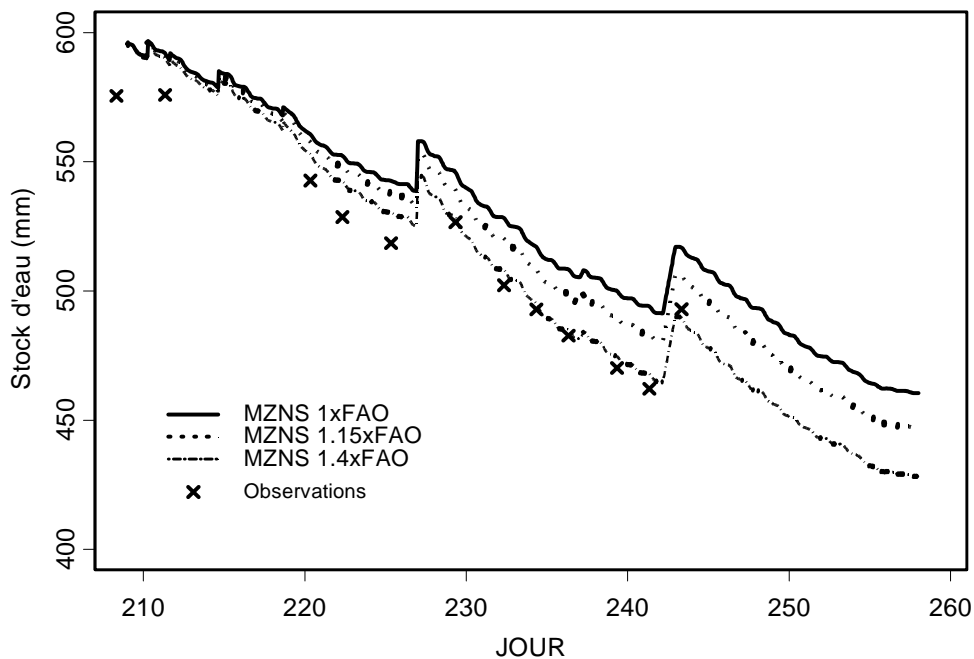


Figure 99 : Evolution du stock d'eau dans le profil pour différentes valeurs du coefficient cultural.

Cet exemple d'application à un jeu de données réel montre que le module de zone non saturée simplifié peut conduire à d'aussi bons résultats que le modèle SiSPAT, plus complexe et plus lourd à mettre en place. Toutefois, il met en exergue la difficulté à déterminer le coefficient cultural, difficulté qui sera accrue lors de travaux sur de la végétation « naturelle », la bibliographie étant rare sur ce type de végétation.

6.3 CONCLUSION CONCERNANT LE DEVELOPPEMENT DU MODULE DE ZONE NON SATUREE :

Nous avons montré dans ce chapitre que l'inclusion de la transpiration des plantes et de l'interception dans la solution numérique de Ross (2003) n'affecte pas l'efficacité de celle-ci. Le modèle MZNS ainsi développé résout rapidement et efficacement l'équation de Richards (1931) 1D en incluant une représentation de l'interception, de l'extraction racinaire et de la transpiration.

Nous avons montré que le MZNS était capable de bien reproduire la transpiration. Par contre nous noterons la tendance à la sous-estimation de l'évaporation du sol nu. La formulation du flux d'évaporation pourra être améliorée par la suite. En comparant les deux modules d'extraction racinaire, nous avons montré que le module LK00 n'est pas performant sur les sols sableux. La formulation de sa fonction de compensation nécessiterait d'être revue si l'on voulait conserver ce module. Au contraire, le module LI01 possède une fonction de compensation efficace quel que soit le type de sol. C'est donc le couplage entre la solution numérique de Ross (2003) et le module LI01 qui sera conservé dans le MZNS.

L'utilisation d'une ETP plutôt que la résolution du bilan d'énergie affecte plus l'évaporation que la transpiration. Nous avons vu que la partition de l'ETP était différente de la partition de l'énergie si l'on résout le bilan d'énergie, notamment dans le cas d'une végétation très développée.

Enfin il a été montré par un exemple d'application sur un jeu de données réelles, que notre MZNS conduisait à des résultats similaires à ceux d'un modèle tel que SiSPAT. La définition d'un coefficient cultural adapté reste un point clé pour la bonne évaluation de l'évapotranspiration.

Ainsi la solution numérique de Ross (2003) couplé au module d'extraction racinaire de Li et al. (2001) permet de constituer un MZNS qui semble être un bon compromis entre efficacité numérique et précision. Ce module de zone non saturée sera intégré dans le modèle POWER. Toutefois, une étude de sensibilité à la définition de l'ETP et du coefficient cultural devra être menée, étant donnée les fortes incertitudes dans la détermination de ces grandeurs pour de grandes surfaces et qui plus est, pour de la végétation naturelle.

6.4 UTILISATION DU MODULE DE ZONE NON SATURÉE 1D AVEC LES DONNÉES DE LA DONGA

L'insertion de ce module de zone non saturée est prévue dans le modèle POWER. Son insertion dans le modèle REW-v4.0 n'a pas été entreprise pour ne pas faire double emploi. Nous ne pouvons malheureusement pas tester directement l'amélioration apportée par cette nouvelle représentation de la zone non saturée sur le fonctionnement global du bassin versant. En revanche, on peut évaluer ses potentialités dans la représentation de la nappe, tant au niveau de sa profondeur que de sa dynamique. Pour cela, j'utilise ici le module de zone non saturée sur une colonne de sol décrite à l'aide des propriétés hydrodynamiques des sols du bassin de la Donga, sur laquelle on applique les conditions de pluie et d'évaporation pour les années 1998 à 2002.

Les caractéristiques des sols sont issues de l'analyse précédente (chapitre 4 et 5). Une couche de sol de 2 m d'épaisseur est située en surface avec une porosité de 0,3 et une conductivité hydraulique à saturation de $3.10^{-5} \text{ m.s}^{-1}$, ce qui correspond à la gamme des mesures effectuées en surface. Ensuite la couche d'altérites est matérialisée par une couche de plus faible porosité (0,05) ainsi que de plus faible conductivité hydraulique à saturation ($5.10^{-6} \text{ m.s}^{-1}$) : ces valeurs sont du même ordre de grandeurs que celles qui ont été ajustées à l'aide du modèle REW-v4.0.

Pour une utilisation en continu sur plusieurs années, il est nécessaire de définir correctement la condition au fond. Sans lien entre la nappe et la rivière, la colonne au fond imperméable se sature complètement et on ne parvient pas à simuler le fonctionnement de la zone non saturée. Au contraire si le flux est gravitaire au fond, aucun phénomène de saturation progressive de la colonne ne se produit au cours de la saison des pluies. Pour pallier à ces problèmes, j'ai rajouté une couche de 1 m d'épaisseur, très peu perméable ($K_s=4.10^{-8} \text{ m.s}^{-1}$) au fond de la colonne. Le flux est alors gravitaire. Ceci permet de simuler plusieurs années en continu. Ce test a été réalisé sur sol nu.

La Figure 100 montre, pour cette application, la profondeur de nappe simulée par le module de zone non saturée. La courbe est discontinue puisqu'en saison sèche, aucune couche n'est saturée. En parallèle est figurée la profondeur de nappe relevée à Ananinga. Cette figure montre qu'il est possible de simuler une nappe assez proche de la surface (5 m en fin de saison des pluies) avec le module de zone non saturée. Rappelons qu'avec le modèle REW-v4.0, la nappe simulée était au mieux à 12 m de profondeur en fin de saison des pluies. Au regard des mesures réalisées dans les puits du bassin de la Donga, ceci semble constituer une amélioration.

Sur cet exemple, il semble également que le début de remontée des nappes soit mieux représenté avec le module de zone non saturée. Avec le modèle REW-v4.0, le décalage entre le début

de la saison des pluies et le début de remontée des nappes était de l'ordre de 4 mois. Il semble ici être du même ordre de grandeur que celui observé, c'est-à-dire 3 mois.

Soulignons également que l'amplitude de la nappe simulée avec le module de zone non saturée peut être plus importante. Alors que le modèle REW-v4.0 ne pouvait simuler une amplitude supérieure à 8 m, l'amplitude simulée sur cet exemple est de près de 20 m pour certaines années. Cette constatation ne doit cependant pas être généralisée puisque la forte descente de la nappe est probablement due à la condition de flux gravitaire au fond de la colonne de sol qui doit tendre à accélérer et à augmenter la descente de la nappe.

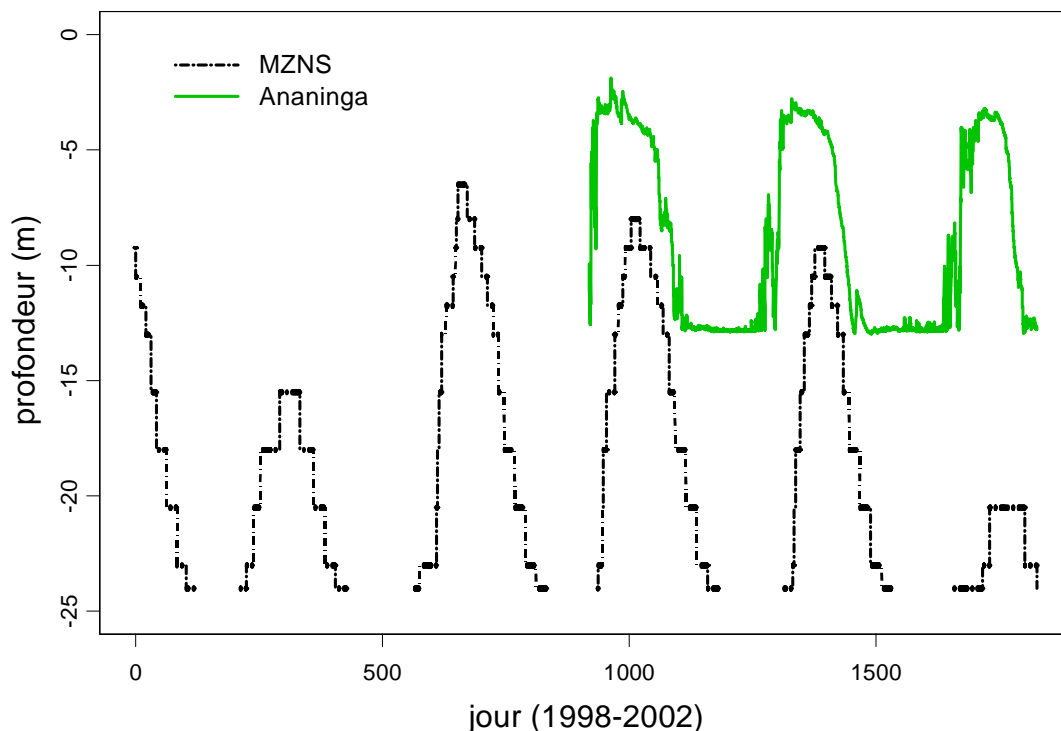


Figure 100 : Profondeur de nappe simulée et profondeur relevée à Ananinga sur une colonne de sol verticale possédant deux horizons distincts

L'étude des profils d'humidité dans le sol sera possible prochainement grâce aux données des stations de suivi de profil d'humidité installées sur plusieurs parcelles du bassin versant. Nous serons alors mieux à même de vérifier le comportement du module de zone non saturée sur plusieurs types de sols, plusieurs couverts végétaux, tant du point de vue des profondeurs de nappe que des humidités relatives des différentes couches. Il sera alors possible de prendre en compte explicitement la végétation et ses caractéristiques.

Les premiers essais de ce module de zone non saturée sur les données du bassin de la Donga sont plutôt encourageants. Ils permettent en effet d'envisager une meilleure simulation des hauteurs de

nappes, une distribution des humidités et des cumuls d'évaporation qu'on attend plus sensibles à la distribution des paramètres de sol et surtout l'inclusion des phénomènes de végétation tels que la transpiration des plantes et l'extraction de l'eau par les racines.

Conclusions générales

Alors que l'opposition entre modèles conceptuels globaux et modèles distribués à base physique est encore tenace, nous proposons de parler de modèles hydrologiques représentant de façon spatialisée les processus du cycle hydrologique. La description des modèles passe alors par la définition d'une résolution spatiale et d'une représentation plus ou moins complexe des processus que l'on souhaite prendre en compte. Ainsi, le même modèle peut inclure différentes représentations des mêmes processus ; le degré de complexité et de physique est dicté par l'utilisateur à travers les objectifs de la modélisation. C'est dans cette optique que le développement du modèle hydrologique spatialisé POWER a été entrepris.

Le travail présenté dans ce mémoire a permis une évaluation des concepts théoriques qui constituent les fondements de ce modèle, à travers l'utilisation de son précurseur, le modèle REW-v4.0. Ce modèle a été appliqué au bassin versant de la Donga (Bénin) instrumenté dans le cadre du projet AMMA. L'objectif hydrologique de ce projet est de quantifier les contributions des différentes composantes hydrologiques du bassin versant au débit et à la fluctuation des nappes, et d'évaluer le rôle de la végétation. L'utilisation d'un outil permettant la représentation physique des processus, tel que le modèle REW-v4.0, est alors indispensable pour représenter le fonctionnement hydrologique du bassin et pour savoir de quel modèle et de quelle complexité nous avons besoin pour le faire correctement.

Voyons comment nous avons répondu à chacun des quatre objectifs présentés au premier chapitre.

Nous avons pu dans un premier temps évaluer la pertinence de l'outil de modélisation avec les données déjà disponibles (deuxième objectif). Cette première utilisation du modèle REW-v4.0 montre que, même avec une conceptualisation assez simple des processus, il est possible de représenter correctement les débits à l'exutoire et aux stations limnimétriques intermédiaires. La réponse du modèle est sensible aux valeurs utilisées pour les propriétés hydrodynamiques du sol (conductivité et teneur à saturation). Nous avons vu qu'il était possible de trouver un jeu de paramètres permettant d'obtenir à la fois une bonne représentation des débits, de l'amplitude de la nappe et des variations du degré de saturation dans la zone non saturée. La combinaison de ces trois objectifs permet la détermination d'un jeu de paramètres fortement contraint, localisé dans une seule zone de l'espace des

paramètres. Les paramètres hydrodynamiques du sol ainsi obtenus permettent de synthétiser l'hétérogénéité verticale de la teneur en eau à saturation et de la conductivité hydraulique à saturation.

Une étude de sensibilité à l'ETP a été menée afin d'avoir une première estimation du coefficient cultural préconisé par la FAO (1998), à l'échelle du bassin versant. La multiplication de l'ETP par 1,5 permet d'améliorer la représentation du fonctionnement du bassin versant (débits, fluctuations du degré de saturation et de la nappe), mais aucune mesure n'est encore disponible pour valider ce facteur.

La modélisation entreprise met en relief la représentation trop simple des transferts dans la zone non saturée du sol faite dans le modèle REW-v4.0 (modèle réservoir où l'évapotranspiration réelle est le produit de la valeur potentielle par le degré de saturation). Celle-ci induit plusieurs problèmes dans la représentation du fonctionnement du bassin versant. Premièrement, les nappes simulées sont beaucoup plus profondes (30 à 50 m) que les nappes observées qui sont probablement des nappes de versants plutôt que des nappes de socle. Ensuite, la saturation d'horizons peu profonds ne peut être simulée par le modèle REW-v4.0 puisque la zone non saturée est représentée par un réservoir global. En contre-partie, il simule des écoulements dans la rivière générés essentiellement par la saturation de la surface, ce qui peut être vu comme une compensation de la représentation globale du sol. D'autre part, le contrôle de l'évaporation simplement par le degré de saturation et la surface géométrique des REWs induit des différences importantes selon la finesse du découpage (15% supplémentaires sur le cumul d'évaporation annuel avec le découpage le plus grossier). Pour finir, la modélisation actuelle est assez peu sensible à la distribution spatiale des propriétés hydrodynamiques du sol, puisque la représentation des débits, des fluctuations des nappes et des degrés de saturation et de l'évaporation faite par le modèle REW-v4.0 n'est pas modifiée par la prise en compte de la variabilité spatiale des propriétés des sols.

Ces premiers résultats permettent d'apporter quelques éléments de réponse à la question du choix du modèle et des processus à représenter en fonction des objectifs fixés (quatrième objectif). Un module représentant plus finement les processus physiques dans la zone non saturée doit être intégrée à la modélisation spatialisée du bassin versant pour pallier à l'ensemble des problèmes énoncés ci-dessus. Il permettra en outre d'apporter des réponses à la question du rôle de la végétation sur le cycle hydrologique.

La représentation du fonctionnement des petits bassins versants (quelques km²) demande un découpage relativement fin de l'espace (ordre de Strahler égal à 2) et certainement un pas de temps inférieur à la journée. La récession de la saison des pluies est elle aussi mieux représentée avec un découpage fin qu'avec un découpage plus grossier (ordre de Strahler égal à 3). Néanmoins, les stations limnimétriques drainant des surfaces de plus de 100 km² sont mieux représentées avec un découpage à l'ordre 3. L'amplitude des nappes est également plus importante et donc plus réaliste avec un découpage plus grossier.

Il est difficile pour l'instant de dire quel niveau de découpage est nécessaire à une bonne représentation de l'évaporation à l'échelle du bassin versant ou des sous-bassins. Nous avons pu constater néanmoins une différence sensible sur le cumul d'évaporation, liée non seulement au découpage mais aussi à la liaison linéaire dans le modèle REW-v4.0 entre le degré de saturation et l'évaporation réelle.

Pour améliorer ces réponses encore partielles, nous proposons de participer à la définition de l'instrumentation du bassin versant qui doit être renforcée en certains points (troisième objectif). On devra augmenter le nombre de sites de mesures météorologiques afin de caractériser la variabilité spatiale de l'ETP sur le bassin versant de la Donga puis sur l'ensemble de la haute vallée de l'Ouémé. D'autre part, des mesures d'évapotranspiration réelle, au moins à l'échelle locale, doivent être mise en place pour confirmer la première évaluation du coefficient cultural faite dans cette étude. Le suivi du bilan hydrique sur plusieurs parcelles de végétation caractéristiques du bassin permettra de définir précisément le coefficient pour ces végétations données. A plus grande échelle, des mesures d'évapotranspiration réelle à l'aide d'un scintillomètre infra-rouge permettront l'évaluation du coefficient cultural sur des couverts légèrement hétérogènes. En revanche, à l'échelle du bassin versant, seule la modélisation permettra d'obtenir un paramètre moyen issu des paramètres caractérisés à l'échelle locale. Outre la détermination du coefficient cultural propre à chaque culture ou chaque sous-bassin, ces mesures permettront de répondre à la question de la finesse du découpage pour une bonne représentation de l'évaporation et à celle du rôle de la végétation sur le cycle hydrologique.

La caractérisation des sols demande elle aussi des mesures supplémentaires. En effet les mesures d'infiltration disponibles actuellement ont été faites en surface et nous ne disposons pas de mesures des propriétés hydrodynamiques en profondeur. L'ajustement des propriétés hydrodynamiques des sols, fait dans cette étude pour tenir compte de leur variabilité avec la profondeur, devra être confronté à des mesures dans les horizons d'altérites. Les premières observations, faites lors de l'installation des stations de suivi du bilan hydrique sur des parcelles, semblent montrer une baisse de la conductivité à 50cm de profondeur. Cette constatation devra être confirmée par la suite par d'autres mesures d'infiltration ou des mesures géophysiques.

