

# THESE

présentée par

**Philippe CROCHET**  
Ingénieur ISIM

Pour obtenir le titre de DOCTEUR de

**L'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER - GRENOBLE I**

(Arrêtés ministériels du 5 juillet 1984 et du 23 novembre 1988)

Spécialité : Physique

---

**UNE APPROCHE LAGRANGIENNE POUR CARACTERISER LA  
VARIABILITE SPATIALE DES CHAMPS DE PLUIE**

**APPLICATION A L'ESTIMATION DES LAMES D'EAU MOYENNES  
AU SAHEL, A PARTIR D'UNE INFORMATION BINAIRE**

---

Date de soutenance: 23 mars 1995

Composition du jury:

M.	J.P. CHOLLET	Président
M.	H. SAUVAGEOT	Rapporteurs
M.	M. DESBOIS	
M.	L. LEBARBE	Examineurs
M.	J.D. CREUTIN	

Thèse préparée au sein du Laboratoire d'étude des Transferts en Hydrologie et  
Environnement - URA 1512 (C.N.R.S.- U.J.F.- I.N.P.G.)



## Remerciements

Le travail de recherche présenté dans ce mémoire a été réalisé dans l'équipe "hydrométéorologie" du Laboratoire d'étude des Transferts en Hydrologie et Environnement de Grenoble, sous la direction de M. J.D. CREUTIN, Chargé de Recherche au CNRS. Je le remercie vivement d'avoir accepté de diriger mon travail. Il a su me guider avec patience au cours de ces longues années. Je tiens également à lui dire combien son expérience et ses conseils m'ont été enrichissants.

Qu'il me soit permis à présent de remercier les autres membres du jury:

M J.P. CHOLLET, Professeur à l'Université Joseph Fourier (Grenoble I), qui a bien voulu s'intéresser à cette étude, et a accepté d'assurer la présidence de mon jury.

Messieurs H. SAUVAGEOT, Professeur à l'Université Paul Sabatier de Toulouse, et M. DESBOIS, Directeur de Recherche au Laboratoire de Modélisation Dynamique de l'Ecole Nationale Polytechnique de Palaiseau, qui m'ont fait l'honneur d'être rapporteurs de ma thèse. Leur présence dans ce jury témoigne de l'intérêt qu'ils portent à mon travail. Leur rigueur et leur expérience le valorisent beaucoup.

M. L. LEBARBE, Chargé de Recherche à l'ORSTOM de Montpellier, et ancien directeur de la mission ORSTOM au Niger, où j'ai eu l'occasion de séjourner durant 3 mois. J'ai apprécié son jugement et ses remarques pertinentes lors de la soutenance.

Je remercie également M. T. LEBEL, Chargé de Recherche à l'ORSTOM, pour m'avoir fourni avec amabilité les données m'ayant permis d'illustrer mon travail.

Durant toute la durée de mon séjour au LTHE, j'ai mis à rude épreuve la patience de tous. Pourtant, jamais leur aide et leur encouragement ne se sont démentis.

J'exprime ainsi toute ma reconnaissance à I. BRAUD, Chargée de Recherche au CNRS, qui fut souvent impliquée dans cette recherche.

J'adresse également mes remerciements les plus sincères au personnel du LTHE ainsi qu'à mes collègues étudiants, et en particulier à J.Thielen, S. Caoudal et A. Taha.

J'exprime enfin toute ma gratitude à mes amis Grenoblois, et tout particulièrement à T. Jacquot, pour l'aide inestimable qu'il a su m'apporter au moment le plus décisif de ce travail.



## SOMMAIRE

<b>INTRODUCTION</b> .....	9
 <b>CHAPITRE I</b>	
<b>PRESENTATION DES DONNEES</b> .....	13
<b>I-1) L'expérience EPSAT-NIGER: les enjeux économiques et scientifiques</b> .....	15
<b>I-2) Situation et climatologie de la zone d'étude</b> .....	15
<b>I-3) Pluviométrie</b> .....	17
<b>I-4) Le réseau de mesure sol de l'expérience Epsat-Niger</b> .....	18
<b>I-5) Dénombrement des événements pluvieux étudiés</b> .....	20
 <b>CHAPITRE II</b>	
<b>ANALYSE GEOSTATISTIQUE CLASSIQUE</b> .....	25
<b>II-1) Rappels sur la théorie des variables régionalisées</b> .....	27
<b>II-2) Mise en oeuvre de la méthode intrinsèque</b> .....	32
II-2-1) Estimation des moments expérimentaux.....	32
II-2-2) Vérification des hypothèses.....	35
<b>II-3) Analyse de l'intermittence</b> .....	36
II-3-1) Moyenne spatiale de l'indicatrice.....	36
II-3-2) Statistiques climatologiques ponctuelles.....	37
II-3-3) Analyse de la structure spatiale de l'indicatrice.....	39
<b>II-4) Analyse de la variabilité en soi</b> .....	43
II-4-1) Statistiques climatologiques ponctuelles.....	43
II-4-2) Statistiques climatologiques globales.....	45
II-4-3) Statistiques spatiales.....	46
II-4-4) Analyse de la structure spatiale.....	48
<b>II-5) Analyse de la variabilité globale</b> .....	50
II-5-1) Statistiques climatologiques ponctuelles.....	50
II-5-2) Statistiques climatologiques globales.....	52
II-5-3) Statistiques spatiales.....	54
II-5-4) Analyse de la structure spatiale.....	56
<b>II-6) Dépendance spatiale entre intermittence et variabilité en soi</b> .....	59
<b>II-7) Conclusion</b> .....	61



## INTRODUCTION

Une bonne connaissance de la ressource en eau passe en premier lieu par une bonne connaissance des quantités d'eau précipitées. Traditionnellement, la mesure des précipitations s'est effectuée au sol, à l'aide de pluviomètres ou de pluviographes, qui offrent une mesure ponctuelle précise, de façon quasi-continue dans le temps. Certains postes pluviométriques permettent de disposer de longues séries chronologiques, à partir desquelles il est possible d'établir des statistiques climatologiques fiables. Cependant, se pose la question du transfert de cette information quasi-ponctuelle, à une information spatialisée, qui est la vraie grandeur d'intérêt à prendre en considération dans toute étude hydrologique, agronomique ou encore climatologique (Rodriguez-Iturbe et Meija (1974), Skaugen (1994)).

Dans la pratique, il est nécessaire de répéter cette mesure simultanément en de nombreux points de l'espace, puis de procéder à une interpolation aux endroits non mesurés, en moyenne sur un domaine où aux mailles d'un modèle numérique (Delhomme (1976, 1978), Creutin (1979), Creutin et Obléd (1982), Lebel (1984)).

Quel que soit le degré de sophistication des méthodes employées, de nombreux facteurs limitent leur capacité. L'erreur d'estimation va dépendre entre autre, du nombre de points de mesure, de la dimension du domaine, de la variabilité spatiale du phénomène, elle même liée à l'intervalle de temps considéré (Lebel (1984), Sighomnou et al (1990), Seed et Austin (1990), Thauvin (1992)).

Si les pays développés sont capables de supporter des coûts d'investissements élevés qui leur permettent de disposer de réseaux de mesure sol relativement denses, il n'en n'est pas de même pour les pays du tiers-monde, pour lesquels une densification importante des réseaux nationaux n'est pas envisageable tant financièrement que pour des raisons de gestion et d'accessibilité aux sites de mesure.

Une solution alternative et prometteuse semble pouvoir être apportée par la télédétection, qui permet de réaliser une couverture spatiale continue importante, avec des résolutions spatiale et temporelle qui dépendent du capteur utilisé.

Parmi ceux-ci, le radar météorologique semble pouvoir compléter efficacement les réseaux de mesures traditionnels, voir même s'y substituer pour certaines applications (Delrieu (1986), Faure (1993)). Néanmoins, son utilisation est encore limitée, en raison du coût d'investissement important que cela suppose, notamment lorsqu'une couverture spatiale importante est envisagée (exemple, le réseau ARAMIS de Météo France).

Une autre solution consiste à utiliser des capteurs embarqués à bord de satellites géostationnaires ou défilants, et qui permettent une observation de la couverture nuageuse. Néanmoins, outre leur faible résolution spatiale (quelques km<sup>2</sup>) et leur cadence d'échantillonnage temporelle réduite (une mesure toutes les demi-heures pour les satellites géostationnaires équipés de capteurs visible et infrarouge tels que GOES et Météosat, deux mesures par jour pour les satellites défilants dotés de capteurs micro-onde tels que SSM/I et SMMR), se pose le problème de leur capacité à restituer la grandeur d'intérêt.

En effet, estimer la pluie à partir de la couverture nuageuse suppose que deux problèmes puissent être résolus:

- i) localiser la pluie sous le nuage.
- ii) en calculer l'intensité.

Les mesures visible et infrarouge ne sont pas reliées directement à une quantité de pluie mais signalent un mécanisme éventuellement générateur de précipitation. Le signal micro-onde permet quant à lui de détecter la présence de gouttes d'eau dans l'atmosphère, mais sa réponse "sature" au delà d'un certain seuil d'intensité de pluie.

Compte tenue des difficultés d'interprétation quantitative de l'information fournie par ces capteurs, la faisabilité d'une estimation n'utilisant que ces données, aux différentes échelles des problèmes à traiter, est un sujet de recherche totalement ouvert.

Bien qu'il soit difficile d'établir des relations univoques entre ces différentes mesures et l'intensité pluvieuse, il semble néanmoins possible de discriminer avec un certain succès les surfaces précipitantes à l'intérieur des surfaces nuageuses (Lovejoy et Austin (1979), Tsonis et Isaac (1985), Tsonis (1988), O'Sullivan et al (1990), Cheng et al (1992), Prabhakara et al (1992), Cheng et al (1993)).

A cet égard, un certains nombres de résultats expérimentaux ont mis en évidence une relation linéaire entre la quantité de pluie produite par un système précipitant et son extension spatiale (Doneaud et al (1981, 1984, 1988), Atlas et al (1990)). Ces méthodes purement statistiques, dites "à seuils", consistent tout simplement à affecter arbitrairement la même intensité en tout point de la surface pluvieuse sans préjuger de sa variabilité spatiale. Validées à partir de données sol ou de radars météorologiques, et malgré leur extrême simplicité, ces méthodes donnent des résultats satisfaisants en matière d'estimation spatiale, sur des domaines de l'ordre de 10000 km<sup>2</sup> ou plus, et pour des durées très courtes (de quelques minutes à quelques heures). Elles sont d'ailleurs désignées dans le cadre de la future mission spatiale TRMM (Tropical Rainfal Measuring Mission) qui prévoit le lancement prochain d'un satellite défilant, équipé d'un radar, de capteurs micro-onde et de radiomètres visible et infrarouge.

Partant de là, notre idée est de proposer une amélioration de ces méthodes à seuils, en tirant au mieux parti de la variabilité spatiale des champs de pluie. Contrairement à l'approche géostatistique classique qui propose une estimation ponctuelle ou spatiale qui s'appuie nécessairement soit sur l'information disponible au sol (le krigeage), soit sur une combinaison de l'information sol et télédéctée (le cokrigeage) (Creutin 1987, Delrieu et al (1988), Lacomba 1986)), nous proposons une approche qui va consister à caractériser de manière objective la variabilité spatiale du phénomène dans un mode de repérage lié au système précipitant lui-même (Braud et al 1993(b), 1994). La méthode d'estimation qui en découlera permettra de déduire rapidement l'intensité de précipitation à partir de la seule connaissance de la géométrie des surfaces pluvieuses, au dessus d'un seuil donné.

Le chapitre I décrit brièvement le contexte scientifique dans lequel s'inscrit ce travail (l'expérience EPSAT-Niger) ainsi que les données utilisées, qui proviennent d'un réseau dense de pluviographes.

Le chapitre II propose une analyse géostatistique basée sur l'approche préconisée par Barancourt (1990). Elle permettra de mettre en évidence la présence d'une dérive de l'intensité de précipitation du bord vers l'intérieur des surfaces pluvieuses.

Le chapitre III explore de manière beaucoup plus approfondie cette notion de dérive. On s'attachera en particulier à faire ressortir des éléments d'appréciation caractérisant la variabilité spatiale du phénomène de manière plus explicite. On propose d'élaborer une méthode qui décrit les propriétés statistiques de l'intensité de pluie dans un mode de repérage lié au système précipitant.

Enfin, le chapitre IV est consacré à la mise en oeuvre de cette approche dans le cadre de l'estimation d'une lame d'eau moyenne. Elle est comparée à la méthode des seuils, développée par Atlas et al (1990).



## **CHAPITRE I**

### **PRESENTATION DES DONNEES**



### **I-1) L'expérience EPSAT-NIGER: les enjeux économiques et scientifiques.**

Depuis plus d'une vingtaine d'années, le sahel est le théâtre d'une sécheresse persistante. Les changements climatiques qui affectent cette zone en particulier, et toute l'Afrique de l'Ouest en général s'accompagnent d'une grande variabilité spatiale des précipitations et d'une forte irrégularité des cumuls pluviométriques à la fois dans leur répartition sur l'année et dans leurs valeurs d'une année sur l'autre. De nombreuses hypothèses explicatives ont été avancées. Les diverses voies de recherches, liées aux progrès sans cesse croissants des moyens d'investigations, ont tour à tour considéré des échelles locales, régionales ou encore planétaires. Janicot et Fontaine (1993) qui dressent un bilan sur les travaux menés à ce sujet au cours des 25 dernières années reconnaissent la "multiplicité des causes et la complexité des mécanismes en rétroaction pour rendre compte de la récurrence d'années anormalement sèches et/ou pluvieuses au Sahel".