La variabilité spatiale en surface des propriétés hydrodynamiques est elle aussi mal renseignée. La grille d'échantillonnage envisagée lors de la campagne de décembre 2000 est trop lâche pour estimer les paramètres de structure K_s et θ_s à différentes échelles. La détermination de paramètres effectifs pour la résolution choisie demande en effet un échantillonnage relativement fin, à l'échelle du versant, qui permette d'évaluer à partir de quelle échelle, la localisation spatiale des données n'est plus nécessaire et seule la distribution compte (concept de Representative Elementary Area). Ce genre d'échantillonnage (cf. le protocole de l'expérience Nopex, Halldin et al., 1999, présenté en introduction) pourrait être fait sur les petits sous-bassins comme Ara et Bokpérou. L'analyse de sensibilité du modèle à la prise en compte de cette variabilité spatiale devra être reprise après

l'intégration du module de zone non saturée représentant plus physiquement les transferts dans la zone non saturée.

Le développement de ce module, réalisé dans cette thèse, contribue au développement d'une modélisation hydrologique spatialisée sur le bassin versant de la Donga, et plus largement pour le modèle POWER (premier objectif). Il importait qu'il puisse modéliser les transferts d'eau dans la zone non saturée à l'échelle des REWs de façon rapide. Il devait en outre contenir une discrétisation verticale du sol permettant de décrire des horizons pédologiques aux propriétés distinctes et d'évaluer les flux et les teneurs en eau en différentes profondeurs de la zone non saturée.

Ce module a été développé à partir de la solution numérique de Ross (2003) en y ajoutant un module de végétation : interception des précipitations par la végétation aérienne, transpiration des plantes et extraction racinaire par la formulation de Li et al. (2001). La validation du module a été menée en s'appuyant sur des solutions analytiques et sur un modèle numérique de référence résolvant explicitement le bilan d'énergie. Cette validation a permis de montrer que le module était capable de bien décrire l'infiltration et le profil des teneurs en eau si tant est que la discrétisation des colonnes de sols soit adaptée : mailles de l'ordre du centimètre en surface si l'on veut pouvoir représenter correctement l'infiltration, notamment sur les sols argileux et mailles homogènes (de l'ordre de la dizaine de centimètres) si l'on veut reproduire l'évolution des profils d'humidité. L'évaporation du sol nu est sous-estimée surtout pour des végétations denses. Sur ce type de végétation, l'utilisation d'une ETP et d'une loi de type Beer-Lambert conduit à une mauvaise partition de l'énergie entre le sol et la végétation par rapport à la résolution explicite du bilan d'énergie.

Ce module n'a pu être utilisé au sein du modèle POWER. Toutefois son utilisation sur une colonne avec les données du bassin versant de la Donga laisse entrevoir les améliorations que l'on peut attendre de son utilisation à l'échelle du bassin versant. Cette approche simplifiée, fondée sur l'ETP, est suffisante pour l'étude du bilan hydrologique et des processus dominants associés. Mais elle devra être modifiée pour atteindre l'un des objectifs du projet AMMA qui est le couplage entre les processus de surface et l'atmosphère. Ceci nécessitera en effet une résolution explicite du bilan d'énergie. La méthode de résolution numérique de l'équation de Richards, évaluée dans ce travail pourra toujours être conservée. La détermination des flux de surface devra quant à elle être modifiée.

Les perspectives associées à ce travail de modélisation du bassin de la Donga consistent en l'utilisation du modèle POWER. Il est constitué des mêmes bases théoriques que le modèle REW-v4.0 (à savoir la résolution à l'échelle des REWs des équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement) ; mais il inclut en outre le module de zone non saturée développé dans cette thèse et un découpage supplémentaire en colonnes élémentaires, les RECs pour représenter l'hétérogénéité spatiale de la surface en terme d'occupation du sol, de propriétés du sol et de végétation. L'apport de ce deuxième niveau de découpage et du module de zone non saturée dans la représentation du

fonctionnement du bassin pourra alors être testé. Le découpage en RECs sera obtenu à l'aide des cartes de végétation, des cartes d'occupation des sols (issues d'images satellites) et de la spatialisation des propriétés hydrodynamiques réalisée ici. Ces cartes permettront également d'alimenter en données d'entrées le module de zone non saturée. La prise en compte explicite de la végétation dans la modélisation est une étape essentielle pour répondre de son rôle dans la dynamique saisonnière et intra-saisonnière du bassin versant. Un tel module constitue un outil indispensable pour confirmer les hypothèses de fonctionnement du bassin versant tant au niveau des nappes que de la végétation.

Il importera également de travailler à des pas de temps plus fins en s'attachant à représenter la dynamique des petits bassins versants de quelques km² et les débits à des pas de temps infra-journaliers sur l'ensemble du bassin versant. L'influence du pas de temps des entrées pourra également être testée, en utilisant par exemple les séries horaires de pluie et d'ETP.

Pour finir, soulignons que l'étude de sensibilité du modèle REW-v4.0 a été menée manuellement. La spécification des paramètres dans le modèle POWER devra être améliorée par une méthode automatique telle que celles que j'ai présentées dans le premier chapitre de ce mémoire. Ceci permettra en outre d'étudier les incertitudes de la modélisation. L'implantation d'une méthode automatique sur le modèle REW-v4.0 a été écartée puisque nous ne cherchions, dans un premier temps, qu'à évaluer de manière globale le comportement du modèle et les paramètres auxquels il était sensible. Une fois la robustesse du code éprouvée, l'optimisation automatique et le traitement des incertitudes ne peuvent être que bénéfiques pour affiner les résultats issus de la modélisation.

Bibliographie

- Abbott, M.B., Bathurst, J.C., Cunge, J.A., O'Connell, P.E. and Rasmussen, K.**, 1986. An introduction to the European Hydrological System - Système Hydrologique Européen, "SHE", 1: History and philosophy of a physically-based distributed modelling system. *Journal of Hydrology*, 87(1/2): 45-59.
- Abramowitz, M. and Stegun, I.A.**, 1972. Handbook of Mathematical functions. Dover, New York, pp.
- Ali, A.**, 2004. Modélisation de la structure des champs de pluie sahéliens, *Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble*.
- Ambroise, B.**, 1999. La dynamique de l'eau dans le bassin versant - Processus, Facteurs, Modèles -. Edition HGA, Bucarest, pp. 200.
- Ambroise, B., Beven, K. and Freer, J.**, 1996. Toward a generalization of the TOPMODEL concepts: Topographic indices of hydrological similarity. *Water Resources Research*, 32(7): 2135-2145.
- Ambroise, B., Perrin, J.L. and Reutenauer, D.**, 1995. Multicriterion validation of a semidistributed conceptual model of the water cycle in the Fecht Catchment. *Water Resources Research*, 31(6): 1467-1481.
- Andersen, J., Refsgaard, J.C. and Jensen, K.H.**, 2001. Distributed hydrological modelling of the Senegal River Basin - model construction and validation. *Journal of Hydrology*, 247: 200-214.
- Andersen, J., Dybkjaer, G., Jensen, K.H., Refsgaard, J.C. and Rasmussen, K.**, 2002a. Use of remotely sensed precipitation and leaf area index in a distributed hydrological model. *Journal of Hydrology*, 264: 34-50.
- Andersen, J., Sandholt, I., Jensen, K.H., Refsgaard, J.C. and Gupta, H.V.**, 2002b. Perspectives in using a remotely sensed dryness index in distributed hydrological models at the river-basin scale. *Hydrological Processes*, 16: 2973-2987.
- Anderton, S., Latron, J. and Gallart, F.**, 2002a. Sensitivity analysis and multi-response, multi-criteria evaluation of a physically based distributed model. *Hydrological Processes*, 16: 333-353.
- Anderton, S., Latron, J., White, S.M., Llorens, P., Gallart, F., Salvany, C. and O'Connell, P.E.**, 2002b. Internal evaluation of a physically-based distributed model using data from a Mediterranean mountain catchment. *Hydrology and Earth System Sciences*, 6(1): 67-83.
- Angulo, R., Boubkraoui, S., Bouchez, J.-M., De Condappa, D., Derive, G., Galle, S., Gohoun Gossou, A., Haverkamp, R., Reggiani, P., Soria Ugalde, J. and Afouda, A.**, 2001. Propriétés Hydrodynamiques des Sols du Bassin Versant de la Donga et du Transect d'Anananga. Campagne de mesures du 26 novembre au 17 décembre 2000, *LTHE*, pp. 30.

- Basha, H.A.**, 1999. Multidimensional linearized nonsteady infiltration with prescribed boundary conditions at the soil surface. *Water Resources Research*, 35(1): 75-93.
- Basha, H.A.**, 2002. Burgers' equation: A general nonlinear solution of infiltration and redistribution. *Water Resources Research*, 38(11): 29 (1-9).
- Bastidas, L.A., Gupta, H.V., Sorooshian, S., Shuttleworth, W.J. and Yang, Z.L.**, 1999. Sensitivity analysis of a land surface scheme using multicriteria methods. *Journal of Geophysical Research*, 104(D16): 19481-19490.
- Bathurst, J.C. and O'Connell, P.E.**, 1992. Future of distributed modeling: the Système Hydrologique Européen. *Hydrological Processes*, 6: 265-277.
- Bathurst, J.C., Wicks, J.M. and O'Connell, P.E.**, 1995. The SHE/SHESED Basin Scale Water Flow and Sediment Transport Modelling System. In: V.P. Singh (Editor), *Computer Models of Watershed Hydrology*. Water Resources Publications, Highlands Ranch, Colorado, pp. 563-594.
- Bathurst, J.C., Ewen, J., Parkin, G., O'Connell, P.E. and Cooper, J.D.**, 2004. Validation of catchment models for predicting land-use and climate change impacts. 3. Blind validation for internal and outlet responses. *Journal of Hydrology*, 287(1-4): 74-94.
- Beldring, S., Gottschalk, L., Seibert, J. and Tallaksen, L.M.**, 1999. Distribution of soil moisture and groundwater levels at patch and catchment scales. *Agricultural and Forest Meteorology*, 98-99: 305-324.
- Beldring, S.**, 2002. Multi-criteria validation of a precipitation-runoff model. *Journal of Hydrology*, 257: 189-211.
- Bergström, S., Lindström, G. and Pettersson, A.**, 2002. Multi-variate parameter estimation to increase confidence in hydrological modelling. *Hydrological Processes*, 16: 413-421.
- Beven, K.J.**, 1989. Changing ideas in hydrology - the case of physically based models. *Journal of Hydrology*, 105: 157-172.
- Beven, K.J.**, 1993. Prophecy, reality and uncertainty in distributed hydrological modelling. *Advances in Water Resources*, 16: 41-51.
- Beven, K.J.**, 1996. A discussion of distributed hydrological modelling. In: M.B. Abbott and J.C. Refsgaard (Editors), *Distributed Hydrological Modelling*. Kluwer Academic, pp. 255-278.
- Beven, K.J. and Binley, A.**, 1992. The future of distributed models: model calibration and uncertainty prediction. *Hydrological Processes*, 6: 279-298.
- Beven, K.J., Lamb, R., Quinn, P., Romanowicz, R. and Freer, J.**, 1995. TOPMODEL. In: V.P. Singh (Editor), *Computer Models of Watershed Hydrology*. Water Resources Publications, Highlands Ranch, Colorado, pp. 627-668.
- Blöschl, G. and Grayson, R.B.**, 2001. Spatial Observations and Interpolation. In: R.B. Grayson and G. Blöschl (Editors), *Spatial patterns in catchment hydrology: observations and modelling*. Cambridge University Press, Cambridge, pp. 17-50.
- Boegh, E., Thorsen, M., Butts, M.B., Hansen, S., Christiansen, J.S., Abrahamsen, P., Hasager,**

- C.B., Jensen, N.O., van der Keur, P. and Refsgaard, J.C.**, 2004. Incorporating remote sensing data in physically based distributed agro-hydrological modelling. *Journal of Hydrology*, 287(1-4): 279-299.
- Boulet, G., Braud, I. and Vauclin, M.**, 1997. Study of the mechanisms of evaporation under arid conditions using a detailed model of the soil-atmosphere continuum. *Journal of Hydrology*, 193: 114-141.
- Boulet, G., Chehbouni, A., Braud, I., Vauclin, M., Haverkamp, R. and Zammit, C.**, 2000. A simple water and energy balance model designed for spatialisation and remote sensing data assimilation. *Agric. Forest Meteorol.*, 105(1-3): 117-132.
- Boyle, D.P., Gupta, H.V. and Sorooshian, S.**, 2000. Toward improved calibration of hydrologic models: Combining the strengths of manual and automatic methods. *Water Resources Research*, 36(12): 3663-3674.
- Braester, C.**, 1973. Moisture variation at the soil surface and the advance of the wetting front during infiltration at constant flux. *Water Resources Research*, 9(3): 687-694.
- Braud, I.**, 1998. Spatial variability of surface properties and estimation of surface fluxes of a savannah. *Agricultural and Forest Meteorology*, 89(1): 15-44.
- Braud, I.**, 2000. SiSPAT user's manual. Version 3.0, *LTHE*, pp. 105.
- Braud, I.**, 2002. SiSPAT user's Manual Update, version 4.0, *LTHE*, pp. 13.
- Braud, I., Bessemoulin, P., Monteny, B., Sicot, M., Vandervaere, J.P. and Vauclin, M.**, 1997. Unidimensional modelling of a fallow savannah during the Hapex-Sahel experiment using the SiSPAT model. *Journal of Hydrology*, 188-189: 912-945.
- Braud, I., Dantas-antonino, A.C., Vauclin, M., Thony, J.L. and Ruelle, P.**, 1995. A Simple Soil Plant Atmosphere Transfer model (SiSPAT), Development and field verification. *Journal of Hydrology*, 166: 213-250.
- Braud, I., De Condappa, D., Soria, J.M., Haverkamp, R., Angulo-Jaramillo, R., Galle, S. and Vauclin, M.**, 2004. Use of scaled forms of the infiltration equation for the estimation of unsaturated soil hydraulic properties (Beerkan method). *European Journal of Soil Science*, in press.
- Braud, I., Varado, N. and Oliosio, A.**, 2004. Comparison of root water uptake modules using either the surface energy balance or potential transpiration. *Journal of Hydrology*, in press.
- Bray, D.I.**, 1979. Estimating average velocity in gravel-bed rivers. *J. Hydr. Div. ASCE*, 105(HY9): 1103-1122.
- Brebbia, C.A. and Walker, S.**, 1980. Boundary element techniques in engineering. Newnes-Butterworths, London, pp. 210.
- Bresler, E.**, 1978. Analysis of trickle irrigation with application to design problems. *Irrigation science*, 1: 3-17.
- Brisson, N., Oliosio, A. and Clastre, P.**, 1993. Daily transpiration of field soybeans as related to

- hydraulic conductance, root distribution, soil potential and midday leaf potential. *Plant and Soil*, 154: 227-237.
- Broadbridge, P. and White, I.**, 1988. Constant rate rainfall infiltration: A versatile nonlinear model - 1. Analytic solutions. *Water Resources Research*, 24(1): 145-154.
- Brooks, R.H. and Corey, A.T.**, 1964. Hydraulic properties of porous media, *Colorado State University*, Fort Collins, pp.
- Brutsaert, W.**, 1979. Universal constants for scaling the exponential soil water diffusivity. *Water Resources Research*, 15: 481-483.
- Burdine, N.T.**, 1953. Relative permeability calculation from size distribution data. *Trans. AIME*, 198: 71-78.
- Calvet, J.C., Noilhan, J., Roujean, J.L., Bessemoulin, P., Cabelguenne, M., Oliosio, A. and Wigner, J.P.**, 1998. An interactive vegetation SVAT model tested against data from six contrasting sites. *Agricultural and Forest Meteorology*, 92: 73-95.
- Campbell, G.S.**, 1985. Soil physics with basic: transport models for soil-plant systems. Developments in soil science, 14. Elsevier, Amsterdam, pp. 150pp.
- Celia, M.A., Bouloutas, E.T. and Zarba, R.L.**, 1990. A general mass-conservative numerical solution for the unsaturated flow equation. *Water Resources Research*, 26(7): 1483-1496.
- Chabot, R., Bouarfa, S., Zimmer, D., Chaumont, C. and Duprez, C.**, 2002. Sugarcane transpiration with shallow water-table: sap flow measurements and modelling. *Agricultural water management*, 54: 17-36.
- Chow, V.T., Maidment, D.R. and Mays, L.W.**, 1988. Applied hydrology. Civil Engineering Series. McGraw-Hill International Edition, pp.
- CIEH**, 1992.
- Cross, H.**, 1936. Analysis of flow in networks of conduits or conductors, Univ. Of Illinois Experiment Station Bulletin, No. 286., Department of Civil Engineering, University of Illinois, Champaign Urbana, Illinois.
- Deardoff, J.W.**, 1978. Efficient prediction of ground surface temperature and moisture with inclusion of a layer of vegetation. *J. Geophys. Res.*, 20: 1889-1903.
- Delclaux, F. and Thauvin, V.**, 1993a. Spatial - Variogramme : Algorithmes, Traitements principaux, Manuel utilisateur, Formats de fichiers., *Rapport IRD-Hydrologie*, pp. 39p.
- Delclaux, F. and Thauvin, V.**, 1993b. Spatial - Krigeage : Algorithmes, Traitements principaux, Manuel utilisateur, Formats de fichiers., *Rapport IRD-Hydrologie*, pp. 65p.
- Demarty, J., Otle, C., Braud, I., Oliosio, A., Frangi, J.P., Bastidas, L.A. and Gupta, H.V.**, 2004. Using a multiobjective approach to retrieve information on surface properties used in a SVAT model. *Journal of Hydrology*, 287(1-4): 214-236.
- Descloitres, M., Wubda, M. and Le Troquer, Y.**, 2003. Prospections géophysiques sur le bassin versant d'Ara - Electriques 2D et électromagnétisme EM34, *IRD - UR 027 GEOVAST*,

Ouagadougou, pp. 16.

- Descroix, L., Gonzalez Barrios, J.L., Vandervaere, J.P., Viramontes, D. and Bollery, A., 2002.** An experimental analysis of hydrodynamic behaviour on soils and hillslopes in a subtropical mountainous environment (Western Sierra Madre, Mexico). *Journal of Hydrology*, 266(1): 1-14.
- DH/SOGREAH, 1998.**
- Dunne, T., 1978.** Field studies of hillslope flow processes. In: M.J. Kirkby (Editor), *Hillslope Hydrology*. Wiley, Chichester, pp. 227-293.
- Durot, K., 1999.** Modélisation hydrologique distribuée du bassin versant nivo-pluvial de Sarennes. Validation des données d'entrée et développement d'un module de fonte nivale sous forêt., *Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble*.
- Engeland, K., Braud, I., Gottschalk, L. and Leblois, E., 2004a.** Regionalisation of streamflow statistics using a rainfall-runoff model. *Hydrological Sciences Journal*, submitted.
- Engeland, K., Braud, I., Gottschalk, L. and Leblois, E., 2004b.** Multi-objective regional modelling. *Journal of Hydrology*, submitted.
- Engeland, K. and Gottschalk, L., 2002.** Bayesian estimation of parameters in a regional hydrological model. *Hydrology and Earth System Sciences*, 6(5): 883-898.
- FAO, 1998.** Crop Evaporation - Guidelines for computing crop water requirements. Irrigation and Drainage paper, 56, Rome, pp. ou <http://www.fao.org/docrep/X0490E/X0490E00.htm>
- Faure, P. and Volkoff, B., 1998.** Some factors affecting regional differentiation of the soils in the Republic of Benin (West Africa). *CATENA*, 32(3-4): 281-306.
- Feddes, R.A., Kabat, P., Van Bakel, P.J.T., Bronswijk, J.J.B. and Halbertsma, J., 1988.** Modelling soil water dynamics in the saturated zone - State of the art. *Journal of Hydrology*, 100: 69-111.
- Feddes, R.A., Kowalik, P.J. and Zaradny, J., 1978.** Simulation of field water used and crop yield. Simulation Monographs. PUDOC, Wageningen, pp. 189.
- Fortin, J.-P., Turcotte, R., Massicotte, S., Moussa, R., Fitzback, J. and Villeneuve, J.-P., 2001.** Distributed watershed model compatible with remote sensing and GIS data. 2. Application to Chaudière watershed. *Journal of Hydrologic engineering*, 6(2): 100-108.
- François, C., Quesney, A. and Ottlé, C., 2003.** Sequential assimilation of ERS-1 SAR data into a coupled land-surface-hydrological model using an extended Kalman filter. *Journal of Hydrometeorology*, 4: 473-487.
- Franks, S.W. and Beven, K.J., 1999.** Conditioning a multiple-source SVAT model using uncertain time-space estimates of latent heat fluxes as inferred from remotely sensed data. *Water Resources Research*, 35(9): 2751-2761.
- Franks, S.W., Gineste, P., Beven, K.J. and Merot, P., 1998.** On constraining the predictions of a distributed model: The incorporation of fuzzy estimates of saturated areas into the calibration

- process. *Water Resources Research*, 34(4): 787-797.
- Freer, J., Beven, K. and Ambrose, B.**, 1996. Bayesian estimation of uncertainty in runoff prediction and the value of data: An application of the GLUE approach. *Water Resources Research*, 32(7): 2161-2173.
- Gardner, W.R.**, 1958. Some steady-state solutions of the unsaturated moisture flow equations with application to evaporation from a water table. *Soil Science*, 85: 228-232.
- Gardner, W.R.**, 1960. Dynamic aspects of water availability to plants. *Soil Science*, 89: 63-73.
- Gonzalez-Sosa, E., Braud, I., Thony, J.L., Vauclin, M., Bessemoulin, P. and Calvet, J.C.**, 1999. Modelling heat and water exchanges of fallow land covered with plant-residue mulch. *Agricultural and Forest Meteorology*, 97: 151-169.
- Gonzalez-Sosa, E., Braud, I., Thony, J.L., Vauclin, M. and Calvet, J.C.**, 2001. Heat and water exchanges of fallow land covered with a plant residue mulch layer: a modelling study using the three year MUREX data set. *Journal of Hydrology*, 244: 119-136.
- Gottschalk, L., Batchvarova, E., Gryning, S.-E., Lindroth, A., Melas, D., Motovilov, Y., Frech, M., Heikinheimo, M., Samuelsson, P., Grelle, A. and Persson, T.**, 1999. Scale aggregation -- comparison of flux estimates from NOPEX. *Agricultural and Forest Meteorology*, 98-99: 103-119.
- Grayson, R.B., Blöschl, G. and Moore, I.D.**, 1995. Distributed parameter hydrologic modelling using vector elevation data: THALES and TAPES-C. In: V.P. Singh (Editor), *Computer Models of Watershed Hydrology*. Water Resources Publications, Highlands Ranch, Colorado, pp. 669-696.
- Grayson, R.B., Blöschl, G., Western, A.W. and McMahon, T.A.**, 2002. Advances in the use of observed spatial patterns of catchment hydrological response. *Advances in Water Resources*, 25: 1313-1334.
- Grayson, R.B., Moore, I.D. and McMahon, T.A.**, 1992. Physically based hydrologic modeling. 2- Is the concept realistic? *Water Resources Research*, 28(10): 2659-2666.
- Green, W.H. and Ampt, G.**, 1911. Studies of soil physics, part I - the flow of air and water through soils. *J. Ag. Sci.*, 4: 1-24.
- Greenberg, M.D.**, 1971. *Application of Green's functions in Science and Engineering*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., pp.
- Gupta, H.V., Bastidas, L.A., Sorooshian, S., Shuttleworth, W.J. and Yang, Z.L.**, 1999. Parameter estimation of a land surface scheme using multicriteria methods. *Journal of Geophysical Research*, 104(D16): 19491-19503.
- Gupta, H.V., Sorooshian, S. and Yapo, P.O.**, 1998. Toward improved calibration of hydrologic models: Multiple and noncommensurable measures of information. *Water Resources Research*, 34(4): 751-763.
- Halldin, S., Gryning, S.-E., Gottschalk, L., Jochum, A., Lundin, L.-C. and Van de Griend, A.A.**,

1999. Energy, water and carbon exchange in a boreal forest landscape -- NOPEX experiences. *Agricultural and Forest Meteorology*, 98-99: 5-29.
- Hassanizadeh, S.M. and Gray, W.G.**, 1979a. General conservation equations for multiphase systems: 1. Averaging procedure. *Advances in Water Resources*, 2: 131-144.
- Hassanizadeh, S.M. and Gray, W.G.**, 1979b. General conservation equations for multiphase systems: 2. Mass, momenta, energy and entropy equations. *Advances in Water Resources*, 2: 191-203.
- Hassanizadeh, S.M. and Gray, W.G.**, 1980. General conservation equations for multiphase systems: 3. Constitutive theory for porous media flow. *Advances in Water Resources*, 3(25-40).
- Haverkamp, R., Angulo, R., Braud, I., Debionne, S., De Condappa, D., Gandola, F., Roessle, S., Ross, P.J., Sander, G.C., Vachaud, G., Varado, N., Viallet, P. and Zin, I.**, 2004. POWER: Planner Oriented Watershed modeling system for Environmental Responses. Development and first implementations, *European Union - AgriBMPWater project*, pp. 26.
- Haverkamp, R., Leij, F.J., Fuentes, C., Sciortino, A. and Ross, P.J.**, 2004. Soil water retention: I. Development of a shape index. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, submitted.
- Haverkamp, R., Parlange, J.-Y., Cuenca, R., Ross, P.J. and Steenhuis, T.S.**, 1998. Scaling of the Richards' equation and its application to watershed modeling. *In: G. Sposito (Editor), In Scale Invariance and Scale Dependence in Hydrology*. Cambridge University Press, New York, USA, pp. 190-223.
- Haverkamp, R., Parlange, J.-Y., Starr, J.L., Schmitz, G. and Fuentes, C.**, 1990. Infiltration under ponded conditions: 3. A predictive equation based on physical parameters. *Soil Science*, 149(5): 292-300.
- Hornung, U. and Messing, W.**, 1981. Simulation of two-dimensional saturated/unsaturated flows with an exact water balance. *In: A. Verruijt and F.B.J. Barends (Editors), Flow and transport in Porous Media*, Balkema, Rotterdam, The Netherlands, pp. 91-96.
- Horton, R.E.**, 1933. The role of infiltration in the hydrologic cycle. *Trans. Am. Geophys. Union*, 14: 446-460.
- Huygen, J., Van Dam, J.C., Kroes, J.G. and Wesseling, J.G.**, 1997. SWAP 2.0: input and output manual, *Wageningen Agricultural University*, Wageningen, pp. 52.
- Insightful-Corporation**, 2001. S-PLUS 6 for Windows Programmer's Guide. Insightful Corporation, Seattle, WA., pp. 988.
- Jarvis, N.J.**, 1989. A simple empirical model of root water uptake. *Journal of Hydrology*, 107: 57-72.
- Jarvis, P.G.**, 1976. The interpretation of the variations in leaf water potential and stomatal conductance found in canopies in the field. *Philos. Trans. R. Soc. London*, 273: 593-602.
- Jothityangkoon, C., Sivapalan, M. and Farmer, D.L.**, 2001. Process controls of water balance variability in a large semi-arid catchment: downward approach to hydrological model development. *Journal of Hydrology*, 254: 174-198.

- Kamagate, B., Favreau, G., Séguis, L., Seidel, J.-L. and Le Barbé, L.**, 2004. Flux nappe-rivière en milieu tropical de socle au Bénin (haut Ouémé), 20^e colloque de Géologie Africaine, 2-7 juin 2004, Orléans, France.
- Kamagate, B., Seyigona, Z., Malinur, F., Arjounin, M., Jacquin, F., Bouchez, J.-M., Depraetere, C., Le Barbé, L. and Séguis, L.**, 2003. Données piézométriques sur le bassin de la Donga (Bénin) Période 1999-2002, *IRD, HSM, LTHE*, Montpellier, pp. 42.
- Keulegan, G.H.**, 1938. Laws of turbulent flow in open channels. *J. Res. Nat. Bur. Standards, Res. Pap. RP1151*, 21: 707-741.
- Klemes, V.**, 1986. Operational testing of hydrological simulation models. *Hydrological Sciences - Journal des Sciences Hydrologiques*, 31(1): 13-24.
- Knutson, J.H. and Selker, J.S.**, 1994. Unsaturated hydraulic conductivities of fiberglass wicks and designing capillary wick pore-water samplers. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 58: 721-729.
- Kriege, D.G.**, 1951. A statistical approach to some basic mine evaluation problems of the Witwatersrand. *J. Chem. and Metall. Soc. of South Africa*, 52: 119-39.
- Lai, C.-T. and Katul, G.**, 2000. The dynamic role of root-water uptake in coupling potential to actual transpiration. *Advances in Water Resources*, 23: 427-439.
- Lamb, P.J.**, 1983. West African water variations between recent contrasting subsaharian droughts. *Tellus*, A35: 198-212.
- Lamb, R., Beven, K. and Myrabo, S.**, 1998. Use of spatially distributed water table observations to constrain uncertainty in a rainfall-runoff model. *Advances in Water Resources*, 22: 305-317.
- Le Barbé, L., Alé, G., Millet, B., Texier, H., Borel, Y. and Gualde, R.**, 1993. Les Ressources en eaux superficielles de la République du Bénin. IRD, Collection Monographies Hydrologiques, n°11, Paris, pp. 469.
- Le Barbé, L., Lebel, T. and Tapsoba, D.**, 2002. Rainfall variability in West Africa during the years 1950-1990. *Journal of Climate*, 15(2): 187-202.
- Le Lay, M.**, 2002. Caractérisation hydrologique et simulation numérique des écoulements sur le bassin de la Haute vallée de l'Ouémé, *DEA MMGE*, Grenoble,, pp. 40.
- Le Lay, M., Galle, S., Peugeot, C. and Braud, I.**, 2003. Impact de la distribution des pluies sur les ressources en eaux du Haut Bassin de l'Ouémé (Bénin). In: M. France (Editor), Atelier de Modélisation de l'Atmosphère, 3-5 Décembre 2003, Toulouse, France, pp. 4.
- Leavesley, G.H. and Stannard, L.G.**, 1995. The Precipitation-Runoff Modeling System-PRMS. In: V.P. Singh (Editor), Computer Models of Watershed Hydrology. Water Resources Publications, Highlands Ranch, Colorado, pp. 281-310.
- Lebel, T., Delclaux, F., Le Barbé, L. and Polcher, J.**, 2000. From MCG scales to hydrological scales: Rainfall variability in West Africa. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 14(4): 275-295.
- Leopold, L.B. and Maddock, T.**, 1953. The hydraulic geometry of stream channels and some

- physiographic implications. *U.S. Geol. Surv. Prof. Pap.*, 252: 9-16.
- Li, K.Y., Boisvert, J.B. and De Jong, R.**, 1999. An exponential root-water-uptake model. *Canadian Journal of soil science*, 79: 333-343.
- Li, K.Y., De Jong, R. and Boisvert, J.B.**, 2001. An exponential root-water-uptake model with water stress compensation. *Journal of Hydrology*, 252: 189-204.
- Lynn, B.H. and Carlson, T.N.**, 1990. A stomatal resistance model illustrating plant versus external control of transpiration. *Agricultural and Forest Meteorology*, 52: 5-43.
- Mathieu, R. and Bariac, T.**, 1996. A numerical model for the simulation of stable isotope profiles in drying soils. *J. Geophys. Res.*, 101(D7): 12685-12696.
- Michaud, J. and Sorooshian, S.**, 1994. Comparison of simple versus complex distributed runoff models on a midsized semiarid watershed. *Water Resources Research*, 30(3): 593-605.
- Milly, P.C.D.**, 1982. Moisture and heat transport in hysteretic inhomogeneous porous media: a matrix head-based formulation and a numerical model. *Water Resources Research*, 18: 489-498.
- Molz, F.J. and Remson, I.**, 1970. Extraction term of soil moisture use by transpiring plants. *Water Resources Research*, 6(5): 1346-1356.
- Motovilov, Y.G., Gottschalk, L., Engeland, K. and Rodhe, A.**, 1999. Validation of a distributed hydrological model against spatial observations. *Agricultural and Forest Meteorology*, 98-99: 257-277.
- Moussa, R.**, 2003. On morphometric properties of basins, scale effects and hydrological response. *Hydrological Processes*, 17: 33-58.
- Mualem, Y.**, 1976a. A catalogue of the hydraulic properties of unsaturated soils, *Technion Israel Institute of Technology*, Haifa, Israel, pp. 100.
- Mualem, Y.**, 1976b. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resources Research*, 12: 513-522.
- Nash, J.E. and Sutcliffe, J.V.**, 1970. River flow forecasting through conceptual models: 1. A discussion of principles. *Journal of Hydrology*, 10: 282-290.
- Neuman, S.P.**, 1973. Saturated-unsaturated seepage by finite elements, Proc. ASCE, J Hydraul., pp. 2233-2250.
- Nicholson, S.E.**, 1981. Rainfall and atmospheric circulation during drought periods and wetter years in West Africa. *Mon. Wea. Rev.*, 109: 2191-2208.
- Noilhan, J. and Planton, S.**, 1989. A simple parametrization of land surface processes for meteorological models. *Month. Weath. Rev.*, 117: 536-549.
- Olioso, A.**, 1992. Simulation des échanges d'énergie et de masse d'un couvert végétal dans le but de relier la transpiration et la photosynthèse aux mesures de réflectance et de température de surface., *Thèse de l'Université de Montpellier II*, pp. 254.
- Olioso, A., Braud, I., Chanzy, A., Courault, D., Demarty, J., Kergoat, L., Lewan, E., Otle, C., Prevot, L., Zhao, W., Calvet, J.C., Cayrol, P., Jongschaap, R., Moulin, S., Noilhan, J. and**

- Wigneron, J.P.**, 2002. SVAT modeling over the Alpilles-ReseDA experiment: comparing SVAT models over wheat fields. *Agronomie*, 22: 651-668.
- Olioso, A., Carlson, T.N. and Brisson, N.**, 1996. Simulation of diurnal transpiration and photosynthesis of a water stressed soybean crop. *Agricultural and Forest Meteorology*, 81: 41-59.
- ONU/WWAP (Nations Unies/Programme mondial pour l'évaluation des ressources en eau)**. 2003. *Le rapport mondial pour la mise en valeur des ressources en eau des Nations Unies : L'eau pour les hommes, l'eau pour la vie*. Paris, New York et Oxford, UNESCO (Organisation des Nations Unies pour l'Education, la Science et la Culture) et Berghahn Books.
- Oreskes, N., Shrader-Frechette, K. and Belitz, K.**, 1994. Verification, Validation and Confirmation of numerical models in the Earth Sciences. *Science*, 263: 641-646.
- Pan, L., Warrick, A.W. and Wierenga, P.J.**, 1996. Finite elements methods for modelling water flow in variably saturated porous media: numerical oscillation and mass distributed schemes. *Water Resources Research*, 32: 1883-1889.
- Parlange, J.-Y.**, 1975. On solving the flow equation in unsaturated soils by optimization: Horizontal infiltration. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 39: 415-418.
- Parlange, J.-Y., Haverkamp, R. and Touma, J.**, 1985. Infiltration under ponded conditions: 1. Optimal analytical solution and comparison with experimental observations. *Soil Science*, 139(4): 305-311.
- Perrin, C., Michel, C. and Andreassian, V.**, 2003. Improvement of a parsimonious model for streamflow simulation. *Journal of Hydrology*, 279(1-4): 275-289.
- Peuker, T.K. and Douglas, D.H.**, 1975. Detection of surface-specific points by local parallel processing of discrete terrain elevation data. *Comput. Graphics Image Process.*, 4: 375-387.
- Philip, J.R.**, 1973. On solving the unsaturated flow equation: 1. The flux-concentration relation. *Soil Science*, 117: 1-13.
- Prasad, R.**, 1988. A linear root water uptake model. *Journal of Hydrology*, 99: 297-306.
- Press, W.H., Vetterling, W.T., Teukolsky, S.A. and Flannery, B.P.**, 1996. Numerical Recipes in Fortran 90. Cambridge University Press, pp. 1486.
- Redinger, G.J., Campbell, G.S., Saxton, K.E. and Papendick, R.I.**, 1984. Infiltration rate of slot mulches: measurement and numerical simulation. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 48: 982-986.
- Refsgaard, J.C.**, 1997. Parametrisation, calibration and validation of distributed hydrological models. *Journal of Hydrology*, 198: 69-97.
- Refsgaard, J.C. and Henriksen, H.J.**, 2004. Modelling guidelines--terminology and guiding principles. *Advances in Water Resources*, 27(1): 71-82.
- Refsgaard, J.C. and Knudsen, J.**, 1996. Operational validation and intercomparison of different types of hydrological models. *Water Resources Research*, 32(7): 2189-2202.
- Refsgaard, J.C. and Storm, B.**, 1995. MIKE SHE. In: V.P. Singh (Editor), Computer Models of

- Watershed Hydrology. Water Resources Publications, Highlands Ranch, Colorado, pp. 809-846.
- Reggiani, P., Hassanizadeh, S.M., Sivapalan, M. and Gray, W.G.**, 1999. A unifying framework for watershed thermodynamics: Constitutive relationships. *Advances in Water Resources*, 23: 15-39.
- Reggiani, P. and Rientjes, T.H.M.**, 2004a. The Representative Elementary Watershed (REW) approach as alternative modelling blueprint: Application to a natural catchment. *Water Resources Research*, Submitted.
- Reggiani, P. and Rientjes, T.H.M.**, 2004b. A parsimonious procedure for the closure of groundwater fluxes within the Representative Elementary Watershed (REW) approach. *Water Resources Research*, Submitted.
- Reggiani, P., Sivapalan, M. and Hassanizadeh, S.M.**, 1998. A unifying framework for watershed thermodynamics: balance equations for mass, momentum, energy and entropy, and the second law of thermodynamics. *Advances in Water Resources*, 22(4): 367-398.
- Reggiani, P., Sivapalan, M. and Hassanizadeh, S.M.**, 2000. Conservation equations governing hillslope responses: Exploring the physical basis of water balance. *Water Resources Research*, 36(7): 1845-1863.
- Reggiani, P., Sivapalan, M., Hassanizadeh, S.M. and Gray, W.G.**, 2001. Coupled equations for mass and momentum balance in a stream network: theoretical derivation and computational experiments. *Royal Society Proceedings*, 457: 157-189.
- Richards, L.A.**, 1931. Capillary conduction of liquids through porous mediums. *Physics*, 1: 318-333.
- Ross, P.J.**, 1990. Efficient numerical method for infiltration using Richards' equation. *Water Resources Research*, 26(2): 279-290.
- Ross, P.J.**, 2003. Modeling soil water and solute transport - Fast, simplified numerical solutions. *Agronomy Journal*, 95: 1352-1361.
- Rosso, R.**, 1994. An introduction to spatially distributed modelling of basin response. In: R. Rosso, A. Peano, I. Becchi and G.A. Bemporad (Editors), *Advances in Distributed Hydrology*. Water Resources Publications, pp. 3-30.
- Rykiel, E.J.**, 1996. Testing ecological models: the meaning of validation. *Ecological Modelling*, 90(3): 229-244.
- Salvucci, G.D.**, 1993. An approximate solution for steady vertical flux of moisture through an unsaturated homogeneous soil. *Water Resources Research*, 29(11): 3749-3753.
- Sander, G.C., Parlange, J.-Y., Kühnel, V., Hogarth, W.L. and Lockington, D.**, 1988. Exact nonlinear solution for constant flux infiltration. *Journal of Hydrology*, 97: 341-346.
- Saulnier, G.-M.**, 1996. Information pédologique spatialisée et traitements topographiques améliorés dans la modélisation hydrologique par TOPMODEL, *Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble*.
- Séguis, L., Galle, S., Arjounin, M., Boubkraoui, S., Bouchez, J.-M., Braud, I., Cazenave, F.,**