Quelles qu'en soient les causes, les conséquences pour les pays concernés sont dramatiques, dans la mesure où leur économie repose principalement sur les rendements agricoles. Les précipitations sont donc un des facteurs clés de leur survie car leur répartition spatio-temporelle va conditionner le rendement des cultures. D'autre part, les systèmes précipitants tropicaux jouent un rôle important vis-à-vis du bilan énergétique global et de la circulation atmosphérique générale.

Ces différents aspects ont ainsi motivé la constitution du réseau EPSAT (Estimation des Précipitations par SATellite) (Cadet et Guillot, (1991)), dont l'objectif est d'améliorer la connaissance des précipitations dans la bande soudano-sahélienne et en particulier de mettre au point des algorithmes d'estimation des pluies à différentes échelles spatiales et temporelles, utilisant la meilleure combinaison possible de capteurs sol et de télédétection.

Dans le cadre de ce réseau, l'expérience EPSAT-Niger est la première campagne de mesure en zone sahéenne (Lebel et al, (1992), (1995a)). Celle-ci a débuté en 1988 et s'est terminée en 1993. Notre étude repose complètement sur les résultats de cette expérience.

### **I-2) Situation et climatologie de la zone d'étude.**

La zone d'étude se situe dans les environs de Niamey. Elle forme approximativement un carré de 110 km de côté situé entre les longitudes Est 2° et 3°, et les latitudes Nord 13° et 14° (Degré carré de Niamey) (figure I-1). Son relief est peu marqué. Les altitudes varient entre 175 m et 275 m.

Sur la bande soudano-sahélienne, l'année est divisée en deux saisons. Une saison sèche d'octobre à avril et une saison des pluies de mai à septembre. Ces deux saisons sont contrôlées par la position de l'équateur météorologique. Il s'agit d'une discontinuité qui sépare deux masses d'air : les alizés continentaux chauds et secs en provenance du nord et les alizés océaniques, moins chauds et humides issus du golfe de Guinée. Cette discontinuité présente une double structure: la **Zone InterTropicale de Convergence (ZITC)** et le **Front InterTropical (FIT)** qui désigne en fait la pente plus ou moins prononcée de cette discontinuité (figure I-2).

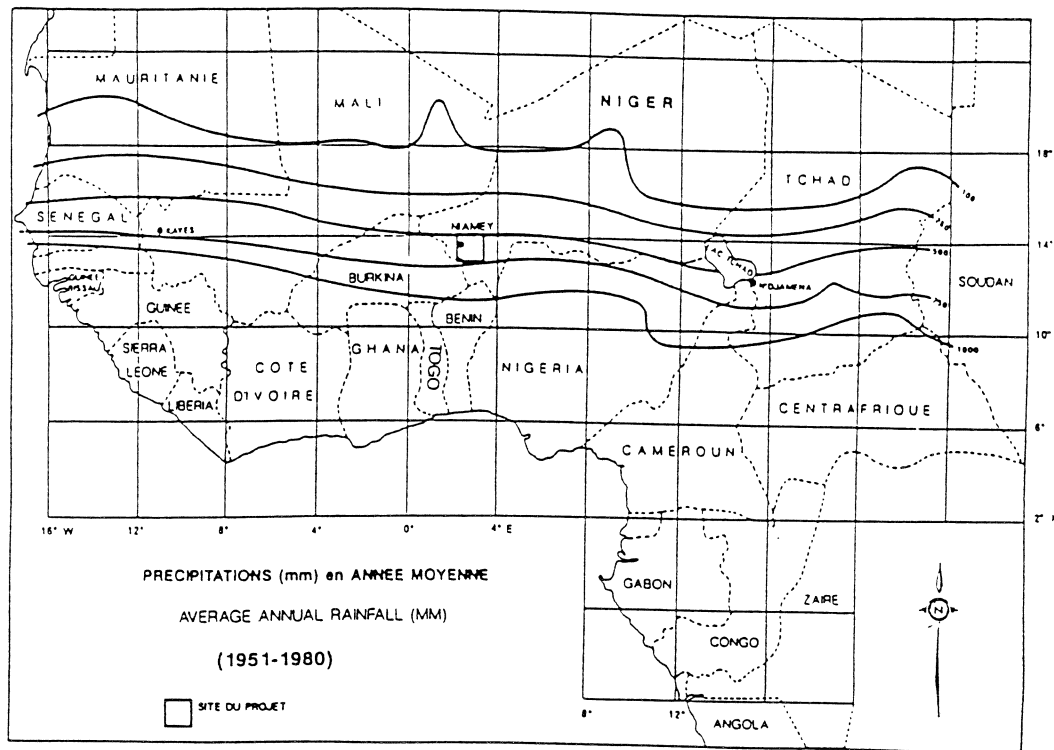


figure I-1: localisation de la zone d'étude

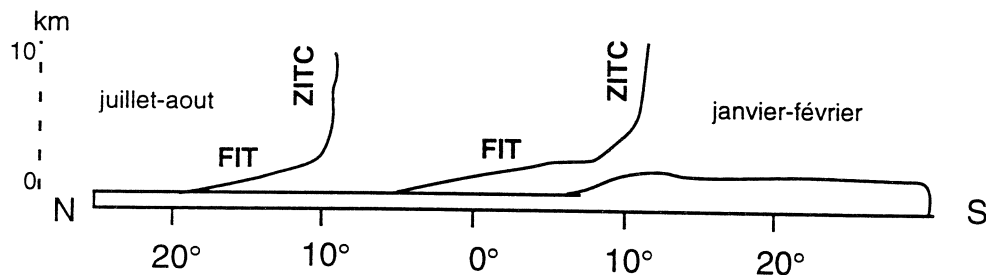


figure I-2: structure de l'équateur météorologique

La remontée vers le nord de l'équateur météorologique est liée à la mise en place d'un important gradient méridien de pression dans les basses couches de la troposphère, résultant de la mise en place d'une forte dépression thermique de surface au dessus du Sahara, vers 20° N.

"Les hautes pressions des Açores se trouvent repoussées vers le nord. L'action conjuguée des basses pressions thermiques et du renforcement hivernal de l'anticyclone de Ste-Hélène conduisent les alizés de l'hémisphère sud à traverser l'équateur et à pénétrer sur l'Afrique occidentale, en acquérant, sous l'influence de la force de Coriolis, une composante d'ouest, qui augmente avec la latitude. Au dessus du golfe de Guinée, ce flux transéquatorial se charge en humidité, conduisant à l'établissement, sur le continent, d'un régime de moussons favorable au développement des phénomènes convectifs." Cadet et Guillot (1991).

La zone qui nous intéresse subit exclusivement l'influence de la structure FIT, et des phénomènes qui y sont associés:

- Le Jet d'Est Africain. Il s'agit d'un vent observé dans la moyenne troposphère, entre 700 et 500 hPa, qui résulte du fort gradient de températures entre l'air sec et chaud du Sahara et l'air humide et moins chaud du golfe de Guinée.

- Les "ondes d'est", qui sont des perturbations associées aux ondulations du champ de vent et se déplaçant d'est en ouest.

- Les "lignes de grains", qui représentent le phénomène météorologique le plus caractéristique de cette région en particulier et de toute la bande soudano-sahélienne en général. On désigne sous ce terme un amas de nuages convectifs (cumulonimbus) plus ou moins organisés à méso-échelle, en arc ou en ligne, orienté du nord au sud, et se déplaçant d'est en ouest à une vitesse moyenne de 50 à 60 km/h. La genèse d'un tel système précipitant est due à un regroupement de systèmes convectifs isolés qui se forment à différentes latitudes et longitudes, par contraste thermique local dû à la variation diurne de la température. Dans sa forme la plus évoluée, une ligne de grains est composée de deux parties bien distinctes. Le front, constitué de cumulonimbus très développés (jusqu'à 1000 km d'extension méridienne), et la traîne à l'arrière, constituée de nuages stratiformes donnant des pluies peu intenses (300 à 500 km d'extension zonale). La relation entre les lignes de grains et les ondes d'est n'a pas encore été établie de façon sûre mais il semble cependant que ces dernières influencent la dynamique des lignes de grains.

### **I-3) Pluviométrie.**

La pluviométrie de la zone d'étude est assurée par ces lignes de grains plus ou moins organisées selon leur degré de maturité (2/3 des précipitations annuelles), ainsi que par des systèmes convectifs isolés (1/3 des précipitations annuelles) (Lebel, communication personnelle). Les isohyètes moyennes interannuelles, calculées sur la période 1951-1989 sont de 500 mm au nord de la zone et de 600 mm au sud (figure I-3), soit un gradient climatique Nord-Sud annuel de 1 mm/km.

D'une manière générale, l'essentiel des précipitations a lieu en juillet et août. La variabilité inter et intra-annuelle de ces cumuls annuels peut être considérable (Thauvin (1992)).

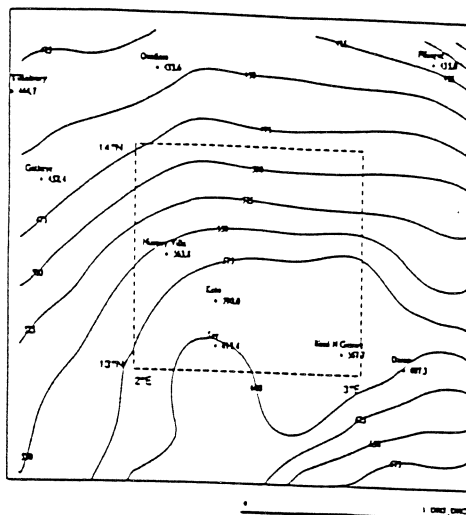


figure I-3: isohyètes moyennes interannuelles (période 1951-1989)  
(extrait de Thauvin, 1992)

#### I-4) Le réseau de mesure sol de l'expérience Epsat-Niger.

Afin de répondre aux différents objectifs de l'expérience Epsat-Niger, il a été décidé d'installer un réseau dense de mesure sol. Il permet d'étudier la variabilité spatiale des systèmes précipitants à différentes échelles spatiales et temporelles, et sert de vérité terrain pour la calibration d'un radar météorologique installé à l'aéroport de Niamey, ainsi que pour le satellite géostationnaire Météosat (Arnaud, (1992)).

Celui-ci est constitué de pluviographes à augets basculeurs, munis de cônes de réception de  $400 \text{ cm}^2$ , installés à 1.50 m du sol. L'instant de chaque basculement, qui correspond à 0.5 mm de pluie, est enregistré à la seconde près sur une mémoire magnétique. Leur alimentation est assurée par des batteries de type Cadmium-Nickel ou au Plomb, rechargées par panneau solaire (Lebel et al, 1991).

La mise en place du réseau complet a nécessité trois années (1988-1990). Elle a débuté avec la pré-campagne 1988 qui a conduit à l'installation de 37 pluviographes. Ce réseau comptait 50 appareils environ en début de saison des pluies 1989, et 80 environ en fin de saison. La campagne 1990 est la première à fournir un dispositif complet en début de saison des pluies. Elle offre un réseau de mesure doté de 95 appareils répartis sur 93 sites (deux sites sont doublés d'un pluviographe à même le sol). Parmi ces 93 sites, 11 se situent à l'Ouest de la zone initiale.

Le réseau de base forme une grille régulière de 64 sites dont l'inter-distance est de 12,5 km, soit environ  $156 \text{ km}^2$  par maille. Celui-ci est renforcé par un "super-site" à l'intérieur duquel sont implantés 16 appareils avec une densité croissante vers le centre, où 4 appareils forment un carré de 1 km de côté. Ce "super-site" encore appelé "cible" couvre une superficie de  $150 \text{ km}^2$  environ.

Notre étude portera exclusivement sur une analyse au pas de temps horaire, des saisons des pluies 1989 et 1990.

Le dysfonctionnement de certains appareils ayant été mis en évidence lors des campagnes de collecte des données, nous avons procédé à leur suppression partielle ou totale sur des périodes variables. Nous disposerons au plus, des données issues de 71 postes pour la saison des pluies 1989 et des 63 postes disponibles au moment de l'étude, pour la saison des pluies 1990.

La critique complète des données a été réalisée par l'équipe EPSAT-Niger de l'ORSTOM. Le lecteur pourra se reporter à Thauvin (1992).

La configuration du réseau après critique est présentée en figures I-4 pour la saison 1989 et I-5 pour la saison 1990.