- Depraetere, C., Gosset, M., Laurent, J.-P., Le Barbé, L., Malinur, F., Cappelaere, B., Favreau, G., Peugeot, C., Seidel, J.-L., Demarez, V., Le Dantec, V., Seghieri, J., Bariac, T., Biron, P., Richards, P., Afouda, A., Descloitres, M., Legchenko, A., Robain, H., Camerlynck, C., Ottlé, C., Zin, I., Zribi, M., Jacquin, F., Kamagate, B., Lawin, E., Le Lay, M., Varado, N. and Zahiri, E.P.**, 2004. Caractérisation des processus hydrologiques sur le super-site de la Donga. Haut bassin de l'Ouémé (Bénin), ORE AMMA-CATCH, Atelier Expérimentation et Instrumentation. INSU, Paris, 23-24 mars 2004.
- Seibert, B.**, 2004. Détermination des mailles élémentaires d'un modèle hydrologique spatialisé et obtention de variables d'entrée sur ces unités. Application au Haut-Bassin de la Saône, *PFE Ecole Supérieure des Géomètres et Topographes*, Le Mans, septembre 2004, pp.
- Shuttleworth, W.J. and Wallace, J.S.**, 1985. Evaporation from scarce crops - an energy combination theory. *Quart. J. R. Met. Soc.*, 111: 839-855.
- Simunek, J., Huang, K. and Van Genuchten, M.T.**, 1998. The HYDRUS code for simulating the one-dimensional movement of water, heat, and multiple solutes in variably-saturated media. Version 6.0., No. 144, *U.S. Salinity Laboratory, USDA, ARS*, Riverside, pp. 164.
- Sinclair, T.R. and Seligman, N.**, 2000. Criteria for publishing papers on crop modeling. *Field Crops Research*, 68: 165-172.
- Singh, V.P.**, 1995. Watershed modeling. In: V.P. Singh (Editor), *Computer Models of Watershed Hydrology*. Water Resources Publications, Highlands Ranch, Colorado, USA, pp. 1-22.
- Snell, J. and Sivapalan, M.**, 1995. Application of the meta-channel concept: construction of the meta-channel hydraulic geometry for a natural catchment. In: J.D. Kalma and M. Sivapalan (Editors), *Scale Issues in Hydrological modeling*. John Wiley and Sons, Ltd., Chichester, UK, pp. 241-261.
- Soria-Ugalde, J.M., Leij, F.J., Angulo-Jaramillo, R., Fuentes, C., Haverkamp, R. and Parlange, J.-Y.**, 2003. Aggregation scenarios to model water fluxes in watersheds with spatial change in soil texture, AGU Hydrology Days, February 2003, pp. 29.
- Sorooshian, S. and Gupta, H.V.**, 1983. Automatic calibration of conceptual rainfall-runoff models: the question of parameter observability and uniqueness. *Water Resources Research*, 19: 487-495.
- Speers, D.D.**, 1995. SSARR Model. In: V.P. Singh (Editor), *Computer Models of Watershed Hydrology*. Water Resources Publications, Highlands Ranch, Colorado, pp. 367-394.
- Strahler, A.N.**, 1957. Quantitative analysis of watershed geomorphology. *Transactions of the American Geophysical Union*, 38(6): 913-920.
- Sugawara, M.**, 1995. Tank Model. In: V.P. Singh (Editor), *Computer Models of Watershed Hydrology*. Water Resources Publications, Highlands Ranch, Colorado, pp. 165-214.
- Taconet, O., Bernard, R. and Vidal-Madjar, D.**, 1986. Evapotranspiration over an agricultural region using a surface flux/temperature model based on NOAA-AVHRR data. *J. Clim. Appl.*

Meteorol., 25: 284-307.

- Taconet, O., Oliosio, A., Ben Mehrez, M. and Brisson, N.**, 1995. Seasonal estimation of evaporation and stomatal conductance over a soybean field using surface IR temperatures. *Agricultural and Forest Meteorology*, 73: 321-337.
- Tarboton, D.G.**, 1997. A new method for the determination of flow directions and contributing areas in grid digital elevation models. *Water Resources Research*, 33(2): 309-319.
- Tarboton, D.G. and Shankar, U.**, 1998. The Identification and Mapping of Flow Networks from Digital Elevation Data, Invited Presentation at AGU Fall Meeting, San Francisco, December 6 to 10.
- Uhlenbrook, S., Roser, S. and Tilch, N.**, 2004. Hydrological process representation at the meso-scale: the potential of a distributed, conceptual catchment model. *Journal of Hydrology*, 291(3-4): 278-296.
- Van Dam, J.C. and Feddes, R.A.**, 2000. Numerical simulation of infiltration, evaporation and shallow groundwater levels with the Richards equation. *Journal of Hydrology*, 233: 72-85.
- Van Genuchten, M.T.**, 1980. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of saturated soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 44: 892-898.
- Vanderkwaak, J.E. and Loague, K.**, 2001. Hydrologic-response simulations for the R-5 catchment with a comprehensive physics-based model. *Water Resources Research*, 37(4): 999-1013.
- Vauclin, M., Elrick, D.E., Thony, J.L., Vachaud, G., Revol, P. and Ruelle, P.**, 1994. Hydraulic conductivity measurements of the spatial variability of a loamy soil. *Soil Technology*, 7: 181-195.
- Wagner, T., Boyle, D.P., Lees, M.J., Wheeler, H.S., Gupta, H.V. and Sorooshian, S.**, 2001. A framework for development and application of hydrological models. *Hydrology and Earth System Sciences*, 5(1): 13-26.
- Warrick, A.W.**, 1974. Time-dependent linearized infiltration. I. Point sources. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 38: 383-386.
- Western, A.W., Blöschl, G. and Grayson, R.B.**, 2001. Toward capturing hydrologically significant connectivity in spatial patterns. *Water Resources Research*, 37(1): 83-97.
- Wigmosta, M.S., Vail, L.W. and Lettenmaier, D.P.**, 1994. A distributed hydrology-vegetation model for complex terrain. *Water Resources Research*, 30(6): 1665-1679.
- Wigneron, J.P., Oliosio, A., Calvet, J.C. and Bertuzzi, P.**, 1999. Estimating root zone soil moisture from surface soil moisture data and soil-vegetation-atmosphere transfer modelling. *Water Resources Research*, 35(12): 3735-3745.
- Wood, E.F., Sivapalan, M., Beven, K. and Band, L.**, 1988. Effects of spatial variability and scale with implications to hydrologic modeling. *Journal of Hydrology*, 102(1-4): 29-47.
- Wubda, M.**, 2003. Reconnaissance géophysique du bassin versant d'Ara, *Mémoire de DESS de Géophysique Appliquée - Université Pierre et Marie Curie*, Paris, pp. 66.

- Yapo, P.O., Gupta, H.V. and Sorooshian, S.**, 1998. Multi-objective global optimization for hydrologic models. *Journal of Hydrology*, 204: 83-97.
- Zhang, X. and Lindström, G.**, 1997. Development of an automatic calibration scheme for the HBV hydrological model. *Hydrological Processes*, 11: 1671-1682.
- Zhu, J. and Mohanty, P.**, 2002. Analytical solutions for steady state vertical infiltration. *Water Resources Research*, 38(8): 20-1 20-5.
- Zienkiewicz, O.C. and Pareck, C.J.**, 1970. Transient field problems: two-dimensional analysis by isoparametric finite element. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 2: 61-71.
- Zin, I.**, 2002. Incertitudes et ambiguïté dans la modélisation hydrologique, *Institut National Polytechnique de Grenoble*, Grenoble, pp. 200.
- Zribi, M., Zin, I. and Le Hégarat, S.**, 2003. Caractérisation des états de surfaces continentales par télédétection spatiale dans le cadre d'AMMA, Atelier de Modélisation de l'Atmosphère, 3 au 5 décembre 2003, Toulouse, France.

ANNEXE I : Obtention des équations moyennes pour le modèle REW-v4.0

Je présente dans cette annexe les principes d'obtention des équations générales à l'échelle du REW. L'approche de Reggiani et al. (1998, 1999) se base sur la théorie d'Hassanizadeh et Gray (1979a, 1979b, 1980). Seules les équations importantes pour l'application du modèle REW-v4.0 sont présentées ici, c'est-à-dire l'équation de conservation de la masse et l'équation de conservation de la quantité de mouvement. La première de ces équations permet de déterminer les variables géométriques des différentes zones (épaisseur ou altitude moyenne). La seconde permet de déterminer la vitesse moyenne de la zone considérée.

L'intégration de l'équation de conservation locale est faite sur l'ensemble du volume d'une zone donnée, ce qui peut être écrit :

$$\text{Éq. 157} \quad \frac{d}{dt} \int_{V^*} \rho \psi dV + \int_{A^*} \vec{n}^* \cdot [\rho(\vec{v} - \vec{w}^*)\psi - \vec{i}] dA - \int_{V^*} \rho f dV = \int_{V^*} G dV$$

où ψ est la variable calculée, V^* est le volume d'intégration, A^* est la frontière du volume, \vec{n}^* est le vecteur normal à A^* pointant vers l'extérieur, \vec{v} est la vitesse dans le continuum, \vec{w}^* est la vitesse à la frontière A^* , \vec{i} est un flux diffusif, ρ est la masse volumique du continuum, f est un apport externe de ψ et G est une production interne de ψ .

Les deux variables calculées par l'équation de conservation de la masse et de la quantité de mouvement sont respectivement la hauteur et la vitesse de l'eau dans les différentes zones. En intégrant l'Éq. 157 sur un pas de temps de durée $2\Delta t$, on peut définir les caractéristiques géométriques moyennes des différentes zones.

Ainsi l'épaisseur moyenne de la zone j, y^j , est définie par :

$$\text{Éq. 158} \quad y^j = \frac{1}{2\Delta t \omega^j \Sigma} \int_{t-\Delta t}^{t+\Delta t} \int_{V_j} dV d\tau \quad j = u, s, c, o, r$$

où Σ est l'aire projetée du REW, ω^j est la fraction de surface occupée par la zone j .

Pour chaque zone, trois phases peuvent être considérées : l'eau liquide, la matrice solide et la phase gazeuse de l'eau. Pour la rivière, la surface saturée et la surface non saturée (zones R, O et C), seule la phase liquide est présente. Pour la zone non saturée (zone S), l'eau liquide et la matrice solide

sont considérées. Pour la zone non saturée (zone U), les trois phases sont présentes. Une masse volumique moyenne peut alors être définie pour chaque zone :

$$\text{Éq. 159} \quad \langle \rho_\alpha^j \rangle y^j = \frac{1}{2\Delta t \varepsilon_\alpha^j \omega^i \Sigma} \int_{t-\Delta t}^{t+\Delta t} \int_{V_\alpha^j} \rho dV d\tau \quad j = u, s, c, o, r$$

où ε_α^j est la fraction moyenne du volume occupée par la phase α dans la zone j .

$$\text{Éq. 160} \quad \varepsilon_\alpha^j = \frac{1}{2\Delta t y^j \omega^i \Sigma} \int_{t-\Delta t}^{t+\Delta t} \int_{V_\alpha^j} \gamma_\alpha^j dV d\tau \quad j = u, s$$

où γ_α^j est la fonction de distribution de la phase α dans la zone j .

Pour finir, la valeur moyenne de la variable ψ peut alors être définie par⁶ :

$$\text{Éq. 161} \quad \psi_\alpha^j = \frac{1}{2\Delta t y^j \omega^i \Sigma} \int_{t-\Delta t}^{t+\Delta t} \int_{V_\alpha^j} \rho \psi \gamma_\alpha^j dV d\tau \quad j = u, s$$

Pour la rivière, seule la phase liquide est considérée. La valeur moyenne de ψ s'écrit alors :

$$\text{Éq. 162} \quad \bar{\psi}^r = \frac{1}{2\Delta t \langle \rho \rangle^r m^r l^r \Sigma} \int_{t-\Delta t}^{t+\Delta t} \int_{V_\alpha^j} \rho \psi dV d\tau$$

où m^r est la section en travers moyenne (sur le pas de temps), l^r , est la longueur moyenne du brin de rivière (dans le temps).

L'application de cette procédure d'intégration à l'équation de conservation de la masse est faite en prenant $\psi=1$, $\vec{i} = \vec{f} = \vec{G} = 0$, dans l'Éq. 157, ce qui conduit à :

$$\text{Éq. 163} \quad \frac{d}{dt} (\rho_\alpha^j V_\alpha^j) = \sum_{i \neq j} e_\alpha^{ij}$$

où e_α^{ij} est le terme moyen d'échange de masse, pour la phase α , entre la zone i et la zone j . Ce terme d'échange est donc valable à l'échelle du REW. Il est défini par :

⁶ Note : Les définitions ci-dessus supposent implicitement que la valeur moyenne d'un produit peut s'exprimer comme le produit des valeurs moyennes.

$$\text{Éq. 164} \quad e_{\alpha}^{ij} = \frac{1}{2\Delta t \Sigma} \int_{t-\Delta t}^{t+\Delta t} \int_{A_{\alpha}^{ij}} \bar{n}^{ij} \cdot [\rho(\bar{w}^{ij} - \bar{v})] dAd\tau$$

où :

$$\text{Éq. 165} \quad \bar{A}_{\alpha}^{ij} = \frac{1}{2\Delta t \Sigma} \int_{t-\Delta t}^{t+\Delta t} \int_{A_{\alpha}^{ij}} \bar{n}^{ij} dAd\tau$$

L'application de la procédure d'intégration à l'équation de conservation de la quantité de mouvement se fait en prenant $\psi = \bar{v}$, $\vec{i} = \vec{t}$, $f = \vec{g}$, $G=0$ dans l'Éq. 157, ce qui conduit à :

$$\text{Éq. 166} \quad \frac{d}{dt} (\rho_{\alpha}^j V_{\alpha}^j \bar{v}^j) = \sum_{i \neq j} [e_{\alpha}^{ij} \bar{v}_{\alpha}^j] + T_{\alpha}^{ij} - \frac{1}{2\Delta t} \int_{t-\Delta t}^{t+\Delta t} \int_{A_{\alpha}^{ij}} (\phi - \phi_o) \bar{n}^{ij} dAd\tau$$

où \bar{T}_{α}^{ij} est le terme moyen d'échange de quantité de mouvement, pour la phase α , entre les zones i et j . Ce terme est valable à l'échelle du REW. Le terme de gravité a été exprimé comme une fonction du potentiel gravitationnel.

$$\text{Éq. 167} \quad \bar{T}_{\alpha}^{ij} = \frac{1}{2\Delta t \Sigma} \int_{t-\Delta t}^{t+\Delta t} \int_{A_{\alpha}^{ij}} \bar{n}^{ij} \cdot [\vec{t} - \rho(\bar{w}^{ij} - \bar{v})] dAd\tau$$

Un potentiel gravitationnel moyen peut être défini par :

$$\text{Éq. 168} \quad (\phi_{\alpha}^{ij} - \phi_o^{ij}) \int_{t-\Delta t}^{t+\Delta t} \int_{A_{\alpha}^{ij}} dAd\tau = \int_{t-\Delta t}^{t+\Delta t} \int_{A_{\alpha}^{ij}} (\phi - \phi_o) dAd\tau$$

Ce qui conduit à l'écriture de l'Éq. 166 sous la forme :

$$\text{Éq. 169} \quad \frac{d}{dt} (\rho_{\alpha}^j V_{\alpha}^j \bar{v}^j) = \sum_{i \neq j} [e_{\alpha}^{ij} \bar{v}_{\alpha}^j] + T_{\alpha}^{ij} - \rho_{\alpha}^j (\phi_{\alpha}^{ij} - \phi_o^{ij}) \bar{A}_{\alpha}^{ij}$$

Ainsi, la procédure d'intégration dans le temps et dans l'espace permet d'écrire les équations de conservation sous la forme synthétique suivante :

$$\text{Éq. 170} \quad \frac{d\psi}{dt} = \sum_{i \neq j} \begin{cases} e_{\alpha}^{ij} \\ \bar{T}_{\alpha}^{ij} \end{cases} + F + G$$

où ψ est soit la masse soit le moment, e_{α}^{ij} et \vec{T}_{α}^{ij} sont les termes d'échange valables à l'échelle du REW (respectivement de masse et de quantité de mouvement), entre les zones i et j et pour la phase α . F et G sont des productions interne et externe à l'échelle du REW. Pour plus de simplicité dans le corps du mémoire, nous omettrons la référence à la phase α .

ANNEXE II : Distribution des propriétés hydrodynamiques des sols

Avec un découpage à l'ordre 2 :

REW	K _s calé	1.00E-05 (m.s ⁻¹)	θ _s calé	0.03	λ
	α K _s	K _s	α θ _s	θ _s	
1	1.28	1.28E-05	1.07	0.0322	0.23
2	1.52	1.52E-05	1.11	0.0332	0.26
3	1.73	1.73E-05	1.13	0.0338	0.24
4	1.73	1.73E-05	1.13	0.0338	0.23
5	1.73	1.73E-05	1.13	0.0338	0.25
6	1.73	1.73E-05	1.13	0.0338	0.26
7	1.73	1.73E-05	1.13	0.0338	0.24
8	1.23	1.23E-05	1.08	0.0323	0.30
9	0.65	6.48E-06	0.97	0.0292	0.26
10	0.65	6.48E-06	0.97	0.0292	0.30
11	0.75	7.52E-06	0.98	0.0293	0.31
12	1.04	1.04E-05	0.99	0.0296	0.27
13	1.04	1.04E-05	0.99	0.0296	0.32
14	1.00	9.98E-06	0.98	0.0295	0.24
15	0.92	9.20E-06	0.99	0.0296	0.31
16	1.04	1.04E-05	0.99	0.0296	0.31
17	1.04	1.04E-05	0.99	0.0296	0.30
18	1.04	1.04E-05	0.99	0.0296	0.32
19	0.91	9.13E-06	0.99	0.0298	0.29
20	0.89	8.85E-06	1.00	0.0299	0.29
21	0.89	8.85E-06	1.00	0.0299	0.33
22	0.89	8.85E-06	1.00	0.0299	0.28
23	0.95	9.50E-06	0.99	0.0297	0.31
24	0.89	8.85E-06	1.00	0.0299	0.33
25	0.93	9.30E-06	0.99	0.0298	0.33
26	0.89	8.85E-06	1.00	0.0299	0.31
27	0.89	8.85E-06	1.00	0.0299	0.36
28	0.93	9.26E-06	0.99	0.0298	0.33
29	0.93	9.31E-06	0.99	0.0298	0.28
30	1.18	1.18E-05	0.95	0.0286	0.31
31	1.04	1.04E-05	0.99	0.0296	0.30
32	1.04	1.04E-05	0.99	0.0296	0.30
33	0.96	9.60E-06	0.99	0.0297	0.29
34	0.89	8.85E-06	1.00	0.0299	0.33
35	0.89	8.85E-06	1.00	0.0299	0.29
36	0.89	8.85E-06	1.00	0.0299	0.35
37	0.89	8.92E-06	0.99	0.0298	0.31
38	1.04	1.04E-05	0.99	0.0296	0.33
39	0.93	9.31E-06	0.99	0.0298	0.28
40	0.89	8.85E-06	1.00	0.0299	0.33
41	0.90	8.97E-06	0.99	0.0298	0.36
42	1.16	1.16E-05	0.94	0.0282	0.33

43	0.89	8.85E-06	1.00	0.0299	0.28
44	0.92	9.22E-06	0.99	0.0298	0.29
45	1.04	1.04E-05	0.99	0.0296	0.31
46	1.00	9.96E-06	0.99	0.0296	0.30
47	1.04	1.04E-05	0.99	0.0296	0.38
48	0.93	9.25E-06	0.99	0.0298	0.27
49	0.89	8.85E-06	1.00	0.0299	0.31
50	0.89	8.85E-06	1.00	0.0299	0.33
51	0.89	8.85E-06	1.00	0.0299	0.41
52	0.89	8.89E-06	0.99	0.0298	0.29
53	0.90	9.04E-06	0.99	0.0297	0.31
54	0.98	9.85E-06	0.97	0.0291	0.33
55	0.91	9.10E-06	0.99	0.0297	0.42
56	0.92	9.23E-06	0.98	0.0295	0.28
57	0.95	9.53E-06	0.98	0.0294	0.32
58	1.05	1.05E-05	0.98	0.0295	0.32
59	0.89	8.85E-06	1.00	0.0299	0.30
60	0.89	8.85E-06	1.00	0.0299	0.31
61	0.96	9.64E-06	0.99	0.0297	0.28
62	0.93	9.30E-06	0.99	0.0296	0.31
63	0.89	8.85E-06	1.00	0.0299	0.31
64	0.91	9.09E-06	0.99	0.0298	0.31
65	1.15	1.15E-05	0.95	0.0286	0.32
66	1.05	1.05E-05	0.98	0.0295	0.34
67	1.04	1.04E-05	0.99	0.0296	0.38
68	1.08	1.08E-05	0.98	0.0293	0.26
69	1.04	1.04E-05	0.99	0.0296	0.27
70	1.30	1.30E-05	0.93	0.0279	0.34
71	1.26	1.26E-05	0.94	0.0281	0.34
72	1.15	1.15E-05	0.96	0.0287	0.32
73	1.12	1.12E-05	0.96	0.0288	0.28
74	1.24	1.24E-05	0.94	0.0282	0.31
75	1.00	1.00E-05	0.99	0.0296	0.28
76	1.31	1.31E-05	0.93	0.0279	0.28
77	1.24	1.24E-05	0.94	0.0281	0.28
78	0.92	9.24E-06	0.99	0.0298	0.31
79	0.77	7.69E-06	0.96	0.0289	0.29
80	0.97	9.68E-06	0.99	0.0297	0.30
81	0.89	8.85E-06	1.00	0.0299	0.34
82	0.89	8.85E-06	1.00	0.0299	0.33
83	1.04	1.04E-05	0.99	0.0296	0.25
84	0.98	9.81E-06	0.99	0.0297	0.33
85	0.89	8.93E-06	0.99	0.0298	0.29
86	0.89	8.85E-06	1.00	0.0299	0.31
87	0.89	8.85E-06	1.00	0.0299	0.37
88	0.89	8.88E-06	0.99	0.0298	0.26
89	0.94	9.35E-06	0.99	0.0297	0.33
90	1.00	9.96E-06	0.99	0.0296	0.31
91	1.00	1.00E-05	0.99	0.0296	0.35
92	0.66	6.63E-06	0.97	0.0291	0.32
93	0.68	6.81E-06	0.97	0.0290	0.29
94	0.74	7.45E-06	0.98	0.0294	0.44
95	1.10	1.10E-05	1.07	0.0321	0.29

96	1.73	1.73E-05	1.13	0.0338	0.41
97	1.41	1.41E-05	1.09	0.0328	0.34
98	1.37	1.37E-05	1.09	0.0326	0.36
99	1.73	1.73E-05	1.13	0.0338	0.35
100	1.05	1.05E-05	1.03	0.0310	0.29
101	1.25	1.25E-05	1.07	0.0321	0.27
102	1.59	1.59E-05	1.11	0.0334	0.36
103	1.73	1.73E-05	1.13	0.0338	0.36
104	1.66	1.66E-05	1.12	0.0337	0.43
105	0.67	6.75E-06	0.98	0.0294	0.30
106	0.69	6.88E-06	0.96	0.0289	0.41
107	1.42	1.42E-05	0.90	0.0271	0.44
108	0.90	9.03E-06	0.93	0.0280	0.33
109	0.65	6.48E-06	0.97	0.0292	0.44
110	0.99	9.91E-06	1.05	0.0316	0.25
111	1.57	1.57E-05	1.12	0.0335	0.28
112	1.73	1.73E-05	1.13	0.0338	0.32
113	1.73	1.73E-05	1.13	0.0338	0.25
114	1.13	1.13E-05	1.05	0.0315	0.24
115	1.14	1.14E-05	1.05	0.0316	0.27
116	1.31	1.31E-05	1.08	0.0324	0.24
117	1.73	1.73E-05	1.13	0.0338	0.23

Avec un découpage à l'ordre 3 :

REW	$\overline{K}_{s\ BV}$	5.00E-06(m.s ⁻¹)	$\overline{\theta}_{s\ BV}$	0.03	λ
	α_{REW}	$\overline{K}_{s\ REW}$	α_{REW}	$\overline{\theta}_{s\ REW}$	
1	1.56	7.80E-06	1.11	0.0333	0.31
2	1.73	8.64E-06	1.13	0.0338	0.31
3	1.67	8.37E-06	1.12	0.0337	0.32
4	1.73	8.64E-06	1.13	0.0338	0.30
5	0.88	4.42E-06	1.01	0.0303	0.30
6	1.00	4.99E-06	0.98	0.0295	0.31
7	0.98	4.88E-06	0.97	0.0291	0.30
8	0.91	4.57E-06	0.99	0.0298	0.28
9	0.92	4.62E-06	0.99	0.0298	0.29
10	0.91	4.55E-06	0.99	0.0298	0.32
11	1.21	6.05E-06	0.95	0.0284	0.30
12	0.91	4.56E-06	0.99	0.0298	0.31
13	0.89	4.43E-06	1.00	0.0299	0.33
14	0.99	4.95E-06	0.98	0.0293	0.36
15	0.94	4.71E-06	0.99	0.0296	0.38
16	0.93	4.66E-06	0.99	0.0297	0.35
17	1.14	5.71E-06	0.96	0.0287	0.29
18	0.92	4.58E-06	0.99	0.0298	0.26
19	0.93	4.64E-06	0.99	0.0298	0.26
20	1.41	7.05E-06	1.09	0.0328	0.33
21	1.18	5.92E-06	1.06	0.0318	0.35
22	0.99	4.97E-06	1.01	0.0304	0.30
23	1.24	6.18E-06	1.07	0.0320	0.33

ANNEXE III : Paramètre p reliant le pourcentage de surface saturée à la hauteur de nappe

Avec un découpage à l'ordre 2 :

REW	p	REW	p	REW	p
1	0.47	41	0.88	81	0.85
2	0.74	42	0.98	82	0.82
3	0.24	43	0.69	83	0.66
4	0.39	44	1.01	84	0.54
5	0.31	45	0.82	85	0.26
6	0.68	46	0.25	86	1.23
7	0.80	47	1.88	87	1.02
8	0.38	48	0.51	88	0.72
9	0.22	49	0.63	89	0.65
10	0.17	50	0.32	90	0.89
11	0.36	51	0.76	91	0.67
12	0.22	52	0.88	92	1.09
13	0.46	53	1.03	93	0.95
14	1.09	54	0.99	94	0.66
15	0.54	55	1.23	95	0.82
16	0.59	56	0.62	96	0.90
17	1.18	57	0.72	97	1.20
18	0.21	58	1.05	98	0.92
19	0.21	59	0.85	99	0.66
20	0.35	60	0.22	100	2.09
21	0.18	61	0.68	101	1.97
22	0.51	62	0.57	102	0.99
23	1.02	63	0.32	103	1.45
24	1.22	64	0.27	104	0.31
25	0.94	65	0.25	105	0.41
26	0.47	66	0.13	106	0.50
27	0.51	67	0.02	107	0.60
28	1.23	68	0.24	108	0.69
29	0.99	69	0.19	109	0.58
30	0.72	70	0.87	110	1.16
31	0.08	71	1.30	111	0.78
32	0.06	72	1.22	112	1.24
33	0.16	73	0.47	113	0.17
34	0.19	74	0.80	114	0.66
35	0.19	75	0.28	115	0.85
36	0.27	76	1.08	116	0.71
37	0.69	77	0.62	117	0.97
38	0.75	78	1.55		
39	0.37	79	1.43		
40	0.64	80	0.36		

Avec un découpage à l'ordre 3 :

REW	p
1	0.64
2	0.24
3	0.53
4	0.68
5	0.74
6	1.09
7	0.57
8	0.21
9	0.80
10	0.63
11	0.60
12	0.19
13	0.48
14	0.74
15	0.77
16	0.52
17	0.40
18	0.66
19	1.12
20	1.34
21	1.48
22	0.95
23	1.00

ANNEXE IV : Dérivation des équations utilisées pour la solution analytique de Parlange et al. (1985) et Haverkamp et al. (1990).

La forme générale de l'équation d'infiltration est la suivante :

$$\text{Éq. 171} \quad I - K_0 t = z_s [\theta_s - \theta_0] + \frac{S^2(\theta_0, \theta_s)}{2\beta(\theta_0, \theta_s)(K_s - K_0)} \ln \left[1 + \beta(\theta_0, \theta_s) \frac{K_s - K_0}{q_1 - K_s} \right]$$

Dans des conditions initiales sèches, l'Éq. 171 se simplifie comme suit :

$$\text{Éq. 172} \quad I = \frac{S^2}{2\beta K_s} \ln \left(1 + \frac{\beta}{\frac{q}{K_s} - 1} \right)$$

On peut écrire sous forme adimensionnelle l'Éq. 172:

$$\text{Éq. 173} \quad I^* = \frac{1}{\beta} \ln \left(1 + \frac{\beta}{q^* - 1} \right)$$

$$I^* = \alpha_I I \quad \text{avec} \quad \alpha_I = \frac{2K_s}{S^2}$$

$$\text{avec Éq. 174} \quad t^* = \alpha_t t \quad \text{avec} \quad \alpha_t = \frac{2K_s^2}{S^2}$$

$$q^* = \alpha_q q \quad \text{avec} \quad \alpha_q = \frac{1}{K_s}$$

Pour obtenir l'infiltration cumulée en fonction du temps, plusieurs manipulations sont nécessaires.

La dérivation de l'Éq. 172 selon le temps permet d'écrire le flux de surface :

$$\text{Éq. 175} \quad \frac{dI}{dt} = q = \frac{S^2}{2\beta K_s} \frac{d}{dq} \left[\ln \left(1 + \frac{\beta}{\frac{q}{K_s} - 1} \right) \right] \frac{dq}{dt}$$

$$\text{ou} \quad q = \frac{-S^2}{2K_s^2} \left(\frac{1}{\left(\frac{q}{K_s} - 1 \right) \left(\frac{q}{K_s} - 1 + \beta \right)} \right) \frac{dq}{dt}$$

L'Éq. 175 peut s'écrire sous forme adimensionnelle :

$$\text{Éq. 176} \quad q^* = -\frac{S^2}{2K_s} \frac{1}{(q^*-1)(q^*-1+\beta)} \frac{dq^*}{dt^*}$$

L'intégration de l'Éq. 176 conduit à:

$$\begin{aligned} \text{Éq. 177} \quad \frac{2K_s^2}{S^2} t &= \int_0^{q^*} \frac{dq^*}{q^*(q^*-1+\beta)} - \int_0^{q^*} \frac{dq^*}{(q^*-1)(q^*-1+\beta)} \\ &= \frac{1}{1-\beta} \ln\left(\frac{q^*-1+\beta}{q^*}\right) + \frac{1}{\beta} \ln\left(1+\frac{\beta}{q^*-1}\right) \\ &= \frac{1}{\beta(1-\beta)} \ln\left(1+\frac{\beta}{q^*-1}\right) - \frac{1}{1-\beta} \ln\left(1+\frac{1}{q^*-1}\right) \end{aligned}$$

La combinaison des équations Éq. 172et Éq. 177 conduit alors à :

$$\text{Éq. 178} \quad I = (1-\beta)K_s t + \frac{S^2}{2K_s} \ln\left(1+\frac{1}{q^*-1}\right)$$

Et sous forme adimensionnelle :

$$\text{Éq. 179} \quad I^* = (1-\beta)t^* + \ln\left(1+\frac{1}{q^*-1}\right)$$

Pour obtenir l'infiltration cumulée en fonction du temps seul, l'Éq. 173 doit être réécrite sous la forme :

$$\text{Éq. 180} \quad q^* = \frac{\exp(\beta I^*) - 1 + \beta}{\exp(\beta I^*) - 1}$$

L'intégration de l'équation ci-dessus conduit à :

$$\begin{aligned} \text{Éq. 181} \quad t^* &= \int_0^{I^*} \frac{\exp(\beta I^*) - 1}{\exp(\beta I^*) - 1 + \beta} dI^* \\ &= I^* - \frac{1}{1-\beta} \ln\left(\frac{\exp(\beta I^*) - 1 + \beta}{\beta \exp(\beta I^*)}\right) \\ &= \frac{1}{1-\beta} \left(I^* - \ln\left(\frac{\exp(\beta I^*) - 1 + \beta}{\beta}\right) \right) \end{aligned}$$

Nous avons ainsi à notre disposition trois équations donnant: l'infiltration cumulée en fonction du flux de surface seul (Éq. 173), l'infiltration cumulée en fonction du temps et du flux de surface (Éq. 179) et enfin le temps en fonction de l'infiltration (Éq. 181).

DETERMINATION DES COEFFICIENTS $S(\theta_0, \theta_s)$ ET $\beta(\theta_0, \theta_s)$ POUR LE MODELE DE BROOKS ET COREY (1964).

Il nous reste alors à déterminer β et S^2 pour le modèle de Brooks et Corey (1964). Nous rappelons ci-dessous leur expression :

$$\text{Éq. 182} \quad \frac{\theta}{\theta_s} = \left(\frac{h}{h_e} \right)^{-\lambda} \quad \frac{K}{K_s} = \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^\eta, \quad h < h_e$$

$$= 1, \quad = 1, \quad h \geq h_e$$

où h_e est la pression d'entrée d'air. Les paramètres θ_s , K_s et h_e sont des paramètres d'échelle alors que les paramètres adimensionnels λ et η définissent la forme de la courbe de rétention et de la courbe de conductivité.

En 1975, Parlange propose une bonne approximation de la sorptivité :

$$\text{Éq. 183} \quad S^2(\theta_0, \theta_s) = 2 \int_{\theta_0}^{\theta_s} (\theta_s + \theta - 2\theta_0) D(\theta) d\theta$$

où $D(\theta)$ est la diffusivité. Cette intégrale doit être évaluée en deux temps afin de tenir compte de la singularité du modèle de Brooks et Corey en $h=h_e$.

$$\text{Éq. 184} \quad S^2(\theta_0, \theta_s) = 2 \int_{h_e}^0 (\theta_s - \theta_0) K_s dh + \int_{h_0}^{h_e} (\theta_s + \theta - 2\theta_0) K(h) dh$$

L'hypothèse d'un profil initialement sec permet de simplifier l'Éq. 184.

$$\text{Éq. 185} \quad S^2(0, \theta_s) = 2\theta_s |h_e| K_s + \theta_s^2 \int_0^1 (1 + \theta^*) D(\theta^*) d\theta^*$$

avec $\text{Éq. 186} \quad D(\theta^*) = -\frac{h_e K_s}{\lambda \theta_s} \theta^{*\eta - \frac{1}{\lambda} - 1}$

si l'on définit θ^* comme le degré de saturation, soit le rapport $\frac{\theta}{\theta_s}$.

L'intégration de l'Éq. 185 conduit à :

$$\text{Éq. 187} \quad S^2 = C_{Sbc} \theta_s |h_e| K_s$$

où l'on définit : **Éq. 188**
$$C_{Sbc} = 2 + \frac{1}{\lambda\eta - 1} + \frac{1}{\lambda\eta - 1 + \lambda}$$

Pour déterminer le paramètre β , on introduit le paramètre μ de la façon suivante :

$$\text{Éq. 189} \quad \mu = \frac{\int_{\theta}^{\theta_s} \frac{\bar{\theta} - \theta_0}{F(\bar{\theta})} D(\bar{\theta}) d\bar{\theta}}{\int_{\theta_0}^{\theta_s} \frac{\bar{\theta} - \theta_0}{F(\bar{\theta})} D(\bar{\theta}) d\bar{\theta}} = \frac{2}{S^2(\theta_0, \theta_s)} \int_{\theta}^{\theta_s} \frac{\bar{\theta} - \theta_0}{F(\bar{\theta})} D(\bar{\theta}) d\bar{\theta}$$

Le concept de proportionnalité des conductivités introduit par Haverkamp et al. (1990) s'exprime de la façon suivante :

$$\text{Éq. 190} \quad \frac{K - K_0}{K_s - K_0} = F(\theta, t) \left\{ 1 - \beta(\theta_0, \theta_s) \frac{\int_{\theta}^{\theta_s} \frac{\bar{\theta} - \theta_0}{F(\bar{\theta})} D(\bar{\theta}) d\bar{\theta}}{\int_{\theta_0}^{\theta_s} \frac{\bar{\theta} - \theta_0}{F(\bar{\theta})} D(\bar{\theta}) d\bar{\theta}} \right\}$$

où F est le flux de concentration.

La combinaison des deux équations précédentes, dans le cas d'un profil initialement sec, donne alors l'équation à résoudre pour la détermination de β .

$$\text{Éq. 191} \quad \frac{K}{K_s} \times \frac{1}{F} = (1 - \beta\mu)$$

L'intégration de l'équation précédente avec $\frac{d\mu}{d\theta} = -\frac{2}{S^2} \frac{\theta}{F} D(\theta)$ conduit à :

$$\text{Éq. 192} \quad \int_0^{\theta_s} \frac{K(\theta)}{K_s} \frac{\theta}{F^2(\theta)} D(\theta) d\theta = \frac{1}{2} S^2 \left(1 - \frac{\beta}{2} \right)$$

Comme pour la sorptivité, on écrit la partie gauche de l'Éq. 192 en deux intégrales pour tenir compte des deux parties de la courbe de rétention. Après cette intégration, elle devient :

$$\text{Éq. 193} \quad \frac{1}{2} S^2 \left(1 - \frac{\beta}{2} \right) = -\theta_s |h_e| K_s \left(1 + \frac{1}{2\lambda\eta - \lambda - 1} \right)$$

Ainsi β s'exprime de la façon suivante :

$$\text{Éq. 194} \quad \beta = 2 \left(1 - 2 \frac{C_{\beta bc}}{C_{Sbc}} \right)$$

$$\text{Avec Éq. 195} \quad C_{\beta bc} = 1 + \frac{1}{2\lambda\eta - \lambda - 1}$$

Annexe V : Développement de la solution analytique proposée par Haverkamp (communication personnelle) décrivant le profil des teneurs en eau pour le modèle de Brooks et Corey (1964)

Commençons par écrire l'équation de continuité.

$$\text{Éq. 196} \quad \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)_z = - \left(\frac{\partial q}{\partial z} \right)_\theta$$

où θ est la teneur en eau volumique, z est la profondeur positive vers le bas, t est le temps et q est le flux dans le profil. Ce flux est donné par l'équation de Darcy :

$$\text{Éq. 197} \quad q(z, t) = -K \left(\frac{dh}{dz} - 1 \right)$$

qui s'écrit aussi :

$$\text{Éq. 198} \quad q(z, t) = K - D \frac{d\theta}{dz}$$

avec $D = -K \frac{dh}{d\theta}$, la diffusivité.

La combinaison des équations Éq. 196 et Éq. 198 conduit à la classique équation de Fokker-Planck :

$$\text{Éq. 199} \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - \frac{\partial K}{\partial z}$$

L'objectif est de résoudre cette équation avec des conditions initiales et aux limites particulières. Nous nous sommes donnés ces conditions sous la forme :

$$\text{Éq. 200} \quad \begin{array}{lll} \theta = \theta_0 & \forall z & t \leq 0 \\ \theta = \theta_s \text{ et } h_{surf} = 0 & z = 0 & \forall t \end{array}$$

La condition initiale est donc uniforme.