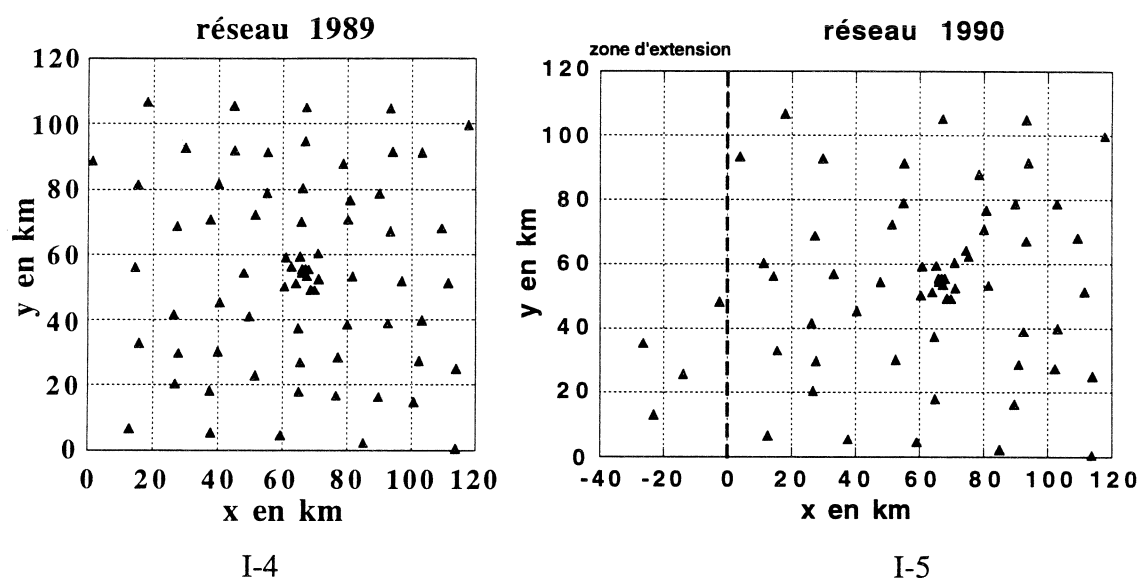


figure I-4: configuration du réseau après critique (1989)

figure I-5: configuration du réseau après critique (1990)

#### Statistiques sur les interdistances du réseau.

Les 71 stations du réseau, en 1989, permettent d'obtenir 2485 couples de distances inter-stations et les 63 stations en 1990 permettent d'obtenir 1953 couples. Le tableau I-1 donne les statistiques sur ces distances et leur distribution respective est présentée en figure I-6.

	moyenne (km)	écart-type (km)	distance mini	distance maxi
1989	50.3	25.5	1	143
1990	54.5	29.8	1	165

tableau I-1: statistiques sur les distances inter-stations

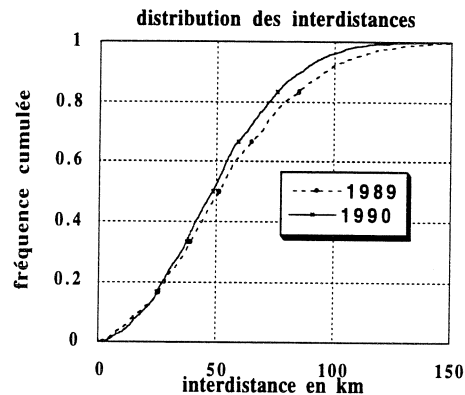


figure I-6: distribution des distances inter-stations

### I-5) Dénombrement des événements pluvieux étudiés.

La définition que nous retenons pour décrire un événement pluvieux sur le degré carré est celle adoptée par l'équipe EPSAT-Niger de l'ORSTOM :

"un événement pluvieux a lieu sur la zone d'étude lorsque plus de 10% des postes en fonctionnement du réseau enregistrent une pluie supérieure ou égale à 1.0 mm en quelques heures (de 1 à 12h). Le début de l'événement pluvieux correspond au début d'averse du premier poste touché par la pluie, la fin à la fin d'averse enregistrée sur un poste quelconque de la zone, sans discontinuité de plus d'une heure avec le début d'averse suivante, quel que soit son lieu d'apparition." Thauvin (1992).

Nous disposons pour notre étude de 32 événements ainsi définis en 1989, et des 36 événements pluvieux majeurs en 1990 (plus de 30% des postes ayant enregistré plus de 1mm de pluie), répertoriés dans le rapport de campagne (Lebel et al, 1991). Les dates de début et fin des événements ainsi que leurs durées respectives sont données dans les tableaux I-2 et I-3. Les périodes concernées couvrent la totalité des deux saisons des pluies.

début	fin	durée
19/06/89 01h00	19/06/89 03h35	02h35
29/06/89 08h30	29/06/89 13h30	05h00
08/07/89 14h10	08/07/89 19h19	05h09
10/07/89 16h30	10/07/89 22h30	06h00
11/07/89 03h00	11/07/89 09h30	06h30
30/07/89 13h00	30/07/89 19h00	06h00
31/07/89 20h00	01/08/89 06h30	10h30
02/08/89 01h00	02/08/89 06h30	05h30
04/08/89 00h30	04/08/89 12h00	11h30
06/08/89 11h00	06/08/89 20h00	09h00
08/08/89 10h00	08/08/89 16h30	06h30
09/08/89 01h45	09/08/89 13h45	12h00
10/08/89 04h00	10/08/89 09h00	05h00
13/08/89 20h00	14/08/89 04h30	08h30
16/08/89 05h00	16/08/89 08h30	03h30
18/08/89 19h00	19/08/89 03h00	08h00
20/08/89 07h30	20/08/89 15h00	07h30
21/08/89 07h30	21/08/89 11h15	03h45
23/08/89 12h15	23/08/89 14h15	02h00
26/08/89 10h05	26/08/89 13h35	03h30
01/09/89 22h00	02/09/89 03h30	05h30
03/09/89 17h00	03/09/89 22h30	05h30
06/09/89 16h30	07/09/89 00h00	07h30
08/09/89 01h00	08/09/89 09h30	08h30
10/09/89 23h30	11/09/89 05h00	05h30
13/09/89 18h30	13/09/89 23h30	05h00
17/09/89 17h35	18/09/89 00h05	06h30
20/09/89 15h00	20/09/89 17h30	02h30
26/09/89 14h30	27/09/89 20h00	29h30
29/09/89 19h30	29/09/89 23h30	04h00
30/09/89 00h30	30/09/89 04h30	04h00
02/10/89 22h00	03/10/89 06h00	08h00

tableau I-2: Dénombrement et caractéristiques des événements pluvieux étudiés (1989).

début	fin	durée
28/05/90 22h40	29/05/90 05h50	07h10
07/06/90 23h50	08/06/90 03h45	03h55
12/06/90 23h30	13/06/90 04h55	05h25
17/06/90 17h25	17/06/90 21h40	04h15
22/06/90 01h20	22/06/90 06h05	04h45
24/06/90 21h05	25/06/90 03h05	06h00
27/06/90 16h45	28/06/90 05h55	13h10
29/06/90 19h25	30/06/90 00h05	04h40
03/07/90 08h30	03/07/90 13h40	05h10
05/07/90 16h55	05/07/90 21h10	04h15
08/07/90 01h25	08/07/90 04h55	03h30
09/07/90 03h55	09/07/90 07h15	03h20
12/07/90 05h30	12/07/90 14h55	09h25
15/07/90 08h20	15/07/90 11h20	03h00
15/07/90 12h35	15/07/90 15h50	03h15
18/07/90 08h20	18/07/90 15h15	06h55
21/07/90 11h45	21/07/90 15h55	04h10
21/07/90 20h30	22/07/90 02h45	06h15
22/07/90 03h45	22/07/90 11h30	07h45
23/07/90 05h20	23/07/90 11h00	05h40
27/07/90 08h15	27/07/90 13h50	05h35
31/07/90 02h40	31/07/90 08h10	05h30
02/08/90 22h45	03/08/90 02h30	03h45
04/08/90 00h35	04/08/90 08h00	07h25
08/08/90 18h15	09/08/90 01h40	06h25
14/08/90 13h45	14/08/90 16h35	02h50
17/08/90 17h45	18/08/90 01h25	07h40
24/08/90 22h10	25/08/90 04h40	06h30
28/08/90 21h30	29/08/90 02h25	04h55
29/08/90 11h10	29/08/90 16h00	04h50
01/09/90 22h00	02/09/90 07h05	09h05
05/09/90 00h15	05/09/90 05h25	05h10
07/09/90 11h10	07/09/90 16h40	05h30
11/09/90 00h55	11/09/90 05h35	04h40
13/09/90 21h50	14/09/90 02h35	04h45
17/09/90 17h35	18/09/90 00h40	07h05

tableau I-3: dénombrement et caractéristiques des événements pluvieux étudiés (1990)

Nous donnons quelques repères sur la durée de ces événements pluvieux dans le tableau I-4. Les histogrammes sont également donnés en figures I-7 et I-8, en considérant des classes de durée de 60 minutes.

Globalement, la durée moyenne des événements pluvieux est peu différente entre les deux saisons.

	T min	T max	moyenne	médiane	ECT	nb d'evts
1989	2h	30h	6h30'	6h	3h	32
1990	3h	14h	6h10'	6h	2h10'	36

tableau I-4: Statistiques sur la durée des événements.

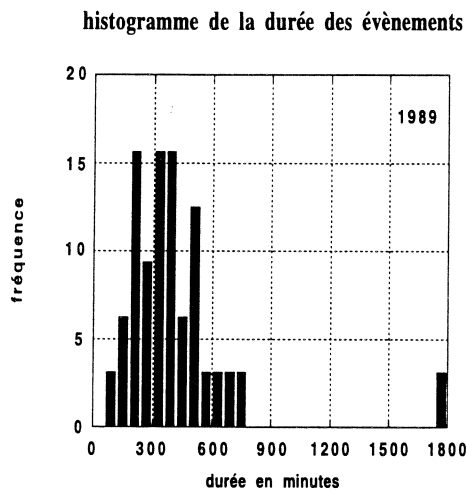


figure I-7

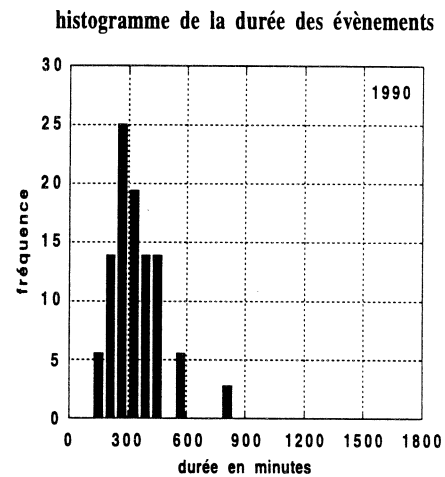


figure I-8

Notre étude portant sur un pas de temps horaire, nous avons procédé à un découpage arbitraire, en prenant comme origine, l'instant de début de chaque événement pluvieux. Cela nous donne 230 heures en 1989 et 221 heures en 1990.

On peut alors calculer le nombre moyen de postes en fonctionnement simultané pendant chaque champ horaire ainsi défini. Celui-ci est de 48 en 1989 (écart-type: 7) et 61 en 1990 (écart-type: 2). Le nombre minimum de postes en fonctionnement simultané est de 38 en 1989 et 53 en 1990, le nombre maximum est de 63 pour les deux saisons. Il n'est pas possible de présenter la configuration du réseau pour chaque événement pluvieux. Aussi, nous nous contentons de présenter la distribution du nombre de postes en fonctionnement simultané pour les deux saisons (figure I-9).

En 1989, le réseau est loin de présenter la configuration de la figure I-4, mais une couverture homogène est néanmoins assurée. Pour ce qui concerne la saison des pluies 1990, la configuration du réseau présentée dans la figure I-5 est bien maintenue pendant toute la durée de la campagne de mesure.

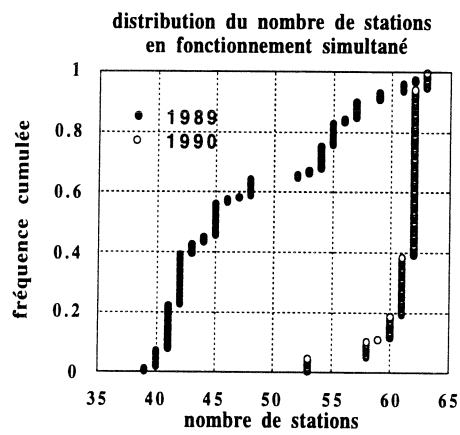


figure I-9

## **CHAPITRE II**

# **ANALYSE GEOSTATISTIQUE CLASSIQUE**



Ce chapitre se fixe principalement pour objectif de décrire la variabilité spatiale des champs de pluie horaires observés sur le degré-carré, au cours de la saison des pluies 1989. Nous utiliserons pour cela les outils mis à notre disposition par la géostatistique. Nous montrerons en particulier que cette variabilité s'exprime en terme d'intermittence spatiale (pluie-non pluie) et de variabilité en soi (variation de l'intensité de précipitation à l'intérieur des zones pluvieuses).

## **II-1) Rappels sur la théorie des variables régionalisées.**

Ces rappels ont pour but de présenter rapidement les hypothèses et les outils de la géostatistique.

### - Notion de variables régionalisées.

Le terme "régionalisé" a été proposé par Matheron (1965) pour qualifier un phénomène qui se déploie dans l'espace et présentant une certaine organisation spatiale (appelée couramment structure spatiale). Une variable régionalisée (V.R.) est une grandeur scalaire, variable dans l'espace et connue par un ensemble de réalisations indépendantes.

On notera :

$X=(x,y)$  un point de l'espace.

t: une réalisation.

$z(X,t)$ : la valeur de la variable au point X pour la réalisation t.

### - L'objectif de la théorie des variables régionalisées.

L'objectif de cette théorie est d'exprimer la structure spatiale de la variable régionalisée sous une forme mathématique adéquate. Elle fournit ensuite les moyens pratiques de résoudre les problèmes d'estimation de cette V.R. en des points dépourvus de mesure ou encore intégrée sur un domaine. Cet aspect, qui a reçu le nom de krigeage, ne sera pas développé dans le cadre de cet exposé. Le lecteur pourra se référer aux travaux portant sur cette question, tels que ceux de Delhomme (1976) ou de Journel et Huijbrets (1978).

### - Présentation de la méthode.

Pour décrire le comportement spatial d'une variable régionalisée, on se place dans le cadre probabiliste de la théorie des fonctions aléatoires (F.A.). On interprète la variable régionalisée  $z(X,t)$  comme une réalisation particulière d'une F.A.  $Z(X,t)$ .

Une F.A. est une variable aléatoire (V.A.) à une infinité de composantes correspondant chacune à un point X de l'espace.

Cette F.A. sera définie par sa loi de probabilité:

$$P(X_1, \dots, X_n; z_1, \dots, z_n) = \Pr(Z(X_1, t) < z_1, \dots, Z(X_n, t) < z_n)$$

Ainsi, les valeurs prises par le phénomène sont considérées comme ayant été obtenues simultanément par un tirage au sort effectué selon la loi de probabilité à une infinité de composantes qui définit la F.A.