Nous utilisons une propriété des fonctions de plusieurs variables :

$$\text{Éq. 201} \quad \left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)_\theta = - \left(\frac{\partial z}{\partial \theta} \right)_t \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)_z$$

L'équation précédente permet de transformer l'équation de Fokker-Planck :

$$\text{Éq. 202} \quad \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) = \frac{\partial K}{\partial \theta}$$

L'intégration de l'équation précédente entre θ et θ_0 conduit à :

$$\text{Éq. 203} \quad \frac{\partial}{\partial t} \int_{\theta_0}^{\theta} z d\bar{\theta} + \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}} \left(D(\bar{\theta}) \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \right) d\bar{\theta} = K(\theta) - K_0$$

Du fait de la condition initiale uniforme, $D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{\theta_0} = 0$, et l'Éq. 203 devient :

$$\text{Éq. 204} \quad \frac{\partial}{\partial t} \int_{\theta_0}^{\theta} z d\bar{\theta} + D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} = K(\theta) - K_0$$

Il vient alors :

$$\text{Éq. 205} \quad \frac{\partial z(\theta, t)}{\partial \theta} = \frac{D(\theta)}{[K(\theta) - K_0] - \frac{\partial}{\partial t} \int_{\theta_0}^{\theta} z(\bar{\theta}) d\bar{\theta}}$$

L'intégration de l'Éq. 205 entre θ et θ_s conduit à :

$$\text{Éq. 206} \quad z(t) = z_s - \int_{\theta}^{\theta_s} \frac{D(\bar{\theta}) d\bar{\theta}}{[K(\bar{\theta}) - K_0] - \frac{\partial}{\partial t} \int_{\theta_0}^{\bar{\theta}} z(\bar{\theta}) d\bar{\theta}}$$

z_s est ici choisi comme un niveau de référence imaginaire qui sépare la zone saturée et la zone non saturée. Ceci devient important surtout lorsque $h_0 > 0$.

Pour la résolution de l'intégrale, nous introduisons le concept de flux de concentration (Philip, 1973)

$$\text{Éq. 207} \quad F(\theta, t) = \frac{q(\theta, t) - q(\theta_0, t)}{q(\theta_s, t) - q(\theta_0, t)} = \frac{q_z - K_0}{q_1(t) - K_0}$$

où F est le flux de concentration, q_z est le flux dans le profile, q_1 est le flux à la surface et K_0 est la conductivité hydraulique pour la teneur en eau initiale θ_0 . Notons que F est une fonction de θ et du

temps. Lorsque le temps augmente, F tends de plus en plus vers $\frac{\theta - \theta_0}{\theta_s - \theta_0} = \theta^*$.

L'Éq. 207 peut également s'écrire :

$$\text{Éq. 208} \quad q_z - K_0 = F(\theta, t)[q_1(t) - K_0]$$

La combinaison de l'équation précédente et de l'équation de continuité conduit après intégration entre θ_0 et θ à :

$$\text{Éq. 209} \quad \frac{\partial}{\partial t} \int_{\theta_0}^{\theta} z(\bar{\theta}) d\bar{\theta} = F(\theta, t)[q_1(t) - K_0]$$

La substitution de l'Éq. 209 dans l'équation Éq. 206 permet d'écrire l'équation de base à résoudre pour décrire l'évolution du profil des teneurs en eau.

$$\text{Éq. 210} \quad z(\theta, t) = z_s - \int_{\theta}^{\theta_s} \frac{D(\bar{\theta}) d\bar{\theta}}{[K(\bar{\theta}) - K_0] - F(\bar{\theta}, t)[q_1(t) - K_0]}$$

En intégrant cette équation entre θ_0 et θ_s nous obtenons :

$$\text{Éq. 211} \quad \int_{\theta_0}^{\theta_s} z(\theta, t) d\theta = z_s(t) \int_{\theta_0}^{\theta_s} d\theta - \int_{\theta_0}^{\theta_s} d\theta \int_{\theta}^{\theta_s} \frac{D(\bar{\theta}) d\bar{\theta}}{[K(\bar{\theta}) - K_0] - F(\bar{\theta}, t)[q_1(t) - K_0]}$$

soit encore, après intégration par partie de la deuxième équation du membre de droite :

$$\text{Éq. 212} \quad \int_{\theta_0}^{\theta_s} z(\theta, t) d\theta = z_s(t)[\theta_s - \theta_0] - \int_{\theta_0}^{\theta_s} \frac{D(\theta)[\theta - \theta_0]}{[K(\theta) - K_0] - F(\theta, t)[q_1(t) - K_0]} d\theta$$

L'infiltration cumulée I étant définie par :

$$\text{Éq. 213} \quad I = K_0 t + \int_{\theta_0}^{\theta_s} z(\theta, t) d\theta$$

nous obtenons l'équation générale de l'infiltration :

$$\text{Éq. 214} \quad I(t) - K_0 t = z_s(t)[\theta_s - \theta_0] - \int_{\theta_0}^{\theta_s} \frac{D(\theta)[\theta - \theta_0]}{[K(\theta) - K_0] - F(\theta, t)[q_1(t) - K_0]} d\theta$$

Ainsi, nous cherchons à résoudre les équations Éq. 210 et Éq. 214 donnant respectivement le profil et l'infiltration cumulée. Pour cela, nous devons connaître les caractéristiques du sol, à savoir les courbes $h(\theta)$ et $K(\theta)$. Nous considérerons ici le modèle de Brooks et Corey (1964) pour décrire ces deux courbes.

La courbe de rétention s'écrit :

$$\begin{aligned} \text{Éq. 215} \quad \frac{\theta}{\theta_s} &= \left(\frac{h_{bc}}{h} \right)^\lambda && \text{pour } h \leq h_{bc} \\ \theta &= \theta_s && \text{pour } h_{bc} \leq h < 0 \end{aligned}$$

Nous notons que cette expression comporte un point de singularité en $h=h_{bc}$ et $\theta=\theta_s$. Certains auteurs ont montré que même avec le modèle de Van Genuchten (1980), ce point de singularité devait figurer pour être consistant avec la théorie de l'infiltration (Haverkamp, 1990). Pour une formulation générale, nous utilisons la définition d'un saut de pression en $h=h_{str}$. Pour le modèle de Brooks et Corey $h_{str}=h_{bc}$. Pour le modèle de Van Genuchten, $h_{str}=0$.

L'équation de la courbe de conductivité est également décrite par le modèle de Brooks et Corey (1964).

$$\text{Éq. 216} \quad \frac{K}{K_s} = \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^\eta$$

L'Éq. 216 n'est pas affectée par le possible saut de pression. Par contre, l'équation de la diffusivité est affectée par cette discontinuité :

$$\begin{aligned} \text{Éq. 217} \quad D &= D_c && \text{pour } h \leq h_{str} \\ D &= D_\delta && \text{pour } h_{str} \leq h < 0 \end{aligned}$$

où D_δ représente la diffusivité au voisinage de $\theta=\theta_s$, avec une expression contenant la fonction *Dirac* classique.

$$\text{Éq. 218} \quad D_\delta = -K_s h \delta(\theta - \theta_s)$$

et

$$\text{Éq. 219} \quad D_c(\theta) = \frac{|h_{bc}| K_s}{\lambda \theta_s} \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^{\eta - \frac{1}{\lambda} - 1} \quad \text{pour } h \leq h_{str}$$

Nous introduisons alors le saut de pression dans les équations Éq. 210 et Éq. 214.

Éq. 220

$$z(\theta, t) = z_s - \int_0^h \frac{K_s dh}{[K_s - K_0] - [q_1(t) - K_0]} \quad \text{pour } h_{str} \leq h < 0$$

$$z(\theta, t) = z_s - \int_{h_{str}}^0 \frac{K_s}{K_s - q_1(t)} dh - \int_{\theta}^{\theta_s} \frac{D(\bar{\theta}) d\bar{\theta}}{[K(\bar{\theta}) - K_0] - F(\bar{\theta}, t)[q_1(t) - K_0]} \quad \text{pour } h \leq h_{str}$$

D'où :

$$z = z_s - \frac{K_s}{q_1 - K_s} h \quad \text{pour } h_{str} \leq h \leq 0$$

Éq. 221

$$z = z_s - \frac{K_s}{q_1 - K_s} h_{str} - \int_{\theta}^{\theta_s} \frac{D(\bar{\theta}) d\bar{\theta}}{[K(\bar{\theta}) - K_0] - F(\bar{\theta}, t)[q_1(t) - K_0]} \quad \text{pour } h \leq h_{str}$$

De façon évidente, le profil pour $h_{str} \leq h \leq 0$ se comporte comme le profil de type Green et Ampt (1931) où :

$$\text{Éq. 222} \quad q_1 = -K_s \left[\frac{-h_{surf}}{z_s} - 1 \right]$$

d'où :

$$\text{Éq. 223} \quad z_s = h_{surf} \frac{K_s}{q_1 - K_s}$$

La substitution de l'équation Éq. 223 dans l'équation Éq. 221 donne :

Éq. 224

$$z = \frac{K_s}{q_1 - K_s} [h_{surf} - h] \quad \text{pour } h_{str} \leq h \leq 0$$

$$z = \frac{K_s}{q_1 - K_s} [h_{surf} - h_{str}] - \int_{\theta}^{\theta_s} \frac{D(\bar{\theta}) d\bar{\theta}}{[K(\bar{\theta}) - K_0] - F(\bar{\theta}, t)[q_1(t) - K_0]} \quad \text{pour } h \leq h_{str}$$

De façon similaire pour l'infiltration cumulée, nous obtenons :

Éq. 225

$$I - K_0 t = z_s [\theta_s - \theta_0] - \frac{K_s}{q_1 - K_s} h_{str} (\theta_s - \theta_0) - \int_{\theta_0}^{\theta_s} \frac{D(\theta) [\theta - \theta_0]}{[K(\theta) - K_0] - F(\theta, t) [q_1(t) - K_0]} d\theta$$

puis :

Éq. 226

$$I - K_0 t = \frac{K_s}{q_1 - K_s} [\theta_s - \theta_0] [h_{surf} - h_{str}] - \int_{\theta_0}^{\theta_s} \frac{D(\theta) [\theta - \theta_0]}{[K(\theta) - K_0] - F(\theta, t) [q_1(t) - K_0]} d\theta$$

Pour calculer les expressions Éq. 224 et Éq. 226 nous utilisons le concept de proportionnalité des conductivités proposé par Parlange et al. (1985) et Haverkamp et al. (1990).

$$\text{Éq. 227} \quad \frac{K - K_0}{K_s - K_0} = \left(\frac{\theta - \theta_0}{\theta_s - \theta_0} \right)^\beta \left\{ \frac{\int_{\theta_0}^{\theta} \frac{\theta - \theta_0}{f(\theta_0, \theta_s)} D_c d\theta}{\int_{\theta_0}^{\theta_s} \frac{\theta - \theta_0}{f(\theta_0, \theta_s)} D_c d\theta} \right\}$$

où $f(\theta_0, \theta_s)$ est la relation de flux de concentration :

$$\text{Éq. 228} \quad f(\theta_0, \theta_s) = \left(\frac{\theta - \theta_0}{\theta_s - \theta_0} \right)^\alpha$$

Aux temps courts, l'infiltration est dominée par les forces capillaires et α est proche de 0,5. Pour des temps longs, la gravité devient dominante et α tend vers 1 (Brutsaert, 1979).

Le rapport des intégrales de l'Éq. 227 est défini comme une fonction μ dépendant des conditions initiales et des conditions aux limites

$$\text{Éq. 229} \quad \mu(\theta_0, \theta_s) = \frac{\int_{\theta_0}^{\theta} \frac{\theta - \theta_0}{f(\theta_0, \theta_s)} D_c d\theta}{\int_{\theta_0}^{\theta_s} \frac{\theta - \theta_0}{f(\theta_0, \theta_s)} D_c d\theta}$$

L'intégrale présente au dénominateur de l'équation précédente est proportionnelle à la sorptivité, définie selon :

$$\text{Éq. 230} \quad S^2(\theta_0, \theta_s) = 2 \int_{\theta_0}^{\theta_s} \frac{\theta - \theta_0}{f(\theta_0, \theta_s)} D_c d\theta$$

La combinaison des équations Éq. 229 et Éq. 230 donne une expression de $\mu(\theta_0, \theta_s)$:

$$\text{Éq. 231} \quad \mu(\theta_0, \theta_s) = \frac{2}{S^2(\theta_0, \theta_s)} \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{\theta - \theta_0}{f(\theta_0, \theta_s)} D_c d\theta$$

et de sa dérivée par rapport à θ :

$$\text{Éq. 232} \quad \frac{d\mu}{d\theta} = \frac{2}{S^2} \frac{\theta - \theta_0}{f} D_c$$

Commençons par résoudre le problème pour une teneur en eau initiale nulle ($\theta_0 = 0$). Alors :

$$\begin{aligned} \text{Éq. 233} \quad S^2(0, \theta_s) &= S_0^2 \\ f(0, \theta_s) &= \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^{\alpha_0} = \theta^{*\alpha_0} \\ \mu(0, \theta_s) &= \mu_0 \\ \beta(0, \theta_s) &= \beta_0 \end{aligned}$$

Dans ce cas particulier, l'équation Éq. 230 s'écrit :

$$\text{Éq. 234} \quad S_0^2 = 2\theta_s^2 \int_0^1 \theta^{*1-\alpha_0} D_c d\theta^*$$

ou encore :

$$\text{Éq. 235} \quad S_0^2 = \theta_s |h_{bc}| K_s \frac{2}{\lambda\eta - \alpha_0\lambda + \lambda - 1}$$

En définissant le coefficient adimensionnel c_{p0} par :

$$\text{Éq. 236} \quad c_{p0} = \frac{2}{\lambda\eta - \alpha_0\lambda + \lambda - 1}$$

la sôprtivité s'écrit alors :

$$\text{Éq. 237} \quad S_0^2 = c_{p0}\theta_s |h_{bc}| K_s$$

Dans le cas particulier d'un profil initialement sec, l'équation Éq. 227 s'écrit :

$$\text{Éq. 238} \quad \frac{K}{K_s} = \theta^{*\alpha_0 + \beta_0} \mu_0(\theta^*)$$

La dérivation par rapport à θ de l'équation précédente donne :

$$\text{Éq. 239} \quad \frac{\eta}{\theta_s} \theta^{*\eta-1} = \frac{\alpha_0 + \beta_0}{\theta_s} \mu_0(\theta) \theta^{*\alpha_0 + \beta_0 - 1} + \theta^{*\alpha_0 + \beta_0} \frac{d\mu}{d\theta}$$

La combinaison des équations Éq. 232 et Éq. 239 conduit à :

$$\text{Éq. 240} \quad \eta\theta^{*\eta-1} = (\alpha_0 + \beta_0)\mu_0(\theta)\theta^{*\alpha_0 + \beta_0 - 1} + \frac{2}{\lambda c_{p0}} \theta^{*\eta + \beta_0 - \frac{1}{\lambda}}$$

Lorsque $\theta = \theta_s$, θ^* vaut 1 et $\mu_0 = 1$. Nous en déduisons la relation suivante :

$$\text{Éq. 241} \quad \alpha_0 + \beta_0 = \eta - \frac{2}{\lambda c_{p0}}$$

Une intégration de l'équation Éq. 238 conduit à :

$$\text{Éq. 242} \quad \theta_s \int_0^1 \frac{K}{K_s} \theta^{*\alpha_0 + \beta_0} \frac{d\mu}{d\theta} d\theta^* = \int_0^1 \mu_0 d\mu$$

En combinant avec les équations Éq. 231 et Éq. 232, nous pouvons écrire :

$$\text{Éq. 243} \quad \frac{2}{\lambda c_{p0}} \int_0^1 \theta^{*2\eta - 2\alpha_0 - \beta_0 - \frac{1}{\lambda}} d\theta^* = \frac{1}{2}$$

Soit encore :

$$\text{Éq. 244} \quad 2\lambda\eta - 2\alpha_0\lambda - \beta_0\lambda + \lambda - 1 = \frac{4}{c_{p0}}$$

La relation liant β_0 et λ en découle :

$$\text{Éq. 245} \quad \beta_0 = \frac{1-\lambda}{\lambda}$$

En repartant de l'équation Éq. 240, nous pouvons écrire la fonction $\mu_0(\theta)$ sous la forme :

$$\text{Éq. 246} \quad \mu_0(\theta) = \frac{\eta}{\alpha_0 + \beta_0} \theta^{*\eta - \alpha_0 - \beta_0} - \frac{2}{\lambda c_{p0} (\alpha_0 + \beta_0)} \theta^{*\eta - \frac{1}{\lambda} - \alpha_0 + 1}$$

En combinant la relation liant β_0 et λ , nous obtenons :

$$\text{Éq. 247} \quad \mu_0(\theta) = \theta^{*\eta - \alpha_0 - \beta_0} \left[\frac{\eta - \frac{2}{\lambda c_{p0}}}{\alpha_0 + \beta_0} \right]$$

ou encore en considérant l'équation Éq. 241 :

$$\text{Éq. 248} \quad \mu_0(\theta) = \theta^{*\eta - \alpha_0 - \beta_0} = \theta^{*\frac{2}{\lambda c_{p0}}}$$

Ceci montre le lien entre f et μ_0 , lien totalement indépendant de la valeur de α utilisée :

$$\text{Éq. 249} \quad f \mu_0 = \theta^{*\eta - \beta_0}$$

soit :

$$\text{Éq. 250} \quad \theta^{*\eta - \beta_0} = \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^{\alpha_t} \mu_0$$

Cette dernière équation est importante dans la mesure où elle permet l'intégration de l'équation d'infiltration quelle que soit la valeur de α_t .

$$\text{Éq. 251} \quad f(0, \theta_s) = \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^{\alpha_t} = F(\theta, t)$$

Pour définir la dernière équation indépendante manquante, nous utilisons l'approximation (très précise) de la fonction $f(\theta_0, \theta_s)$ proposée par Parlange (1975), à savoir :

$$\text{Éq. 252} \quad f(\theta_0, \theta_s) = \frac{2(\theta - \theta_s)}{\theta_s + \theta - 2\theta_0}$$

La prise en compte de cette approximation dans la définition de la sorptivité donne :

$$\text{Éq. 253} \quad S_0^2 = \int_0^{\theta_s} (\theta_s - \theta) D_c d\theta$$

et donc :

$$\text{Éq. 254} \quad c_{p0} = \frac{1}{\lambda\eta - 1} + \frac{1}{\lambda\eta + \lambda - 1}$$

En combinant l'équation précédente et l'équation Éq. 236, nous obtenons l'expression de α_0 :

$$\text{Éq. 255} \quad \alpha_0 = 1 - \frac{\lambda\eta - 1}{2\lambda\eta + \lambda - 2}$$

La somme $\alpha_0 + \beta_0$ s'exprime comme suit :

$$\text{Éq. 256} \quad \alpha_0 + \beta_0 = \frac{1}{\lambda} - \frac{\lambda\eta - 1}{2\lambda\eta + \lambda - 2}$$

L'expression de η en fonction des autres paramètres peut aussi être utile :

$$\text{Éq. 257} \quad \eta = \frac{1}{\lambda} - \frac{1 - \alpha_0}{1 - 2\alpha_0}$$

Ainsi, connaissant les caractéristiques λ et η du sol, les paramètres α_0 , β_0 et c_{p0} sont parfaitement définis.

A- RESOLUTION DE L'INFILTRATION CUMULEE :

Revenons alors à l'équation Éq. 226 avec $\theta_0=0$ et $h_{surf}=0$:

$$\text{Éq. 258} \quad I(t) = \frac{K_s}{q_1 - K_s} \theta_s h_{bc} - \int_0^{\theta_s} \frac{\theta D(\theta)}{K(\theta) - F(\theta, t) \frac{q_1}{K_s}} d\theta$$

Le terme de droite est transformé en fonction de μ_0 , à l'aide des équations Éq. 231 et Éq. 232 :

$$\text{Éq. 259} \quad I(t) = \frac{\theta_s |h_{bc}|}{\frac{q_1}{K_s} - 1} - \frac{S_0^2}{2K_s} \int_0^1 \frac{fd\mu_0}{\frac{K}{K_s} - F(\theta, t) \frac{q_1}{K_s}}$$

En combinant ceci avec l'Éq. 251, nous obtenons :

$$\text{Éq. 260} \quad I(t) = \frac{\theta_s |h_{bc}|}{\frac{q_1}{K_s} - 1} - \frac{S_0^2}{2K_s} \int_0^1 \frac{fd\mu_0}{\left(\frac{\theta}{\theta_s}\right)^{\beta_0} \mu_0 - \frac{q_1}{K_s}}$$

Puis, à l'aide de l'Éq. 250 :

$$\text{Éq. 261} \quad I(t) = \frac{\theta_s |h_{bc}|}{\frac{q_1}{K_s} - 1} - \frac{S_0^2}{2K_s} \int_0^1 \frac{1}{\mu_0^{\frac{\eta-\alpha_0}{\eta-\alpha_0-\beta_0}} - \frac{q_1}{K_s}} d\mu_0$$

ce qui s'écrit aussi :

$$\text{Éq. 262} \quad I(t) = \frac{\theta_s |h_{bc}|}{\frac{q_1}{K_s} - 1} - \frac{S_0^2}{2K_s} \frac{1}{\frac{q_1}{K_s}} \int_0^1 \left[1 - \frac{K_s}{q_1} \mu_0^{\frac{\eta-\alpha_0}{\eta-\alpha_0-\beta_0}} \right]^{-1} d\mu_0$$

Comme μ_0 et $\frac{K_s}{q_1}$ sont systématiquement confinés dans l'intervalle $[0,1]$ et que $\frac{\eta-\alpha_0}{\eta-\alpha_0-\beta_0} > 1$, le

terme sous l'intégrale peut être approximé par le développement limité :

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \dots + x^n + o(x^n)$$

Éq. 263

$$I(t) = \frac{\theta_s |h_{bc}|}{q^* - 1} - \frac{S_0^2}{2K_s} \frac{1}{q^*} \int_0^1 \left[1 + \frac{\mu_0^{\frac{\eta-\alpha_0}{\eta-\alpha_0-\beta_0}}}{q^*} + \left(\frac{\mu_0^{\frac{\eta-\alpha_0}{\eta-\alpha_0-\beta_0}}}{q^*} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\mu_0^{\frac{\eta-\alpha_0}{\eta-\alpha_0-\beta_0}}}{q^*} \right)^k + \dots \right] d\mu_0$$

où q^* est défini par $\frac{q_1}{K_s}$.

L'intégration de la série donne alors :

$$\text{Éq. 264} \quad I(t) = \frac{2\theta_s |h_{bc}| K_s}{S_0^2 (q^* - 1)} - \frac{1}{q^*} \left\{ 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \left[\left(\frac{1}{q^*} \right)^i \frac{1}{1 + i \frac{\eta-\alpha_0}{\eta-\alpha_0-\beta_0}} \right] \right\}$$

que nous approximons par :

$$\text{Éq. 265} \quad I(t) = \frac{2\theta_s |h_{bc}| K_s}{S_0^2 (q^* - 1)} - \frac{1}{q^*} \left\{ 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \left[\left(\frac{1}{q^*} \right)^k \frac{1}{k \left(1 + \frac{\eta - \alpha_0}{\eta - \alpha_0 - \beta_0} \right)} \right] \right\}$$

Des expressions reliant α_0 , β_0 et c_{p0} entre eux et à λ et η , nous déduisons :

$$\text{Éq. 266} \quad \frac{1}{1 + \frac{\eta - \alpha_0}{\eta - \alpha_0 - \beta_0}} = \frac{2}{4 + c_{p0} (1 - \lambda)}$$

et donc une simplification de l'infiltration :

$$\text{Éq. 267} \quad I^* = \frac{1}{q^* - 1} - \frac{c_{p0}}{2q^*} + \frac{c_{p0}}{q^* [4 + c_{p0} (1 - \lambda)]} \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{1}{kq^{*k}} \right]$$

avec I^* la forme adimensionnelle de l'infiltration cumulée définie par :

$$\text{Éq. 268} \quad I^* = \frac{c_{p0} K_s}{S_0^2} I = \frac{I}{\theta_s h_{bc}}$$

q^* étant systématiquement supérieur à 1, la série contenue dans l'équation Éq. 267 peut s'écrire :

$$\text{Éq. 269} \quad \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{1}{kq^{*k}} \right] = -\ln \left(1 - \frac{1}{q^*} \right)$$

ce qui permet d'écrire plus simplement l'infiltration :

$$\text{Éq. 270} \quad I = \frac{S_0^2}{c_{p0}} \frac{1}{q_1 - K_s} + \frac{S_0^2}{2q_1} \left[1 + \frac{2}{4 + c_{p0} (1 - \lambda)} \ln \left(1 + \frac{K_s}{q_1 - K_s} \right) \right]$$

Nous retiendrons la forme synthétique de cette équation :

$$\text{Éq. 271} \quad \boxed{I^* = \frac{1}{q^* - 1} + \frac{c_{p0}}{2q^*} \left[1 + B \ln \left(1 + \frac{1}{q^* - 1} \right) \right]}$$

avec $B = \frac{2}{4 + c_{p0} (1 - \lambda)}$

La première partie de l'équation Éq. 271 correspond à une infiltration de type Green et Ampt (1931) induite par la partie rectiligne de la courbe de rétention pour h compris entre h_{bc} et 0. Ceci est

particulièrement mis en évidence pour le cas où λ tend vers l'infini. Alors B tendra vers 0, tout comme c_{p0} et $I^* = \frac{1}{q^* - 1}$, qui correspond complètement à l'équation de Green et Ampt (1931).

Cherchons maintenant à introduire le temps. Pour ce faire, considérons la forme adimensionnelle du temps :

$$\text{Éq. 272} \quad \frac{t}{t^*} = \frac{\theta_s h_{bc}}{K_s}$$

La dérivation de l'Éq. 271 par rapport au temps donne :

$$\text{Éq. 273} \quad \frac{dI^*}{dt^*} = q^* = \frac{d}{dq^*} \left\{ \frac{1}{q^* - 1} + \frac{c_{p0}}{2q^*} \left[1 + B \ln \left(1 + \frac{1}{q^* - 1} \right) \right] \right\} \frac{dq^*}{dt^*}$$

soit :

$$\text{Éq. 274} \quad dt^* = \frac{1}{q^*} \left\{ -\frac{1}{(q^* - 1)^2} - \frac{c_{p0}}{2q^{*2}} - \frac{c_{p0}B}{2q^{*2}} \ln \left(1 + \frac{1}{q^* - 1} \right) - \frac{c_{p0}B}{2} \frac{1}{q^{*2}(q^* - 1)} \right\} dq^*$$

En ré-intégrant l'équation précédente entre 0 et t^* , nous obtenons :

$$\text{Éq. 275}$$

$$\int_0^{t^*} dt^* = \int_{\infty}^{q^*} \frac{-1}{q^* (q^* - 1)^2} dq^* + \int_{\infty}^{q^*} \frac{-c_{p0}}{2q^{*3}} dq^* + \int_{\infty}^{q^*} \frac{-c_{p0}B}{2q^{*3}} \ln \left(1 + \frac{1}{q^* - 1} \right) dq^* + \int_{\infty}^{q^*} \frac{-c_{p0}B}{2q^{*3}} \frac{1}{q^* - 1} dq^*$$

soit encore :

$$\text{Éq. 276}$$

$$t^* = \frac{1}{q^* - 1} - \ln \left(1 + \frac{1}{q^* - 1} \right) + \frac{c_{p0}}{4q^{*2}} - \frac{c_{p0}B}{4q^{*2}} - \frac{c_{p0}B}{2q^*} + \frac{c_{p0}B}{2q^*} \ln \left(1 + \frac{1}{q^* - 1} \right) - \int_{\infty}^{q^*} \frac{c_{p0}B}{2q^{*3}} \ln \left(1 + \frac{1}{q^* - 1} \right) dq^*$$

Ce qui conduit à :

$$\text{Éq. 277}$$

$$t^* = \frac{1}{q^* - 1} - \ln \left(1 + \frac{1}{q^* - 1} \right) + \frac{c_{p0}}{4q^{*2}} \left[1 + B \ln \left(1 + \frac{1}{q^* - 1} \right) \right] - \frac{c_{p0}B}{4} \left[\frac{1}{2q^{*2}} + \frac{1}{q^*} - \ln \left(1 + \frac{1}{q^* - 1} \right) \right]$$

Le terme $\frac{1}{q^*}$ étant faible, le dernier terme de l'équation précédente sera également très faible car il peut être approximé par :

$$\text{Éq. 278} \quad \ln\left(1 + \frac{1}{q^* - 1}\right) = \frac{1}{q^*} + \frac{1}{2q^{*2}} + \dots + \frac{1}{kq^{*k}} + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{kq^{*k}}$$

Nous pouvons ensuite faire apparaître dans cette expression, l'infiltration cumulée à l'aide de l'Éq. 271 :

$$\text{Éq. 279} \quad t^* = \frac{1}{q^* - 1} - \ln\left(1 + \frac{1}{q^* - 1}\right) + \frac{1}{2q^*} \left[I^* - \frac{1}{q^* - 1} \right] - \frac{c_{p0}B}{4} \left[\frac{1}{2q^{*2}} + \frac{1}{q^*} - \ln\left(1 + \frac{1}{q^* - 1}\right) \right]$$

Cette dernière expression peut être approximée par :

$$\text{Éq. 280} \quad t^* = \frac{1}{q^* - 1} - \ln\left(1 + \frac{1}{q^* - 1}\right) + \frac{1}{2q^*} \left[I^* - \frac{1}{q^* - 1} \right]$$

L'infiltration peut se séparer en deux phases. La première est reliée à un comportement piston de type Green et Ampt (1931) (notée I_{grav}) et la seconde est une infiltration induite par les forces capillaires (notée I_{cap}) : $I^* = I_{grav}^* + I_{cap}^*$

De façon similaire, $t^* = t_{grav}^* + t_{cap}^*$. L'équation Éq. 280 montre clairement cet effet, avec :

$$\text{Éq. 281} \quad t_{grav}^* = \frac{1}{q^* - 1} - \ln\left(1 + \frac{1}{q^* - 1}\right)$$

et donc :

$$\text{Éq. 282} \quad t^* - t_{grav}^* = t_{cap}^* = \frac{1}{2q^*} (I^* - I_{grav}^*) = \frac{I_{cap}^*}{2q^*}$$

B- RESOLUTION DU PROFIL DES TENEURS EN EAU :

Reprenons l'Éq. 224 avec $\theta_0 = 0$ et $h_{surf} = 0$, $h_{str} = h_{bc}$:

$$\text{Éq. 283} \quad z(\theta, t) = \frac{|h_{bc}|}{q^* - 1} - \int_{\theta}^{\theta_s} \frac{D_c(\bar{\theta}) d\bar{\theta}}{K(\bar{\theta}) - F(\bar{\theta}, t) q_1(t)}$$

Comme précédemment, nous introduisons le concept de proportionnalité des conductivités dans le cas particulier où $\theta_0 = 0$:

$$\text{Éq. 284} \quad \frac{K}{K_s} = \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^\gamma \left\{ f \frac{\int_0^\theta \frac{D_c}{f} d\theta}{\int_0^{\theta_s} \frac{D_c}{f} d\theta} \right\}$$

En reprenant la définition de $f(\theta_0, \theta_s)$ (Éq. 228), nous pouvons écrire :

$$\text{Éq. 285} \quad \frac{K}{K_s} = \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^{\alpha+\gamma} \frac{2}{P^2} \int_0^\theta \frac{D_c}{f} d\theta$$

en définissant :

$$\text{Éq. 286} \quad P^2 = 2 \int_0^{\theta_s} \frac{D_c}{f} d\theta$$

Nous notons :

$$\text{Éq. 287} \quad Y = \frac{\int_0^\theta \frac{D_c}{f} d\theta}{\int_0^{\theta_s} \frac{D_c}{f} d\theta}$$

La dérivée de Y par rapport à θ s'écrit :

$$\text{Éq. 288} \quad \frac{dY}{d\theta} = \frac{2}{P^2} \frac{D_c}{f}$$

Nous rappelons que D_c est défini par l'Éq. 219. Il vient alors :

$$\text{Éq. 289} \quad P^2 = 2 \frac{h_{bc} K_s \theta_s}{\lambda \theta_s} \int_0^1 \theta^{*\eta - \frac{1}{\lambda} - \alpha - 1} d\theta^* = c_z |h_{bc}| K_s$$

$$\text{avec Éq. 290} \quad c_z = \frac{2}{\lambda \eta - \alpha \lambda - 1}$$

P^2 peut alors être écrit comme une fonction de la sorptivité puisque :

$$\text{Éq. 291} \quad h_{bc} K_s = \frac{P^2}{c_z} = \frac{S_0^2}{\theta_s c_{p0}}$$

ce qui s'écrit encore :

$$\text{Éq. 292} \quad P^2 = \left(1 + \frac{\lambda}{\lambda\eta - \alpha\lambda - 1}\right) \frac{S_0^2}{\theta_s}$$

En repartant de l'Éq. 285 nous avons :

$$\text{Éq. 293} \quad \frac{K}{K_s} = \theta^{*\eta} = \theta^{*\alpha+\gamma} \Upsilon$$

La dérivation par rapport à θ de l'expression précédente conduit à :

$$\text{Éq. 294} \quad \frac{\eta}{\theta_s} \theta^{*\eta-1} = \frac{\alpha+\gamma}{\theta_s} \Upsilon \theta^{*\alpha+\gamma-1} + \theta^{*\alpha+\gamma} \frac{d\Upsilon}{d\theta}$$

L'Éq. 288 permet d'écrire :

$$\text{Éq. 295} \quad \eta \theta^{*\eta-1} = (\alpha+\gamma) \Upsilon \theta^{*\alpha+\gamma-1} + \frac{2}{\lambda c_z} \theta^{*\eta-\frac{1}{\lambda}-1+\gamma}$$

Quand $\theta = \theta_s$, $\theta^* = 1$ et $\Upsilon = 1$, alors :

$$\text{Éq. 296} \quad \eta = (\alpha+\gamma) + \frac{2}{\lambda c_z}$$

Avec la définition de c_z , nous en déduisons l'expression de γ :

$$\text{Éq. 297} \quad \gamma = \frac{1}{\lambda}$$

Nous en déduisons alors que l'Éq. 293 peut aussi s'écrire :

$$\text{Éq. 298} \quad \theta^* = \Upsilon^{\frac{\lambda}{\lambda\eta - \alpha\lambda - 1}}$$

Reprenons alors l'Éq. 283 en faisant l'hypothèse que $f(\theta, \theta_s) = F(\theta, t)$:

$$\text{Éq. 299} \quad z(\theta, t) = \frac{|h_{bc}|}{q^* - 1} - \int_{\theta}^{\theta_s} \frac{D_c(\bar{\theta}) d\bar{\theta}}{K(\bar{\theta}) - f(\bar{\theta}, t) q_1(t)}$$

La combinaison de cette dernière expression avec l'Éq. 288 donne :

$$\text{Éq. 300} \quad z(\theta, t) = \frac{|h_{bc}|}{q^* - 1} - \frac{P^2}{2K_s} \int_{\Upsilon(\theta)}^1 \frac{fd\Upsilon}{\frac{K}{K_s} - f \frac{q_1}{K_s}}$$

ou encore :

$$\text{Éq. 301} \quad z(\theta, t) = \frac{|h_{bc}|}{q^* - 1} - \frac{|h_{bc}|}{\lambda\eta - \alpha\lambda - 1} \int_{\Upsilon(\theta)}^1 \frac{d\Upsilon}{\theta^{*\eta-\alpha} - \frac{q_1}{K_s}}$$

Avec l'Éq. 298, nous pouvons encore écrire :

$$\text{Éq. 302} \quad z(\theta, t) = \frac{|h_{bc}|}{q^* - 1} - \frac{|h_{bc}|}{\lambda\eta - \alpha\lambda - 1} \int_{\Upsilon}^1 \frac{d\Upsilon}{\Upsilon^{\frac{\eta-\alpha}{\eta-\alpha-\gamma}} - \frac{q_1}{K_s}}$$

ou

$$\text{Éq. 303} \quad z(\theta, t) = \frac{|h_{bc}|}{q^* - 1} - \frac{|h_{bc}|c_z K_s}{2 q_1} \int_{\Upsilon}^1 \left(1 - \frac{K_s}{q_1} \Upsilon^{\frac{\eta-\alpha}{\eta-\alpha-\gamma}} \right)^{-1} d\Upsilon$$

Avec un développement limité nous pouvons aussi écrire :

$$\text{Éq. 304} \quad z(\theta, t) = \frac{|h_{bc}|}{q^* - 1} - \frac{|h_{bc}|c_z K_s}{2 q_1} \int_{\Upsilon}^1 \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\Upsilon^{\frac{\eta-\alpha}{\eta-\alpha-\gamma}}}{q^*} \right)^{i-1} d\Upsilon$$

L'intégrale et la somme peuvent alors être interverties :

Éq. 305

$$\begin{aligned} z(\theta, t) = & \frac{|h_{bc}|}{q^* - 1} + \frac{|h_{bc}|c_z}{2q^*} (1-\gamma) + \frac{|h_{bc}|c_z}{2q^{*2}} \frac{1}{1 + \frac{\eta-\alpha}{\eta-\alpha-\gamma}} \left(1 - \Upsilon^{1 + \frac{\eta-\alpha}{\eta-\alpha-\gamma}} \right) + \frac{|h_{bc}|c_z}{2q^{*3}} \frac{1}{1 + 2 \frac{\eta-\alpha}{\eta-\alpha-\gamma}} \left(1 - \Upsilon^{1 + 2 \frac{\eta-\alpha}{\eta-\alpha-\gamma}} \right) \\ & + \dots + \frac{|h_{bc}|c_z}{2q^{*k+1}} \frac{1}{1+k \frac{\eta-\alpha}{\eta-\alpha-\gamma}} \left(1 - \Upsilon^{1+k \frac{\eta-\alpha}{\eta-\alpha-\gamma}} \right) + \dots \end{aligned}$$

Comme nous l'avons fait sur l'infiltration, une approximation est faite ici :

Éq. 306

$$z(\theta, t) = \frac{|h_{bc}|}{q^* - 1} + \frac{|h_{bc}|c_z}{2q^*}(1 - \Upsilon) + \frac{|h_{bc}|c_z}{2q^{*2}} \frac{1}{1 + \frac{\eta - \alpha}{\eta - \alpha - \gamma}} \left(1 - \Upsilon^{1 + \frac{\eta - \alpha}{\eta - \alpha - \gamma}}\right) + \frac{|h_{bc}|c_z}{2q^{*3}} \frac{1}{2 \left(1 + \frac{\eta - \alpha}{\eta - \alpha - \gamma}\right)} \left(1 - \Upsilon^{1 + 2 \frac{\eta - \alpha}{\eta - \alpha - \gamma}}\right) \\ + \dots + \frac{|h_{bc}|c_z}{2q^{*k+1}} \frac{1}{k \left(1 + \frac{\eta - \alpha}{\eta - \alpha - \gamma}\right)} \left(1 - \Upsilon^{1 + k \frac{\eta - \alpha}{\eta - \alpha - \gamma}}\right)$$

Ce qui s'écrit sous forme plus synthétique :