Pour étudier le comportement d'une F.A., il faut pouvoir reconstituer en premier lieu sa loi de probabilité. Cette étape constitue l'inférence. Elle se fait à partir d'un ensemble de réalisations indépendantes qu'il faudra considérer comme provenant toutes de la même F.A. (hypothèse d'unicité du processus générateur). Pour réaliser l'inférence d'une fonction aussi complexe, on introduit un certain nombre d'hypothèses.

L'hypothèse que l'on formule généralement est celle de la stationnarité. Une F.A. sera dite stationnaire si sa loi de probabilité est invariante par translation d'ensemble de ces points. Dans la pratique, on limitera cette hypothèse à une stationnarité d'ordre 2. On vérifiera seulement que les deux premiers moments de la loi sont invariants par translation.

Ainsi:

- l'espérance mathématique est constante:

$$E[Z(X, t)] = m_Z(X) = m_Z \text{ quelle que soit la position du point } X. \quad (\text{II-1})$$

- la covariance entre deux points  $X$  et  $X'$  ne dépend pas séparément des deux points d'appui, mais uniquement du vecteur  $\vec{h}$  qui les sépare (module et direction).

$$C_Z(\vec{h}) = E \left[ (Z(X, t) - m_Z)(Z(X + \vec{h}, t) - m_Z) \right] \quad (\text{II-2})$$

On dispose ainsi d'un outil capable de caractériser la structure spatiale du phénomène.

On remarquera en particulier que:

$$C_Z(0) = \sigma_Z^2, \text{ indépendante de } X. \quad (\text{II-3})$$

La variance de la F.A. est stationnaire sur le domaine d'étude.

Dans la nature, assez peu de phénomènes vérifient une telle contrainte de variance finie. Pour s'affranchir de ce problème, on se contentera de vérifier une hypothèse moins stricte, connue sous le nom d'hypothèse intrinsèque. Elle consiste simplement à vérifier une stationnarité d'ordre 2 des accroissements de la F.A.

Ainsi:

$$E\left[Z(X,t) - Z(X + \vec{h}, t)\right] = 0 \quad (\text{II-4})$$

$$\text{VAR}\left[Z(X,t) - Z(X + \vec{h}, t)\right] = 2\gamma(\vec{h}) \quad (\text{II-5})$$

On s'affranchit également de l'estimation de la moyenne, nécessaire au calcul de la covariance.

Par définition, la fonction  $\gamma(\vec{h})$  est appelée demi-variogramme ou variogramme de la F.A. intrinsèque  $Z(X,t)$ .

Comme nous avons supposé que :

$$E\left[Z(X,t) - Z(X + \vec{h}, t)\right] = 0$$

on peut écrire :

$$\frac{1}{2}E\left[(Z(X,t) - Z(X + \vec{h}, t))^2\right] = \gamma(\vec{h}) \quad (\text{II-6})$$

Le variogramme mesure la dépendance spatiale qui existe entre deux points séparés par le vecteur  $\vec{h}$ . D'un point de vue statistique, il mesure la façon dont se dégrade l'information apportée par une mesure ponctuelle quand on s'éloigne de celle-ci. Le comportement du variogramme va donc nous renseigner de manière synthétique sur la structure spatiale du phénomène étudié. On s'intéressera en particulier à son comportement à l'origine et à l'infini.

- Comportement à l'origine:

Il traduit la variabilité propre de la F.A. Les écarts sont évidemment nuls pour  $\vec{h} = 0$ .

On doit observer:  $\gamma(0) = 0$

Dans la pratique, il peut présenter une discontinuité à l'origine appelée "effet de pépité". Elle pourra provenir d'une microrégionalisation du phénomène à des échelles de distances inférieures à la maille du réseau de mesure ou encore être due à des erreurs de mesures.

- Comportement à l'infini:

Si la variance est finie, on observe une stabilisation du variogramme autour d'une valeur appelée "palier". Elle est atteinte pour une distance appelée "portée". Cette distance nous renseigne sur l'extension de la zone d'influence d'un point expérimental. Elle correspond à l'échelle des structures élémentaires qui composent la F.A.

Au delà de cette distance,  $Z(X,t)$  et  $Z(X+\vec{h}, t)$  sont statistiquement indépendants. On doit observer théoriquement :

$$\gamma(\vec{h}) \xrightarrow{h \rightarrow \infty} = \sigma_Z^2 \quad (\text{II-7})$$

Contrairement à la covariance qui est nécessairement bornée par la valeur de la variance, le variogramme peut également croître indéfiniment. Cette absence de palier peut signifier que la variance est a priori infinie, ou plus simplement que la dimension du domaine est plus petite que la portée réelle du phénomène que l'on cherche à appréhender. Elle peut également signifier que l'hypothèse de moyenne constante n'est pas compatible avec la réalité du phénomène, et que celui-ci présente une dérive. On pourra alors chercher à l'éliminer en définissant une combinaison linéaire d'accroissements d'ordre  $k$  qui soit, elle, stationnaire: c'est l'hypothèse intrinsèque d'ordre  $k$  (Delhomme 1976, Delrieu 1986, Creutin 1987).

-Anisotropie:

Pour déceler une éventuelle anisotropie du phénomène, on calcule le variogramme dans différentes directions qui permettent précisément de mettre en évidence ces structures élémentaires. Cette anisotropie sera appréciée par la modification de la portée du variogramme selon la direction considérée. Si la F.A. ne présente pas d'anisotropie (F.A. isotrope), l'allure du variogramme sera identique quelle que soit la direction considérée.

- Problème de l'ergodicité.

L'application de la théorie des variables régionalisées, dans le contexte probabiliste des F.A., n'est envisageable a priori que si l'on dispose d'un nombre suffisant de réalisations, supposées provenir de la même F.A., et qui permettront de réaliser l'inférence de ses différents moments, dans un contexte dit "climatologique". On peut néanmoins appliquer cette théorie dans un contexte de réalisation unique, si on suppose qu'une réalisation particulière suffit pour rendre compte de toutes les réalisations éventuelles. On introduit alors la notion d'ergodicité. Une F.A. stationnaire sera dite ergodique si sa loi de probabilité peut être déterminée à partir d'une seule réalisation. Il est évidemment difficile de vérifier une telle hypothèse.

Nous venons de décrire rapidement les principes de base de cette théorie. Rappelons que dans son contexte initial, celle-ci a pour but de caractériser de manière probabiliste le comportement spatial d'un phénomène recouvrant un domaine de manière homogène. Néanmoins, quand les échelles de temps et/ou d'espace sont telles que des valeurs nulles apparaissent sur ce domaine, la mise en oeuvre de cette approche est mise en défaut. En effet, les champs de pluie intermittents ne sont en général ni stationnaires ni gaussiens.

Tout le problème consiste à savoir si la valeur zéro doit être considérée comme une des valeurs possibles de l'intensité de précipitation, ou bien si on doit considérer la pluie et l'absence de pluie comme deux phénomènes distincts.

On définit l'intermittence comme l'apparition ou la disparition d'un phénomène dans le temps et/ou l'espace. S'agissant de la pluie dans notre cas, on définira une surface pluvieuse comme une zone à l'intérieur de laquelle il a plu partout. La variabilité en soi représente les fluctuations de l'intensité de pluie à l'intérieur d'une surface pluvieuse.

Dans la mesure où ces deux processus décrivent deux phénomènes différents, il semble légitime de les analyser séparément. Barancourt (1990) puis Barancourt et al. (1992), constatant que les modèles stochastiques de simulation de pluie font la distinction entre les caractéristiques intérieures (variabilité en soi) et extérieures (intermittence spatiale et/ou temporelle) de la pluie, se proposent d'examiner comment les méthodes de la géostatistique permettent d'étudier séparément ces deux aspects.

Ces auteurs proposent de décomposer la variable régionalisée  $Z(X,t)$  que nous cherchons à décrire de la manière suivante :

$$Z(X,t)=F(X,t)I(X,t) \quad (\text{II-8})$$

où les F.A. :

$Z(X,t)$  représente la variabilité globale.

$I(X,t)$  représente l'intermittence spatiale.

$F(X,t)$  représente la variabilité en soi.

Ainsi:

$$Z(X,t) \geq 0$$

$$I(X,t) = 1 \text{ si } Z(X,t) > 0 \quad (\text{II-9})$$

$$I(X,t) = 0 \text{ sinon.}$$

et

$$F(X,t) = Z(X,t) \text{ si } Z(X,t) > 0 \quad (\text{II-10})$$

$$F(X,t) \text{ inconnue sinon.}$$

Dans ce qui suit, nous proposons de reprendre sa méthodologie. Les équations utilisées seront explicitées au cours du chapitre. Le lecteur est néanmoins invité à se référer à ses travaux.

## II-2) Mise en oeuvre de la méthode intrinsèque.

La mise en oeuvre de la méthode intrinsèque nécessite de reconstituer la loi de probabilité de chaque F.A., ou du moins leurs deux premiers moments. Le processus que nous cherchons à identifier se développe sur un domaine d'étude  $D$  (figure II-1), à l'intérieur duquel sont réparties des stations de mesure  $X_i$  de coordonnées géographiques  $(x_i, y_i)$ .

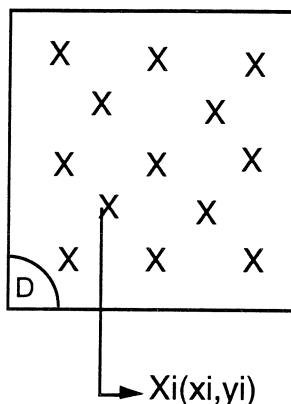


figure II-1: réseau de mesure à l'intérieur du domaine d'étude

Si on connaît  $k$  réalisations  $t_q$ , supposées indépendantes, de la F.A. étudiée, on peut calculer des estimateurs de ses deux premiers moments.

### II-2-1) Estimation des moments expérimentaux.

Nous rappelons brièvement comment sont calculés les différents moments expérimentaux que nous avons utilisé. Le contexte est qualifié de "spatial", "climatologique ponctuel" et "climatologique" selon que le calcul est effectué sur un réseau de stations de mesure pour une réalisation, en un point de mesure sur l'ensemble des réalisations ou bien sur l'ensemble des réalisations et des stations de mesure.

L'exemple qui est pris concerne la F.A.  $Z(X,t)$ , mais il s'applique évidemment aux processus  $F(X,t)$  et  $I(X,t)$ .

- La moyenne climatologique ponctuelle de la V.A.  $Z(X)$ , du processus  $Z(X,t)$ , au point de mesure  $X_j$ , est estimée à partir des  $k$  réalisations par :

$$m_Z^*(X_i) = \frac{1}{k} \sum_{q=1}^k z(X_i, t_q) \quad (\text{II-11})$$

- La variance climatologique ponctuelle de  $Z(X)$ , est estimée par :

$$\sigma_Z^{*2}(X_i) = \frac{1}{k-1} \sum_{q=1}^k \left( z(X_i, t_q) - m_Z^*(X_i) \right)^2 \quad (\text{II-12})$$

- La moyenne spatiale de  $Z(X,t)$ , est estimée à partir des  $n$  stations de mesure pour la réalisation  $t_q$  par :

$$m_Z^*(t_q) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z(X_i, t_q) \quad (\text{II-13})$$

- la variance spatiale de  $Z(X,t)$ , est estimée pour la réalisation  $t_q$  par :

$$\sigma_Z^{*2}(t_q) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left( z(X_i, t_q) - m_Z^*(t_q) \right)^2 \quad (\text{II-14})$$

- la moyenne climatologique de  $Z(X,t)$ , calculée sur les  $n$  stations de mesure et les  $k$  réalisations est estimée par :

$$m_Z^* = \frac{1}{nk} \sum_{i=1}^n \sum_{q=1}^k z(X_i, t_q) \quad (\text{II-15})$$

- La variance climatologique de  $Z(X,t)$ , est estimée par :

$$\sigma_Z^{*2} = \frac{1}{nk-1} \sum_{i=1}^n \sum_{q=1}^k \left( z(X_i, t_q) - m_Z^* \right)^2 \quad (\text{II-16})$$

- Le variogramme climatologique de  $Z(X,t)$ :

Son estimation nécessite le choix d'un certain nombre de classes de distances couvrant l'ensemble des interdistances possibles sur le domaine étudié. A chaque classe d'interdistances  $[h_1; h_2]$  correspondent des couples de stations séparées par la distance  $h$  telle que  $h_1 < h < h_2$ . On obtient ainsi une courbe qui traduit le comportement moyen du nuage.

Dans le cas isotrope, on ne se préoccupe que du module de  $h$ . Dans le cas anisotrope les regroupements s'effectuent par classes de distance  $h$  et de direction  $\alpha$ .

$$\gamma_Z^*(h, \alpha) = \frac{1}{2N(h, \alpha)} \sum_{q=1}^k N_q(h, \alpha) \sum_{i=1}^{N_q(h, \alpha)} \left( z(X_i, t_q) - z(X_i + h, t_q) \right)^2 \quad (\text{II-17})$$

où :

$N_q(h, \alpha)$  représente le nombre de couples de stations de la réalisation  $t_q$  sélectionnés pour la classe de distance  $h$  et la direction  $\alpha$ .

$N(h, \alpha)$  représente le nombre total de couples sélectionnés pour la classe de distance  $h$  et de direction  $\alpha$  sur l'ensemble des réalisations:

$$N(h, \alpha) = \sum_{q=1}^k N_q(h, \alpha)$$

La deuxième étape consiste à ajuster un modèle théorique au variogramme expérimental. Les modèles autorisés doivent garantir que la variance de toute combinaison linéaire de la variable reste positive (Delhomme, 1976). Le lecteur pourra se référer aux travaux de cet auteur pour une description des différents modèles proposés.