Éq. 307

$$z(\theta, t) = \frac{|h_{bc}|}{q^* - 1} + \frac{|h_{bc}|c_z}{2q^*}(1 - \Upsilon) + \frac{|h_{bc}|c_z}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{q^{*k+1}} \frac{1}{k} \frac{1}{1 + \frac{\eta - \alpha}{\eta - \alpha - \gamma}} \left(1 - \Upsilon^{1 + k \frac{\eta - \alpha}{\eta - \alpha - \gamma}}\right)$$

La décomposition de l'équation précédente donne :

Éq. 308

$$z(\theta, t) = \frac{|h_{bc}|}{q^* - 1} + \frac{|h_{bc}|c_z}{2q^*} + \frac{|h_{bc}|c_z}{2q^*} \frac{1}{1 + \frac{\eta - \alpha}{\eta - \alpha - \gamma}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{kq^{*k}} \\ - \Upsilon \frac{|h_{bc}|c_z}{2q^*} - \frac{|h_{bc}|c_z}{2q^*} \frac{\Upsilon}{1 + \frac{\eta - \alpha}{\eta - \alpha - \gamma}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Upsilon^k}{kq^{*k}}$$

Rappelons ici que $\ln(1 - x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \dots - \frac{x^n}{n}$. Alors :

Éq. 309

$$z(\theta, t) = \frac{|h_{bc}|}{q^* - 1} + \frac{|h_{bc}|c_z}{2q^*}(1 - \Upsilon) + \frac{|h_{bc}|c_z}{2q^*} \frac{1}{1 + \frac{\eta - \alpha}{\eta - \alpha - \gamma}} \ln\left(1 - \frac{1}{q^*}\right) + \frac{|h_{bc}|c_z}{2q^*} \frac{\Upsilon}{1 + \frac{\eta - \alpha}{\eta - \alpha - \gamma}} \ln\left(1 - \frac{\Upsilon^{\frac{\eta - \alpha}{\eta - \alpha - \gamma}}}{q^*}\right)$$

Après remplacement de Υ , nous obtenons donc :

Éq. 310

$$z(\theta, t) = \frac{|h_{bc}|}{q^* - 1} + \frac{|h_{bc}|c_z}{2q^*} \left\{ \left(1 - \theta^{*\eta - \alpha - \gamma}\right) + \frac{1}{1 + \frac{\eta - \alpha}{\eta - \alpha - \gamma}} \ln\left(1 + \frac{1}{q^* - 1}\right) + \theta^{*\eta - \alpha - \gamma} \ln\left(1 - \frac{\theta^{*\eta - \alpha}}{q^*}\right) \right\}$$

Posons alors :

$$\text{Éq. 311} \quad z^* = \frac{z}{|h_{bc}|}$$

A partir de l'expression de c_z , nous pouvons écrire :

$$\text{Éq. 312} \quad \frac{1}{1 + \frac{\eta - \alpha}{\eta - \alpha - \gamma}} = \frac{2}{4 + c_z}$$

La combinaison des trois dernières équations permet d'écrire :

Éq. 313

$$z^* = \frac{1}{q^* - 1} + \frac{c_z}{2q^*} (1 - \theta^{*\eta - \alpha - \gamma}) + \frac{c_z}{q^* (4 + c_z)} \ln \left(1 + \frac{1}{q^* - 1} \right) \left\{ 1 - \theta^{*\eta - \alpha - \gamma} \frac{\ln \left(1 - \frac{\theta^{*\eta - \alpha}}{q^*} \right)}{\ln \left(1 - \frac{1}{q^*} \right)} \right\}$$

Pour de faibles valeurs de x , nous pouvons écrire que $\ln(1 - x) \sim -x$. Alors :

$$\text{Éq. 314} \quad z^* = \frac{1}{q^* - 1} + \frac{c_z}{2q^*} \left[1 - \theta^{*\frac{2}{\lambda c_z}} \right] + \frac{c_z \ln \left(1 + \frac{1}{q^* - 1} \right)}{q^* (4 + c_z)} \left[1 - \theta^{*2\eta - 2\alpha - \frac{1}{\lambda}} \right]$$

Nous pouvons vérifier alors que l'intégrale du profil (notée I_{ref}) est bien égale à l'infiltration cumulée donnée par l'Éq. 271.

$$\text{Éq. 315} \quad I_{ref} = \int_0^{\theta_s} z d\theta = \theta_s |h_{bc}| \int_0^1 z^* d\theta^*$$

ou encore sous forme adimensionnelle :

$$\text{Éq. 316} \quad I_{ref}^* = \int_0^1 z^* d\theta^*$$

Avec l'expression du profil, nous en déduisons :

$$\text{Éq. 317} \quad I_{ref}^* = \frac{1}{q^* - 1} + \frac{c_z}{2q^*} \int_0^1 \left[1 - \theta^{*\frac{2}{\lambda c_z}} \right] d\theta^* + \frac{c_z \ln \left(1 + \frac{1}{q^* - 1} \right)}{q^* (4 + c_z)} \int_0^1 \left[1 - \theta^{*\frac{4 + c_z}{\lambda c_z}} \right] d\theta^*$$

Après intégration, nous obtenons :

$$\text{Éq. 318} \quad I_{ref}^* = \frac{1}{q^* - 1} + \frac{c_z}{2q^*} \left[1 - \frac{\lambda c_z}{2 + \lambda c_z} \right] + \frac{c_z \ln \left(1 + \frac{1}{q^* - 1} \right)}{q^* (4 + c_z)} \left[1 - \frac{\lambda c_z}{4 + c_z + \lambda c_z} \right]$$

Cette dernière équation devrait être égale à l'Éq. 271. Pour le vérifier, commençons par écrire la relation liant c_{p0} et c_z .

$$\text{Éq. 319} \quad c_{p0} = \frac{2c_z}{2 + \lambda c_z}$$

La combinaison des deux dernières équations nous donne alors :

$$\text{Éq. 320} \quad I_{ref}^* = \frac{1}{q^* - 1} + \frac{c_{p0}}{2q^*} + \frac{c_{p0}}{4 + c_{p0}(1 - \lambda)} \frac{\ln \left(1 + \frac{1}{q^* - 1} \right)}{q^*}$$

ce qui est bien l'Éq. 271.

Nous retiendrons alors la formulation suivante du profil :

$$\text{Éq. 321} \quad \boxed{z^* = \frac{1}{q^* - 1} + \frac{c_z}{2q^*} \left[1 - \theta^{*\frac{2}{\lambda c_z}} \right] + \frac{c_z}{4 + c_z} \frac{\ln \left(1 + \frac{1}{q^* - 1} \right)}{q^*} \left[1 - \theta^{*\frac{4 + c_z}{\lambda c_z}} \right]}$$

avec $z^* = \frac{z}{|h_{bc}|}$ et $c_z = \frac{2}{\lambda \eta - \alpha \lambda - 1}$

ANNEXE VI : Résultats concernant le module de zone non saturée

Couche n°	Erreur relative (%)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>SAlong10</i>	11,4	2,3	1,1	0,4	0,2	0,2	0,1	0,1	0,2	0,2
<i>ASlong10</i>	5,0	1,0	0,5	0,2	1,1	0,6	0,3	0,1	0,6	0,6
<i>Along10</i>	5,0	1,0	0,5	0,2	0,2	-0,0	-0,0	0,1	0,2	0,2
<i>Llong10</i>	6,7	1,4	0,6	0,2	0,2	-0,1	-0,0	-0,0	0,2	0,1
<i>Slong10</i>	11,9	2,5	1,2	0,7	0,6	0,3	0,4	0,4	0,6	0,7
<i>SAlong50</i>	10,3	2,2	1,1	0,5	0,2	0,2	0,1	0,1	0,2	0,2
<i>ASlong50</i>	5,1	1,1	0,6	0,3	1,3	0,8	0,5	0,4	0,8	0,7
<i>Along50</i>	5,1	1,1	0,5	0,3	0,2	0,1	-0,0	0,1	0,1	0,1
<i>Llong50</i>	6,6	1,4	0,6	0,2	0,1	-0,0	-0,0	-0,0	0,2	0,1
<i>Slong50</i>	11,9	2,5	1,2	0,7	0,6	0,3	0,4	0,4	0,6	0,7
<i>SAcourt10</i>	13,2	3,6	2,6	2,2	0,9	1,0	1,1	1,2	-0,0	0,2
<i>AScourt10</i>	6,0	1,8	1,3	1,1	4,5	4,4	4,7	3,5	-0,1	-0,1
<i>Acourt10</i>	5,5	1,3	0,7	0,5	0,6	0,6	0,6	0,5	-0,3	0,1
<i>Lcourt10</i>	8,2	2,5	1,7	1,3	1,3	1,2	1,1	1,0	0,8	0,5
<i>Scourt10</i>	12,4	2,7	1,4	1,0	1,3	1,3	1,6	2,2	-1,1	1,4
<i>SAcourt50</i>	14,1	3,8	2,6	2,4	1,1	1,2	1,5	0,2	0,1	-0,1
<i>AScourt50</i>	5,4	1,1	0,5	0,3	2,2	0,3	-1,5	-0,1	-0,2	-0,2
<i>Acourt50</i>	6,3	1,9	1,3	1,1	1,7	2,3	0,6	0,3	-0,1	-0,1
<i>Lcourt50</i>	7,9	1,8	0,9	0,5	0,8	0,8	0,8	1,0	-0,5	0,2
<i>Scourt50</i>	12,7	2,7	1,4	0,9	1,3	1,7	3,0	-3,7	0,1	-0,2
Moyenne	8.54	1.99	1.12	0.75	1.02	0.86	0.77	0.39	0.12	0.27

Tableau 1 : Erreurs relatives (en %) sur les teneurs en eau des 10 couches de sol, pour l'ensemble des tests (section 6.1.4.2 b).

	Ross (2003)	SiSPAT	Erreur (%)
<i>SAlong10</i>	196	195	0,3
<i>ASlong10</i>	201	199	0,8
<i>Along10</i>	154	152	1,1
<i>Llong10</i>	217	216	0,7
<i>Slong10</i>	264	264	-0,1
<i>SAlong50</i>	81	81	-0,3
<i>ASlong50</i>	116	117	-1,0
<i>Along50</i>	29	27	3,8
<i>Llong50</i>	87	86	1,7
<i>Slong50</i>	193	193	-0,2
<i>SAcourt10</i>	0,555	0,533	4,1
<i>AScourt10</i>	0,096	0,097	-1,2
<i>Acourt10</i>	0,534	0,530	0,7
<i>Lcourt10</i>	5,960	5,715	4,3
<i>Scourt10</i>	0,098	0,097	0,2
<i>SAcourt50</i>	0,012	0,012	-0,9
<i>AScourt50</i>	0,001	0,001	-1,5
<i>Acourt50</i>	0,012	0,012	-0,9
<i>Lcourt50</i>	0,061	0,060	1,7
<i>Scourt50</i>	0,001	0,001	-1,5
			1,4

Tableau 2 : Cumuls (en mm) et erreurs relatives (en %) sur les cumuls de drainage au fond, pour l'ensemble des tests (section 6.1.4.2. d)

	LAI	Erreur relative LI01			Erreur relative LK00		
		5	3	1	5	3	1
SA	8c	-19.9	-18.8	-11.1	0.0	-7.2	-7.2
	4c	-41.4	-32.2	-21.6	-11.7	-15.4	-11.3
	2c	-49.1	-37.9	-28.6	-26.5	-23.9	-17.3
AS	8c	-5.5	-13.4	-9.9	-1.6	-16.5	-11.7
	4c	-26.5	-26.2	-16.2	-25.3	-26.4	-17.6
	2c	-33.1	-28.2	-19.0	-30.3	-27.5	-19.6
A	8c	-0.3	-9.7	-8.8	-1.5	-16.3	-11.6
	4c	-21.9	-22.0	-14.5	-25.3	-26.3	-17.4
	2c	-28.0	-24.1	-17.3	-30.2	-27.4	-19.4
S	8c	-22.2	-17.2	-7.8	0.0	-6.0	-6.4
	4c	-43.1	-32.0	-19.1	-12.2	-16.1	-11.0
	2c	-51.0	-38.8	-27.2	-28.4	-25.6	-17.8
L	8c	0.3	-3.2	-4.2	0.2	0.3	-2.9
	4c	-6.8	-11.1	-6.8	0.7	-5.8	-4.7
	2c	-12.3	-12.1	-7.7	-3.7	-7.5	-5.3

Tableau 3 : Erreurs relatives sur l'évaporation, sans résolution du bilan d'énergie, pour l'ensemble des tests (section 6.2.3.3).

			SiSPAT		MZNS		Erreur		
			LI01	LK00	LI01	LK00	LI01	LK00	
SA	8c	5	196	131	198	131	1.3	0.5	
		3	173	106	178	108	2.8	2.3	
		1	100	57	102	60	2.1	3.9	
	4c	5	152	101	155	103	1.8	1.8	
		3	141	87	146	90	3.2	4.4	
		1	95	52	98	54	3.0	4.7	
	2c	5	127	86	126	89	-1.0	3.5	
		3	121	77	122	80	0.7	4.9	
		1	88	48	90	51	2.0	5.3	
AS	8c	5	180	162	181	163	0.3	0.7	
		3	153	135	158	143	3.5	6.1	
		1	91	84	95	92	5.1	9.1	
	4c	5	125	107	128	112	2.3	4.4	
		3	111	94	118	102	5.8	8.9	
		1	81	67	87	75	6.9	12.1	
	2c	5	99	84	100	87	1.7	3.7	
		3	91	76	94	80	3.0	5.8	
		1	73	56	77	61	5.2	9.0	
A	8c	5	202	191	203	192	0.3	0.7	
		3	172	162	175	170	1.6	5.0	
		1	97	98	99	103	2.6	4.1	
	4c	5	162	139	164	144	1.0	3.8	
		3	145	123	149	132	2.4	7.0	
		1	93	86	95	93	2.2	8.3	
	2c	5	141	116	141	119	-0.4	3.3	
		3	131	106	132	111	0.9	4.7	
		1	90	76	90	81	0.6	6.3	
S	8c	5	167	90	170	95	1.5	5.8	
		3	154	71	159	77	3.0	8.1	
		1	97	35	99	39	2.3	12.1	
	4c	5	110	66	112	70	2.1	6.2	
		3	104	54	108	60	4.0	11.6	
		1	86	30	90	35	5.3	16.0	
	2c	5	82	51	82	56	0.8	9.8	
		3	78	43	80	49	1.7	13.9	
		1	70	26	73	30	5.3	18.6	
L	8c	5	210	155	211	158	0.4	2.0	
		3	178	128	179	131	0.5	2.1	
		1	94	60	95	63	1.4	4.8	
	4c	5	179	130	180	133	0.2	2.3	
		3	155	102	157	106	1.0	3.9	
		1	91	53	92	56	0.5	6.3	
	2c	5	162	110	162	113	-0.3	2.5	
		3	146	89	147	93	0.7	4.4	
		1	90	49	90	52	0.1	6.0	
							moyen	2.0	6.0

Tableau 4 : Cumuls et erreurs relatives sur la transpiration en comparant les deux solutions numériques (SiSPAT/MZNS) pour l'ensemble des tests (section 6.2.3.5)

			SiSPAT		MZNS		Erreur	
			LI01	LK00	LI01	LK00	LI01	LK00
SA	8c	5	216	154	215	155	-0,7	+0,5
		3	216	168	213	166	-1,5	-1,2
		1	186	158	179	153	-4,0	-3,2
	4c	5	165	123	162	123	-1,6	-0,6
		3	164	125	161	123	-1,7	-1,7
		1	138	107	132	103	-4,6	-3,5
	2c	5	135	101	130	100	-3,9	-1,1
		3	135	99	130	98	-3,3	-1,7
		1	112	80	107	77	-4,6	-3,6
AS	8c	5	204	185	203	186	-0,4	+0,4
		3	210	193	208	191	-1,1	-0,7
		1	203	190	197	186	-3,2	-2,5
	4c	5	145	129	143	128	-1,6	-0,5
		3	149	132	145	130	-2,3	-1,3
		1	146	128	141	126	-3,4	-2,2
	2c	5	114	99	111	98	-3,0	-1,7
		3	116	100	112	98	-3,7	-2,4
		1	115	95	111	93	-3,5	-2,7
A	8c	5	226	214	226	215	+0,2	+0,5
		3	231	219	228	218	-1,3	-0,6
		1	208	205	201	196	-3,5	-4,0
	4c	5	183	160	180	160	-1,6	-0,1
		3	183	161	179	160	-2,7	-0,8
		1	157	147	150	143	-4,6	-2,4
	2c	5	157	131	152	130	-3,2	-0,7
		3	156	130	152	129	-3,1	-1,4
		1	130	115	124	112	-5,0	-2,4
S	8c	5	186	114	184	119	-0,8	+4,6
		3	192	134	190	136	-1,0	+1,5
		1	180	139	175	137	-2,3	-1,7
	4c	5	122	89	119	90	-2,4	+1,5
		3	125	92	123	92	-2,1	0,0
		1	126	86	123	84	-2,5	-1,6
	2c	5	90	67	86	67	-4,0	+0,9
		3	92	66	88	67	-4,1	+0,2
		1	93	58	90	57	-2,8	-1,6
L	8c	5	234	179	235	182	+0,4	+1,7
		3	241	192	240	195	-0,4	+1,5
		1	228	205	223	204	-1,9	-0,7
	4c	5	202	153	201	156	-0,6	+2,0
		3	202	158	199	158	-1,8	+0,5
		1	176	148	170	147	-3,0	-0,7
	2c	5	181	132	179	134	-1,5	+1,4
		3	179	131	176	132	-1,7	+0,6
		1	148	117	144	116	-3,0	-0,6
moyenne							-2,4	-0,7

Tableau 5 : Cumuls et erreurs relatives sur l'évapotranspiration en comparant les deux solutions numériques (SiSPAT/MZNS) pour l'ensemble des tests (section 6.2.3.6)

		Evaporation LI01/LK00			LI01/ LK00	Transpiration LI01/LK00			LI01/ LK00	Evapotranspiration LI01/LK00			LI01/ LK00
		5	3	1	moyen	5	3	1	moyen	5	3	1	moyen
SA	8c	0.7	0.6	0.8	0.5	1.5	1.6	1.7	1.6	1.4	1.3	1.2	1.3
	4c	0.4	0.5	0.7		1.5	1.6	1.8		1.3	1.3	1.3	
	2c	0.4	0.5	0.7		1.4	1.5	1.8		1.3	1.3	1.4	
AS	8c	1.0	1.0	1.1	1.0	1.1	1.1	1.0	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1
	4c	0.9	1.0	1.1		1.1	1.2	1.2		1.1	1.1	1.1	
	2c	0.9	1.0	1.1		1.2	1.2	1.3		1.1	1.1	1.2	
A	8c	1.0	1.1	1.1	1.1	1.1	1.0	1.0	1.1	1.1	1.0	1.0	1.1
	4c	1.0	1.1	1.1		1.1	1.1	1.0		1.1	1.1	1.0	
	2c	1.0	1.1	1.1		1.2	1.2	1.1		1.2	1.2	1.1	
S	8c	0.6	0.5	0.8	0.5	1.8	2.1	2.5	2.0	1.6	1.4	1.3	1.4
	4c	0.3	0.4	0.7		1.6	1.8	2.6		1.3	1.3	1.5	
	2c	0.4	0.5	0.6		1.5	1.6	2.4		1.3	1.3	1.6	
L	8c	1.0	1.0	0.9	0.9	1.3	1.4	1.5	1.5	1.3	1.2	1.1	1.2
	4c	0.9	0.8	0.9		1.4	1.5	1.6		1.3	1.3	1.2	
	2c	0.8	0.8	0.8		1.4	1.6	1.7		1.3	1.3	1.2	

Tableau 6 : Rapport LI01/LK00 pour l'évaporation, la transpiration et l'évapotranspiration, quand le bilan d'énergie n'est pas résolu (section 6.2.4.1)