Nous adopterons dans tous les cas le modèle borné de type "sphérique", dont l'expression est la suivante:

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= C_0 + C \left( \frac{3|h|}{2a} - \frac{1}{2} \frac{|h|^3}{a^3} \right) && \text{pour } |h| \leq a \\ \gamma(h) &= C_0 + C && \text{pour } |h| > a \end{aligned} \quad (\text{II-18})$$

où

$a$  représente la portée (km)

$C_0$  représente la pépité  $(\text{mm/h})^2$

$C_0 + C$  représente le palier  $(\text{mm/h})^2$

Le calage du modèle peut se faire de différentes manières:

- méthode d'ajustement manuelle ou heuristique: elle consiste tout simplement à caler une fonction théorique sur la fonction expérimentale, en proposant de manière interactive des valeurs pour les points caractéristiques (portée, palier, pépité).

- méthode d'ajustement automatique : elle consiste à utiliser un critère statistique afin d'optimiser le calage d'une fonction théorique. On citera par exemple la méthode MSIE ("mean squared interpolation error") utilisée par Lebel et Bastin (1985).

Pour notre part, nous utiliserons simplement la méthode d'ajustement manuelle.

- Fluctuation des moments expérimentaux:

Si le calcul de ces différents moments expérimentaux s'effectue sur plusieurs échantillons, on s'aperçoit en général que chacun fournit une valeur numérique différente. Le calcul de ces estimateurs doit donc tenir compte de ces fluctuations d'échantillonnage gouvernées par les propriétés statistiques de la population et le nombre d'observations indépendantes.

Aussi, il faut associer à ces valeurs un intervalle qui a la probabilité  $(1-\alpha)$  de recouvrir la vraie valeur qui elle est inconnue, c'est l'intervalle de confiance. Pour ce qui concerne le contexte climatologique ponctuel, ces fluctuations sont dues au nombre limité de réalisations, et dans une certaine mesure au fait que l'indépendance "temporelle" entre ces réalisations n'est pas toujours assurée (en particulier au pas de temps horaire, si nous considérons toutes les réalisations successives d'un même événement).

Si la distribution d'échantillonnage n'est pas significativement différente d'une loi Normale, on estime l'intervalle de confiance (I.C.) de  $m_Z^*(X_i)$  et  $\sigma_Z^*(X_i)$  de la manière suivante lorsque  $\alpha = 5\%$ :

$$\text{I.C. } (m_Z^*) = m_Z^*(X_i) \pm 1.96 \frac{\sigma_Z^*(X_i)}{\sqrt{k}} \quad (\text{II-19})$$

$$\text{I.C. } (\sigma_Z^*) = \sigma_Z^*(X_i) \pm 1.96 \frac{\sigma_Z^*(X_i)}{\sqrt{2k}} \quad (\text{II-20})$$

Pour ce qui concerne le contexte "spatial" le problème est plus délicat car la surface d'échantillonnage joue un rôle prépondérant. Si cette surface est grande par rapport à la portée du phénomène, l'erreur d'estimation provient uniquement du mode de prélèvement. En revanche, si cette surface est petite par rapport à la portée du phénomène, les fluctuations d'échantillonnage sont considérables en raison précisément de l'inter-dépendance des mesures (Munoz-Pardo, 1987).

Dans le contexte "climatologique", les moments sont soumis aux fluctuations d'échantillonnage dues à la fois à la "dépendance spatiale" et à la "dépendance temporelle".

## II-2-2) Vérification des hypothèses.

- Unicité du processus générateur.

Pour réaliser une inférence climatologique, il est nécessaire de considérer les différents événements comme des réalisations de F.A. identiques. D'un point de vue "physique", cette identité peut se voir comme l'unicité du processus à la base de la genèse des systèmes précipitants.

Nous avons vu au chapitre I que la totalité des précipitations qui ont lieu dans la zone d'étude est concentrée sur une période de quatre mois environ appelée "la saison des pluies". Nous avons vu également que ces précipitations sont d'origine convective. L'étude de la dynamique de ces événements à partir des images Météosat (Arnaud, (1992)) a montré que certains orages convectifs prenant naissance sur le degré carré se déplaçaient vers l'ouest puis s'organisaient en lignes de grains. Thauvin (1992), souligne à juste titre que la "distinction orage convectif local et système convectif mobile organisé est liée à l'endroit d'observation". Il est d'ailleurs bien souvent impossible de discerner depuis un réseau sol, au pas de temps horaire, la part d'ue à l'une ou à l'autre de ces situations. Aussi, il est raisonnable de réaliser une inférence climatologique sur l'ensemble des événements de la saison.

- l'hypothèse de stationnarité des moments climatologiques ponctuels sera appréciée par une comparaison de leurs valeurs estimées aux différents points de mesure du réseau.

- l'hypothèse d'ergodicité consiste à vérifier l'équivalence entre les moments climatologiques et les moments spatiaux.

Notre analyse reposera sur l'étude de l'échantillon complet des réalisations, quelque soit le degré d'intermittence spatiale (cet échantillon est désigné par  $f_0-100$  pour 0 à 100 % de valeurs nulles dans le champ).

### **II-3) Analyse de l'intermittence.**

Nous proposons d'étudier dans un premier temps l'importance que revêt l'intermittence spatiale et temporelle sur les données horaires que nous analysons.

Rappelons que cette analyse consiste à étudier l'indicatrice  $I(X,t)$  de la F.A.  $Z(X,t)$  au seuil  $z=0$ .

#### **II-3-1) Moyenne spatiale de l'indicatrice.**

La moyenne spatiale de l'indicatrice, notée  $m_I(t)$  représente le pourcentage de surface de la zone d'étude où il pleut à l'instant  $t$ . Elle permet de caractériser le degré d'intermittence spatiale dans chacun des champs de précipitation. Si le réseau de mesure sol est à la fois dense et réparti uniformément sur la zone d'étude, la valeur de  $m_I(t)$  calculée par simple moyenne arithmétique des valeurs ponctuelles est un bon estimateur de ce pourcentage de surface pluvieuse. L'histogramme des  $m_I^*(t)$  est donné en figure II-2. Les stations de la cible ont été supprimées lors de ce calcul pour ne pas leur donner un poids excessif. On observe que l'échantillon couvre toute la gamme des surfaces pluvieuses, des moins étendues aux plus vastes. Si on excepte les classes 0-0.20, qui correspondent à l'arrivée ou au départ des lignes de grains sur le degré carré, les champs couvrant entre 20% et 100% du domaine sont représentés dans des proportions comparables pour toutes les classes.

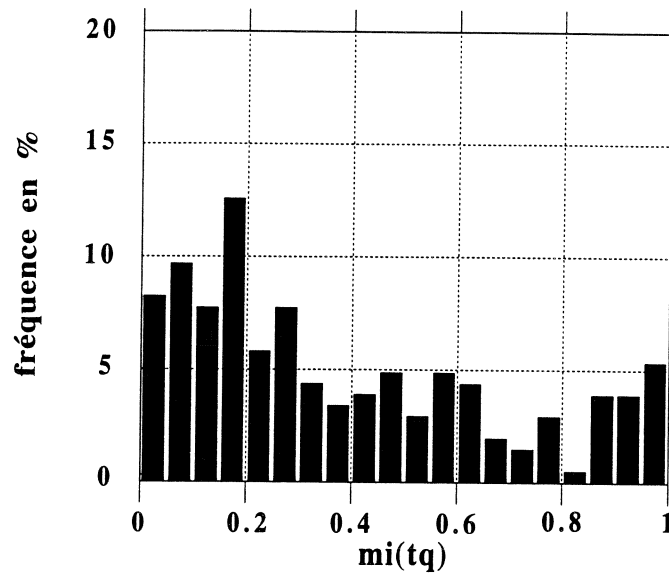


figure II-2: histogramme des moyennes spatiales de l'indicatrice.

### II-3-2) Statistiques climatologiques ponctuelles.

La moyenne climatologique ponctuelle de l'indicatrice, représente la probabilité pour qu'il pleuve au point X, c'est-à-dire l'occurrence de pluie:

$$m_{I(X)} = E[I(X)] = \Pr[I(X)=1] = p \quad (\text{II-21})$$

La probabilité pour qu'il ne pleuve pas au point X s'obtient tout simplement en prenant le complémentaire à 1:

$$\Pr[I(X)=0] = 1-p \quad (\text{II-22})$$

La variance climatologique ponctuelle de l'indicatrice se déduit simplement de la moyenne par:

$$\sigma_{I(X)}^2 = m_{I(X)}(1 - m_{I(X)}) \in [0, .25] \quad (\text{II-23})$$

Le calcul de ces moments "climatologiques" nécessite le choix de stations présentant un dysfonctionnement minimum pour être au moins représentatif de la saison des pluies étudiée. Nous avons retenu 59 stations dont le fonctionnement est assuré dans plus de 30% des cas. Pour apprécier l'organisation spatiale de ces moments sur le domaine, on interpole leurs valeurs à l'aide de fonctions spline. Il convient également de leur associer leur intervalle de confiance pour juger si les résultats sont dûs à des fluctuations d'échantillonnage ou bien à des fluctuations climatiques. En toute rigueur, il faudrait tenir compte des incertitudes de l'interpolation.

Nous ne nous intéresserons ici qu'au calcul des moyennes. Compte tenu du caractère binaire de  $I(X,t)$ , le calcul des écart-types est superflu puisqu'ils se déduisent directement des moyennes.

La carte de ces moyennes (figure II-3) met en évidence une organisation spatiale de l'occurrence de pluie du Nord au Sud malgré la présence d'un certain nombre de singularités qui la perturbent, particulièrement au niveau de la cible ainsi qu'à l'Ouest, et que nous attribuons aux courtes périodes de fonctionnement des stations concernées. Il pleut plus souvent quand la latitude diminue. La projection de ces moyennes sur un axe Sud-Nord (figure II-4) confirme la présence de ce gradient qui est approximativement de 0.1%/km.

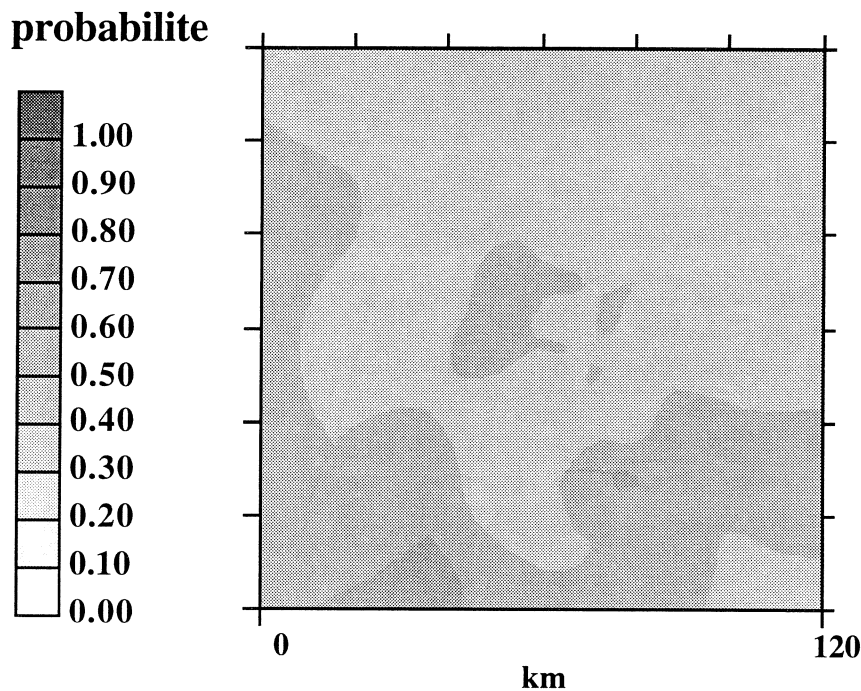


figure II-3: Cartes des moyennes climatologiques ponctuelles de l'indicateur (les valeurs sont exprimées en pourcentage)

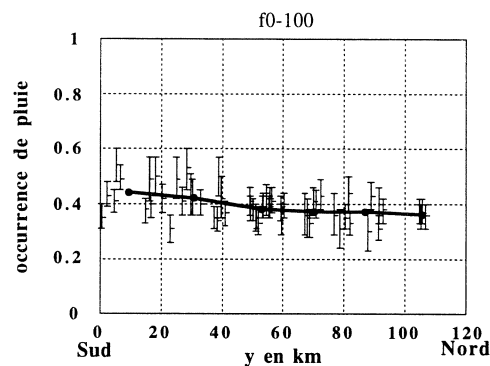


figure II-4: Gradient climatique sud-nord de l'occurrence de pluie

### II-3-3) Analyse de la structure spatiale de l'indicatrice.

Le variogramme de l'indicatrice,  $\gamma_I(\vec{h})$ , représente la probabilité de transition de l'intérieur vers l'extérieur de la zone pluvieuse ou inversement selon la direction  $\vec{h}$  (Barancourt, 1990). Il dépend donc de la géométrie des surfaces pluvieuses.

Ce variogramme se définit de la manière suivante:

$$\gamma_I(\vec{h}) = \frac{1}{2} E \left[ (I(X,t) - I(X+\vec{h},t))^2 \right] \quad (\text{II-24})$$

$$\gamma_I(\vec{h}) = \frac{1}{2} \left( \Pr \left[ I(X,t)=0 \text{ et } I(X+\vec{h},t)=1 \right] + \Pr \left[ I(X,t)=1 \text{ et } I(X+\vec{h},t)=0 \right] \right) \quad (\text{II-25})$$

$$\gamma_I(\vec{h}) = \Pr \left[ I(X,t)=1 \text{ et } I(X+\vec{h},t)=0 \right] \quad (\text{II-26})$$

Son comportement reste identique si on inverse le codage, c'est à dire si  $I(X,t)$  devient  $1-I(X,t)$ . Le palier de ce variogramme ne dépend que de la probabilité d'être à l'intérieur de la surface pluvieuse. Sa valeur doit correspondre à la variance du phénomène, c'est à dire  $m_I(1-m_I)$ . Le pourcentage de pépite nous renseigne sur l'irrégularité des contours des surfaces pluvieuses. La pente à l'origine représente la probabilité de passer de l'intérieur à l'extérieur d'une surface pluvieuse en une très petite distance. Ainsi, cette pente sera d'autant plus importante que les surfaces sont nombreuses et présentent un contour irrégulier.

La figure II-5 présente les variogrammes climatologiques expérimentaux, calculés sur l'échantillon f0-100. Les fonctions de structures sont estimées d'après l'expression II-17. Les tableaux II-1 et II-2 résument les résultats de la modélisation.

Le comportement de  $\gamma_I(\vec{h})$  a été modélisé dans tous les cas par un modèle de variogramme de type sphérique, dont l'expression a été donnée précédemment.

Ils ne présentent pas vraiment de stabilisation. Toutes les fonctions de structure présentent un effet de pépite relativement important, qui traduit une irrégularité des contours des surfaces pluvieuses. On remarque également que la valeur du variogramme est toujours plus élevée dans la direction Nord-Sud (azimut 135-225) que Est-Ouest (azimut 45-135). Ce sont les couples de points de transition qui contribuent à faire augmenter de manière importante la valeur de  $\gamma_I(\vec{h})$ .

Ils sont tels que:

$$I(X,t)=0 \text{ et } I(X+h,t)=1 \text{ ou inversement } I(X,t)=1 \text{ et } I(X+h,t)=0.$$

En d'autres termes, à distance égale, la probabilité de transition de l'intérieur vers l'extérieur d'une surface pluvieuse (ou inversement) est plus élevée en se déplaçant du Nord vers le Sud (ou inversement) qu'en se déplaçant d'Est en Ouest (ou inversement).

La figure II-6 présente les configurations qui nous paraissent les plus caractéristiques. Les lignes de grains ne sont pas entièrement cadrées sur le domaine du Nord vers le Sud, et n'en recouvrent qu'une partie dans cette direction. Compte tenu de la dynamique de ces systèmes précipitants (déplacement d'Est en Ouest à une vitesse moyenne de l'ordre de 50 km/h), le pas de temps d'intégration horaire peut conduire à un recouvrement important de la zone d'Est en Ouest.

Notons également que la portée de ces variogrammes dépasse probablement la dimension de la zone d'étude. Pour mémoire, rappelons qu'elle représente un carré de 120 km de côté et que l'interdistance entre les deux stations de mesure les plus éloignées est de 143 km (voir chapitre I).

Enfin, on remarquera que le palier de  $\gamma_I(h)$  est un estimateur concordant de la variance des valeurs de l'indicatrice :  $m_I(1 - m_I)$ .

L'indice  $\varepsilon_I$  reste faible dans tous les cas (cf tableau II-2).

$$\varepsilon_I = \frac{m_I(1 - m_I) - \text{Palier}}{m_I(1 - m_I)} \quad (\text{II-27})$$

( $m_I=0.3878$ . Elle correspond à la moyenne climatologique globale de l'indicatrice).

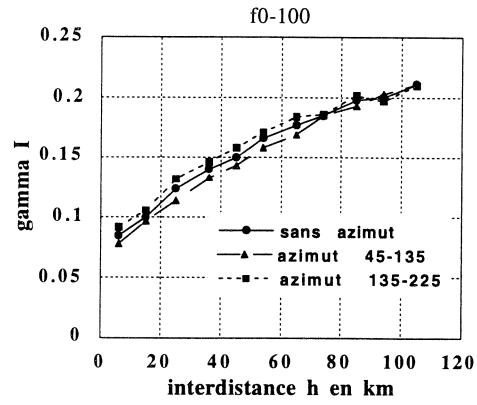


figure II-5 : variogramme climatologique de l'indicatrice

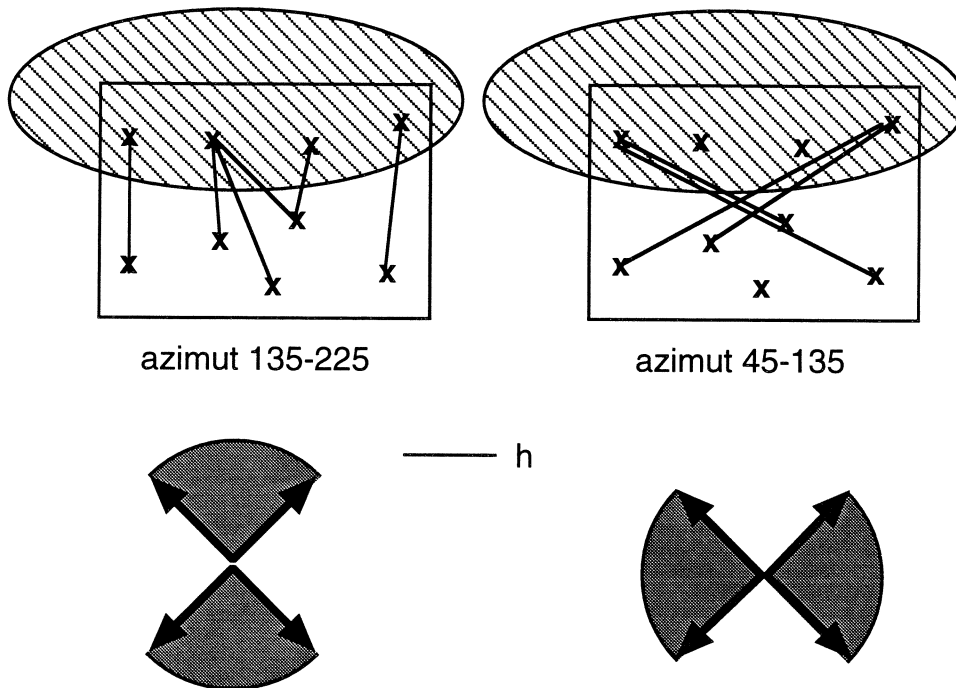


figure II-6: interprétation des variogrammes climatologiques de l'indicatrice.

	f0-100
portée S.A. (km)	119
pépite S.A.	0.08
% pépite S.A.	36
portée NS (km)	96
pépite NS	0.08
% pépite NS	40
portée EW (km)	127
pépite EW	0.07
% pépite EW	31

tableau II-1: portées et pépites des variogrammes climatologiques de l'indicatrice  $\gamma_I(\vec{h})$

	f0-100
$m_i (1 - m_i)$	0.24
palier S.A.	0.22
palier N.S.	0.2
palier E.W.	0.22
$\varepsilon_r$ SA (en %)	9
$\varepsilon_r$ NS (en %)	16
$\varepsilon_r$ EW (en %)	9

tableau II-2: relation entre le palier de  $\gamma_I(\vec{h})$  et  $m_I(1-m_I)$

## II-4) Analyse de la variabilité en soi.

L'étude de la variabilité en soi ( $F(X,t)$ ) consiste à se placer aux endroits où l'intermittence ne joue pas, c'est-à-dire à considérer uniquement les valeurs strictement positives de l'intensité de pluie.

Les manières classiques de procéder consistent à :

- choisir un pas de temps et d'espace adéquats pour éliminer l'intermittence spatiale
- réduire la zone d'étude ou sélectionner les champs pluvieux sur un critère d'extension spatiale

Au lieu d'éliminer l'intermittence, Barancourt (1990), propose simplement de l'ignorer, en regardant ce qui se passe là où il pleut.

### II-4-1) Statistiques climatologiques ponctuelles.

Nous proposons d'estimer la moyenne et l'écart-type climatologiques ponctuels de  $F(X,t)$ , et d'étudier leur stationnarité sur le domaine d'étude.

Nous retenons comme pour le calcul des moyennes climatologiques ponctuelles de l'indicatrice de la pluie, les 59 stations sur les 71 initiales dont le fonctionnement est assuré dans plus de 30% des cas.

Les cartes des moyennes et des écarts-types, interpolées par fonctions spline, sont présentées en figures II-7 et II-8. Nous présentons également une projection de ces moments sur un axe Sud-Nord en figures II-9 et II-10.

L'organisation spatiale de la moyenne et de l'écart-type climatologiques ponctuels de  $F(X,t)$  apparaît très chaotique. Les quarts Nord-Ouest et Nord-Est de la zone d'étude se présentent comme la partie la plus arrosée. En fait, un seul épisode suffit à expliquer les très forts niveaux de  $F(X,t)$  observés sur cette partie de la zone d'étude. Il s'agit de l'épisode du 04 août 1989, dont la durée est de 10h30, et pour lequel la période de retour du cumul maximum observé au pas de temps de l'événement pluvieux soit 155 mm est centenal ou plus (Lebel et al, 1995b). L'importance de sa contribution se retrouve également au pas de temps horaire. Cependant, la projection de ces moments sur un axe SN montre qu'il semble raisonnable de les considérer comme stationnaires sur le domaine.

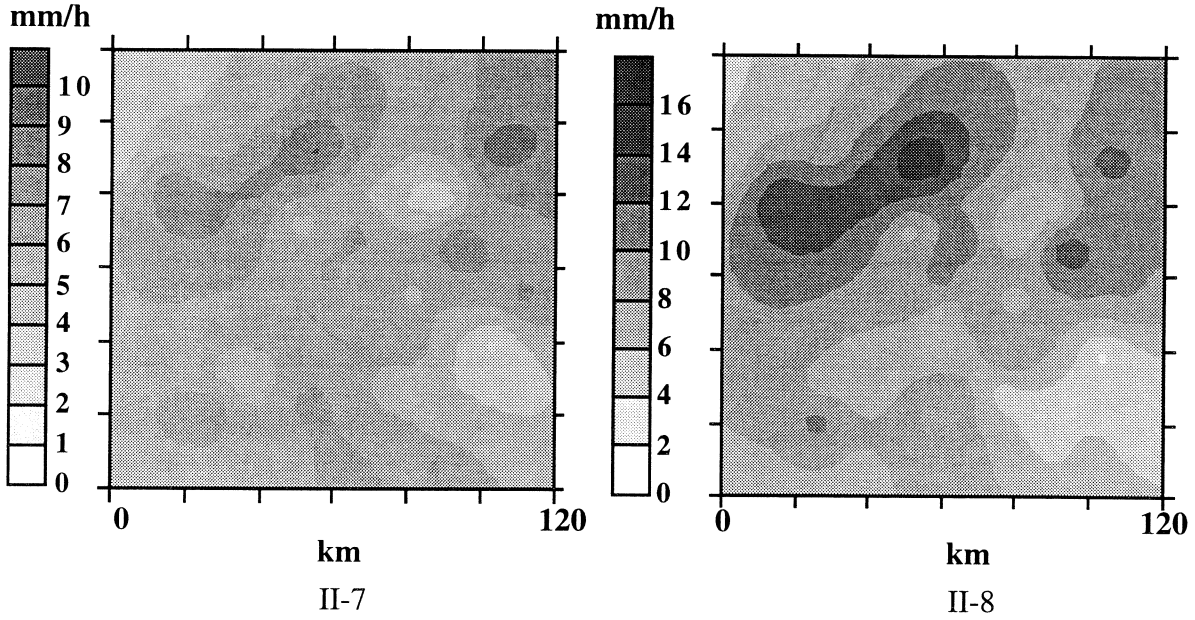
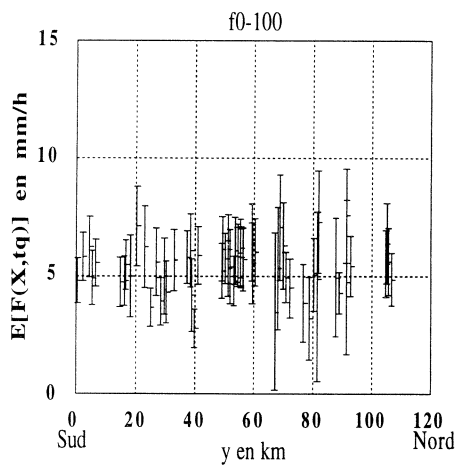
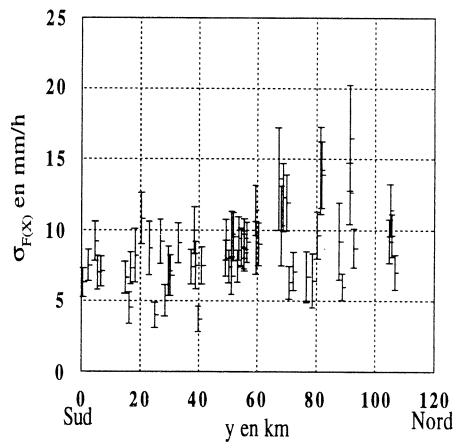


figure II-7: carte des moyennes climatologiques ponctuelles de  $F(X)$  ( $mF(X)$ )

figure II-8: carte des écarts-types climatologiques ponctuels de  $F(X)$  ( $\sigma F(X)$ )



II-9



II-10

figure II-9: gradient Sud-Nord de  $mF(X)$

figure II-10: gradient Sud-Nord de  $\sigma F(X)$

## II-4-2) Statistiques climatologiques globales.

Nous proposons à présent d'estimer la loi de probabilité du processus  $F(X,t)$  en considérant un échantillon constitué des données de toutes les stations et toutes les réalisations confondues.

La figure II-11 donne les fonctions de répartition, expérimentale et théorique. Nous avons retenu une loi de Pearson III (ou loi gamma incomplète), ajustée par la méthode des moments. Les moments expérimentaux de cette distribution ainsi que les paramètres de l'ajustement sont donnés dans le tableau II-3.

On observe une dissymétrie très prononcée vers les valeurs faibles. On remarquera également que les valeurs extrêmes de la distribution atteignent près de 100 mm/h (elles ont été observées sur un des champs horaire du 04 août 1989). Ce qui montre que près de 65 % du cumul maximum observé au pas de temps de l'événement (155 mm) est tombé en une heure, ou peut être moins, si on considère qu'il n'a pas plu de manière continue pendant l'heure concernée.

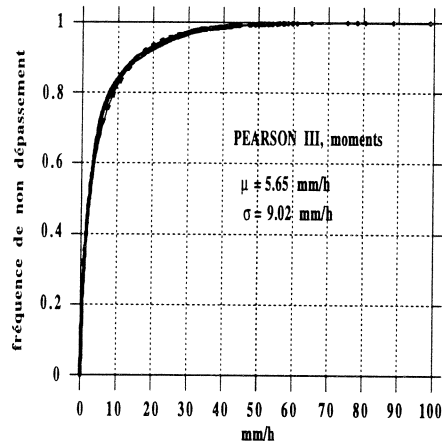


figure II-11: fonction de répartition de  $F(X,t)$

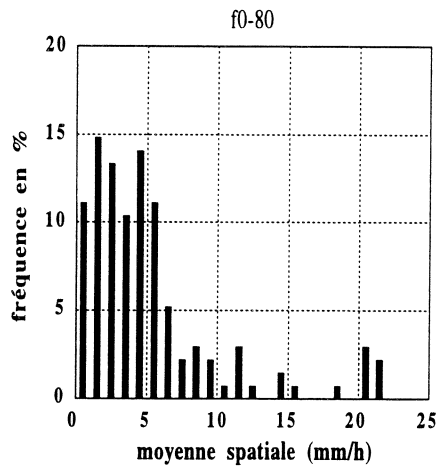
moyenne (mm/h)	5.65
variance (mm/h) <sup>2</sup>	81.4
coefficient de variation	1.59
paramètre d'échelle	14.4
paramètre de forme	0.39
paramètre de position	0

tableau II-3: statistiques climatologiques globales sur  $F(X,t)$

### II-4-3) Statistiques spatiales.

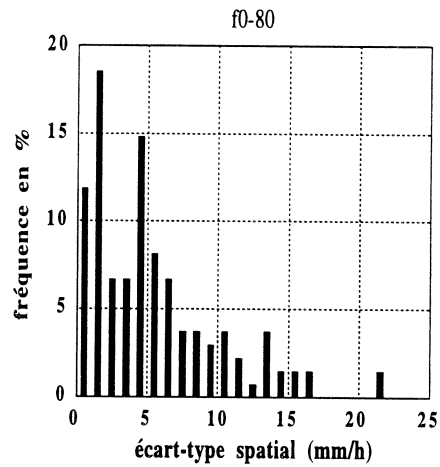
Le calcul des moments spatiaux expérimentaux de  $F(X,t)$  n'est possible que pour les champs pluvieux présentant un nombre suffisant de valeurs non nulles d'intensité de précipitation sur le domaine. Nous justifions à présent la création d'un échantillon constitué des réalisations comprenant entre 0 et 80% de valeurs non nulles (échantillon f0-80). Chacune des réalisations retenues contient un minimum de 8 valeurs non nulles.

Le tableau II-4 et les figures II-12 et II-13 présentent les caractéristiques statistiques des moyennes spatiales notées  $m_F(t)$  et des écarts-types spatiaux notés  $\sigma_F(t)$ . Ces populations présentent un comportement statistique équivalent. On note que les distributions sont très dissymétriques vers les faibles valeurs. On remarque également que la co-fluctuation entre ces deux variables n'est pas très bonne, comme l'indique la figure II-14.



II-12

figure II-12: histogramme des moyennes spatiales  $m_F(t)$  sur f0-80



II-13

figure II-13: histogramme des écart-types spatiaux  $\sigma_F(t)$  sur f0-80

	$m_{m_F(tq)}$	$\sigma_{m_F(tq)}$	$m_{\sigma_F(tq)}$	$\sigma_{\sigma_F(tq)}$
f0-80	5.26	5.05	5.43	4.63

tableau II-4 : statistiques spatiales de  $F(X,t)$ .

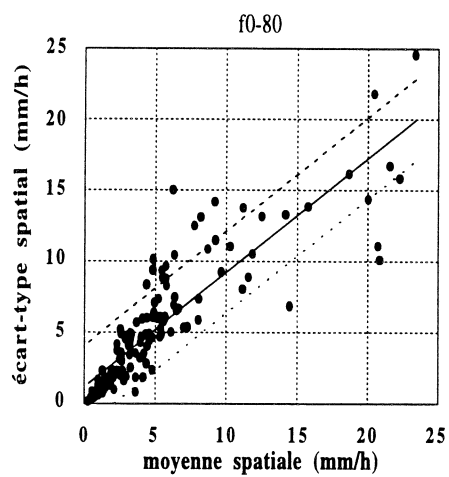


figure II-14: relation entre  $m_F(t)$  et  $\sigma_F(t)$  sur f0-80

$$R=0.874; \quad \sigma_F(t) = 0.8m_F(t)+1.2$$

#### II-4-4) Analyse de la structure spatiale.

Le variogramme climatologique expérimental de  $F(X,t)$  est calculé conformément à l'expression II-17, à partir des couples de stations pour lesquels on a observé deux valeurs non nulles d'intensité de précipitation. Pour une même réalisation, ces stations peuvent donc appartenir à des zones pluvieuses disjointes.

La figure II-15 présente les variogrammes climatologiques expérimentaux, calculés à partir de l'échantillon complet des réalisations (f0-100), sans azimut (S.A) et dans les directions les plus anisotropes, EW ( azimut 45-135) et NS (azimut 135-225).

Le processus  $F(X,t)$  présente une structure spatiale cohérente. Dans tous les cas, les variogrammes expérimentaux peuvent être représentés par un modèle sphérique. Les paramètres de la modélisation sont donnés dans les tableaux II-5 et II-6.

La valeur de l'écart relatif à la variance climatologique globale:

$$\varepsilon_r = \frac{\text{Palier} - \sigma_F^{2*}}{\sigma_F^{2*}} \quad (\text{II-28})$$

permet de voir que le palier du variogramme n'est pas un bon indicateur de la variance du phénomène. Elle est de l'ordre de -18% pour la direction EW et de -30% dans la direction NS. Nous avons vu précédemment que les moyennes et les écart-types spatiaux de  $F(X,t)$ , présentent une dispersion assez élevée. Bien qu'il ne soit pas possible de tirer de conclusion sur la non-ergodicité de ce processus, on peut néanmoins expliquer ce décalage en construisant la F.A. suivante:

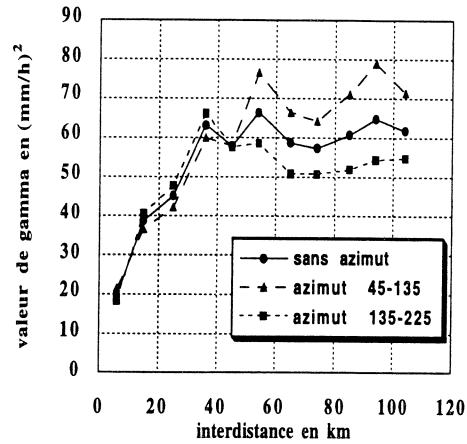
$$F(X,t) = Y(X,t) \cdot B(t). \quad (\text{II-29})$$

où  $Y(X,t)$  est une F.A. stationnaire ergodique d'ordre 1 et 2, et  $B(t)$  est une variable aléatoire indépendante de  $Y(X,t)$ , représentant la variabilité inter-événement.

On montre alors (annexe A) que la F.A.  $F(X,t)$  est stationnaire d'ordre 1 et 2, non ergodique au sens de la moyenne et la variance, et présente un palier inférieur à la variance de  $F(X,t)$  tel que :

$$\gamma(\vec{h})_{h \rightarrow \infty} = \sigma_F^2 - m_Y^2 \sigma_B^2 \quad (\text{II-30})$$

Finalement, nous retiendrons que le processus  $F(X,t)$  présente une structure spatiale bien définie, quoi que pépétique (17 à 21 % de pépète selon la direction considérée). L'anisotropie se manifeste dans les mêmes directions que pour le processus  $I(X,t)$ . Elle semble cohérente avec la dynamique des systèmes précipitants (déplacement d'Est en Ouest).

figure II-15: variogramme climatologique de  $F(X,t)$ 

	f0-100
portée S.A. en km	45
pépite S.A. en $(\text{mm/h})^2$	12
% pépite S.A.	20
portée NS en km	37
pépite NS en $(\text{mm/h})^2$	10
% pépite NS	17.5
portée EW en km	57
pépite EW en $(\text{mm/h})^2$	14.3
% pépite EW	21.3

tableau II-5: portées et pépites des variogrammes climatologiques de  $F(X,t)$ .

	f0-100
$\sigma_F^{2*}$ $(\text{mm/h})^2$	81.4
palier S.A. $(\text{mm/h})^2$	60
palier N.S. $(\text{mm/h})^2$	57
palier E.W. $(\text{mm/h})^2$	67
$\varepsilon_r$ SA en %	-26.3
$\varepsilon_r$ NS en %	-30
$\varepsilon_r$ EW en %	-17.7

tableau II-6 relation entre le palier de  $\gamma_F(\vec{h})$  et  $\sigma_F^2$

## II-5) Analyse de la variabilité globale.

Nous étudions à présent la variabilité du processus  $Z(X,t)$  représentant le phénomène pluie de manière globale (les valeurs nulles sont des réalisations possibles). Nous chercherons, en particulier, à identifier l'influence de  $I(X,t)$  et  $F(X,t)$  sur ce processus.

### II-5-1) Statistiques climatologiques ponctuelles.

Le processus  $Z(X,t)$  est le produit des processus  $I(X,t)$  et  $F(X,t)$ . Il est alors facile de déduire les moments de  $Z(X,t)$  de ceux de  $F(X,t)$  et  $I(X,t)$ :

$$Z(X,t)=I(X,t)F(X,t) \quad (\text{II-31})$$

$$E[Z(X,t)]=E[I(X,t)F(X,t)] \quad (\text{II-32})$$

$$E[Z(X,t)]=E[I(X,t)]E[F(X,t)] \quad (\text{II-33})$$

donc, en chaque point  $X$  du domaine:

$$m_Z(X)=m_I(X)m_F(X) \quad (\text{II-34})$$

de même, on montre que:

$$\sigma_{Z(X)}^2 = m_{I(X)}(\sigma_{F(X)}^2 + m_{F(X)}^2) - m_{I(X)}^2 m_{F(X)}^2 \quad (\text{II-35})$$

Nous proposons d'estimer  $m_Z^*(X_i)$  et  $\sigma_Z^*(X_i)$ , comme précédemment sur les 59 stations dont le fonctionnement est assuré dans plus de 30% des cas. Pour juger de l'organisation spatiale de ces moments sur le domaine, on interpole leurs valeurs en tous points à l'aide de fonctions spline.

Les cartes des moyennes  $m_Z^*(X_i)$  et des écarts-types  $\sigma_Z^*(X_i)$  sont présentées en figures II-16 et II-17. Une projection de ces moments sur un axe Sud-Nord est également donnée en figure II-18 et II-19.

L'introduction des valeurs nulles conduit évidemment à une baisse des moyennes et des écarts-types ponctuels de  $Z(X)$  par rapport à ceux de  $F(X)$ . L'impression chaotique observée précédemment au niveau de ces moments, pour  $F(X)$ , apparaît beaucoup plus lissée à présent. On remarque simplement la présence d'une vaste zone homogène à l'intérieur de laquelle se distinguent des singularités au NW et à l'Est ainsi qu'une bande au Sud à l'intérieur de laquelle le niveau moyen est plus élevé que sur le reste du domaine. Les écarts-types présentent le même type d'organisation spatiale que les moyennes et soulignent la présence de ces singularités sur les extrémités du domaine. Néanmoins, la projection de ces moments sur un axe Sud-Nord montre qu'il est raisonnable de les considérer comme quasi-stationnaires sur le domaine.

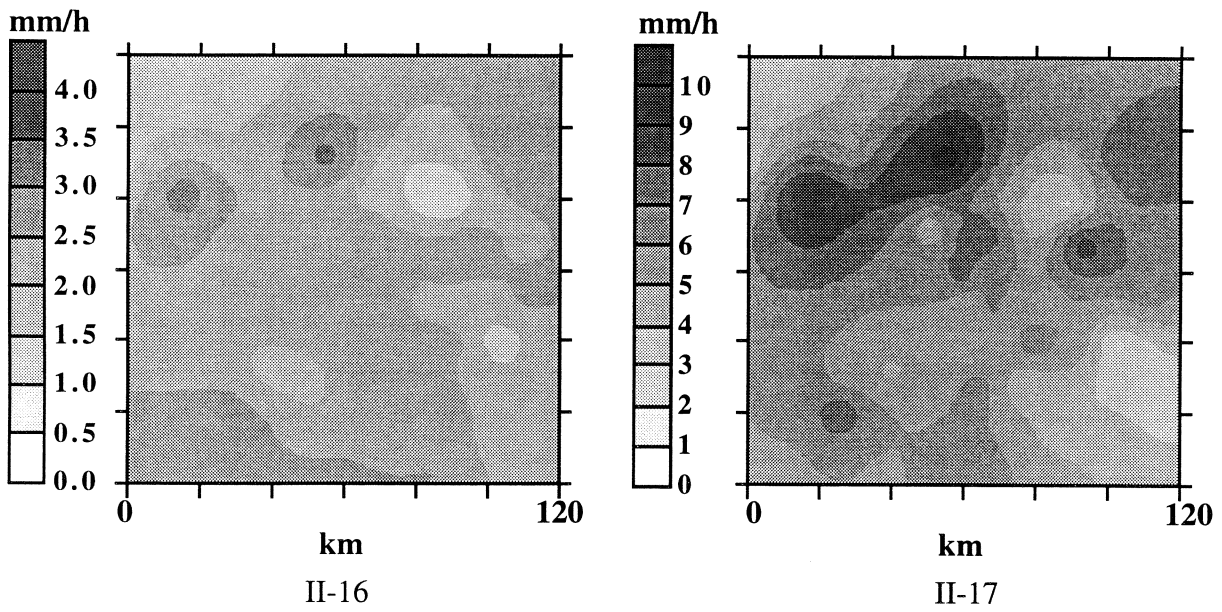
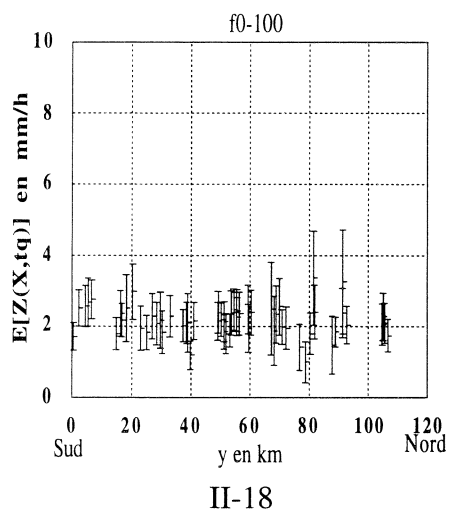
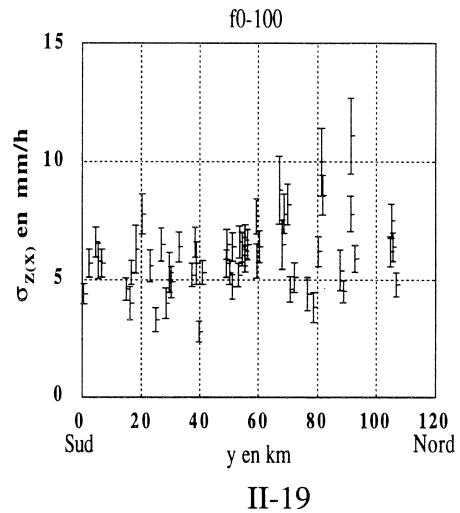


figure II-16: carte des moyennes climatologiques ponctuelles de  $Z(X)$  ( $mZ(X)$ )

figure II-17: carte des écarts-types climatologiques ponctuels de  $Z(X)$  ( $\sigma Z(X)$ )



II-18



II-19

figure II-18: gradient Sud-Nord de  $mZ(X)$

figure II-19: gradient Sud-Nord de  $\sigma Z(X)$

### II-5-2) Statistiques climatologiques globales.

Nous proposons à présent d'estimer la fonction de répartition du processus  $Z(X,t)$  en considérant les valeurs de toutes les stations et les réalisations confondues. La figure II-20 permet d'observer la présence d'un pic à la valeur 0, puis d'une partie continue pour les valeurs strictement positives.

Kedem et al (1990a), introduisent le concept de distribution mixte. Ils montrent que cette fonction de répartition peut se mettre sous la forme suivante:

$$\begin{aligned} G(z) &= (1-p)H(z) + p\Phi(z) \\ H(z) &= 0 \quad z < 0 \\ H(z) &= 1 \quad z \geq 0 \end{aligned} \tag{II-36}$$

où

(1-p) représente la probabilité d'observer la valeur 0 (cf § II-3-1)

$\Phi(z)$  est la fonction de répartition de la partie continue du processus  $Z(X,t)$ , c'est à dire, selon la notation utilisée dans ce chapitre, la variabilité en soi  $F(X,t)$ .

Ainsi:

$$\Phi(z) = 0 \text{ si } z \leq 0$$

La fonction densité de probabilité (fdp) du processus  $Z(X,t)$  s'exprime alors de la manière suivante:

$$g(z)=0 \text{ si } z < 0 \tag{II-37a}$$

$$g(z)=1-p \text{ si } z = 0 \tag{II-37b}$$

$$g(z)=p\phi(z) \text{ si } z > 0 \tag{II-37c}$$

où

$\phi(z)$  représente la fdp du processus  $F(X,t)$ .

Les moments expérimentaux sont donnés dans le tableau II-7.

Nous vérifions ainsi le bien fondé des relations II-34 et II-35 :

$$m_Z^* = m_F^* m_I^* = (5.65)(0.3878) = 2.19 \text{ mm/h}$$

et

$$\sigma_Z^{*2} = m_I^*(\sigma_F^{*2} + m_F^{*2}) - m_I^{*2} m_F^{*2} = 0.3878(81.4 + (5.65)^2) - (0.3878)^2 (5.65)^2 = 39.14 \text{ (mm/h)}^2$$

où  $m_F^*$ ,  $\sigma_F^{*2}$  représentent la moyenne et la variance climatologiques globales de  $F(X,t)$ , et  $m_I^*$  la moyenne climatologique globale de  $I(X,t)$ .

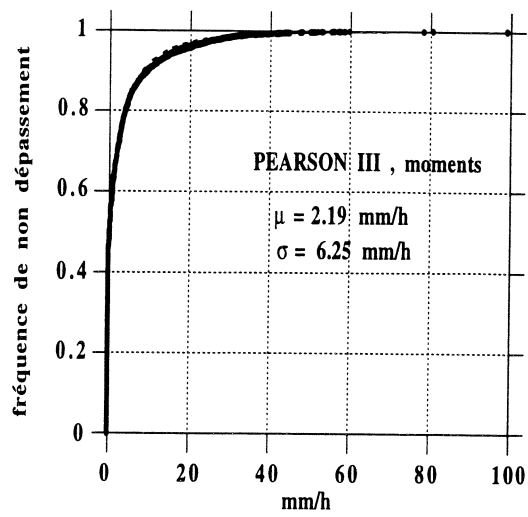


figure II-20: fonction de répartition expérimentale de  $Z(X,t)$

moyenne observée (mm/h)	2.19
variance (mm/h) <sup>2</sup>	39.15
écart type (mm/h)	6.25
coefficient de variation	2.856

tableau II-7: statistiques climatologiques globales sur  $Z(X,t)$

### II-5-3) Statistiques spatiales.

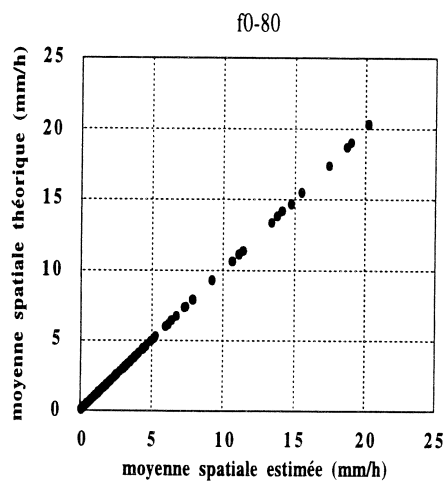
Si on remplace dans les expressions II-34 et II-35, les moyennes et variances d'ensemble par les moyennes et variances spatiales, on obtient pour chaque champs les relations suivantes:

$$m_Z(t) = m_{I(t)} m_{F(t)} \quad (\text{II-38})$$

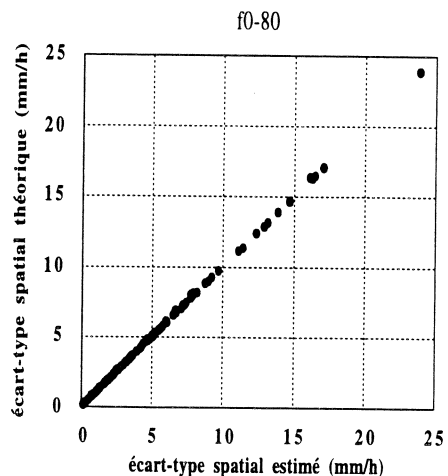
$$\sigma_Z^2(t) = m_{I(t)} (\sigma_{F(t)}^2 + m_{F(t)}^2) - m_{I(t)}^2 m_{F(t)}^2 \quad (\text{II-39})$$

où  $m_{I(t)}$  représente le pourcentage de surface pluvieuse à l'instant  $t$ .

Les figures II-21 et II-22 permettent de vérifier le bien fondé de ces relations. Ce calcul n'a été effectué que sur f0-80, puisque les moments spatiaux expérimentaux de  $F(X,t)$  n'ont été estimés que sur cet échantillon. On note également une co-fluctuation peu marquée entre  $m_Z(t)$  et  $\sigma_Z(t)$  pour les échantillons f0-100 et f0-80 (figures II-23 et II-24). Le coefficient de corrélation est de 0.845 pour f0-100 et 0.856 pour f0-80.



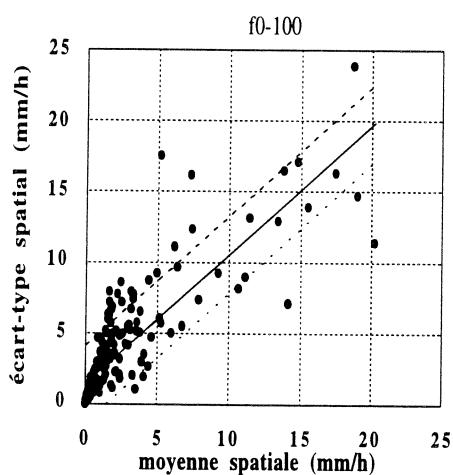
II-21



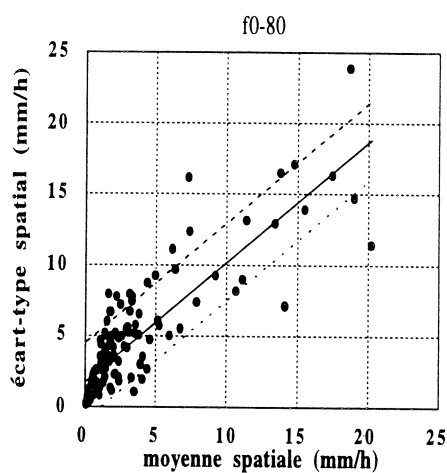
II-22

figure II-21: relation entre les moyennes spatiales expérimentales et théoriques de  $Z(X,t)$

figure II-22: relation entre les écarts-types spatiaux expérimentaux et théoriques de  $Z(X,t)$



II-23



II-24

relation entre la moyenne spatiale et l'écart-type spatial de  $Z(X,t)$

figure II-23 : f0-100

$$R=0.845; \sigma_Z(t)=0.914m_Z(t)+1.4$$

figure II-24: f0-80

$$R=0.856; \sigma_Z(t)=0.845m_Z(t)+1.75$$

#### II-5-4) Analyse de la structure spatiale.

Les fonctions de structure climatologiques expérimentales de  $Z(X,t)$  sont calculées conformément à la formule (II-17), sans azimuth (S.A) et dans les directions E.W. (azimut 45-135) et N.S (azimut 135-225). Le modèle de type sphérique se prête bien à leur modélisation. La figure II-25 présente les variogrammes bruts. Les paramètres de la modélisation sont donnés dans les tableaux II-8 et II-9.

L'influence des valeurs nulles est perçue par le palier qui diminue par rapport à celui de  $\gamma_F(\vec{h})$ . L'écart relatif à la variance climatologique globale:

$$\varepsilon_r = \frac{\text{palier} - \sigma_Z^{2*}}{\sigma_Z^{2*}} \quad (\text{II-40})$$

proche de -20% dans tous les cas, permet de voir que le palier de  $\gamma_Z(\vec{h})$  et la variance expérimentale  $\sigma_Z^{2*}$  ne sont pas des estimateurs concordants de la variance du phénomène, tout comme dans le cas de  $\gamma_F(\vec{h})$ .

Le pourcentage de pépite est divisé par deux par rapport celui de  $\gamma_F(\vec{h})$ .

Enfin, la portée maximale est observée dans la direction E.W., soit 70 km environ, alors qu'elle n'est que de 50 km environ pour la direction N.S. Elle représente un compromis entre celle de  $\gamma_F(\vec{h})$  et celle de  $\gamma_I(\vec{h})$ , mais l'influence de  $F(X,t)$  est prédominante.

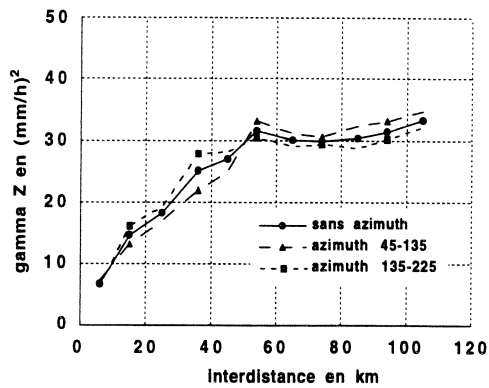


figure II-25: variogramme climatologique de Z(X,t)

	f0-100
portée S.A. (km)	60.5
pépité S.A. mm <sup>2</sup>	3.6
% pépité S.A.	11.8
portée NS (km)	51.3
pépité NS mm <sup>2</sup>	2.3
% pépité NS	7.7
portée EW (km)	73
pépité EW mm <sup>2</sup>	3.45
% pépité EW	10.7

tableau II-8 : portées et pépites es variogrammes climatologiques de Z(X,t)

	f0-100
$\sigma_Z^{2*}$ mm <sup>2</sup>	39.0
palier S.A. mm <sup>2</sup>	30.4
palier N.S. mm <sup>2</sup>	30.2
palier E.W. mm <sup>2</sup>	32.4
$\varepsilon_r$ SA	-0.22
$\varepsilon_r$ NS	-0.225
$\varepsilon_r$ EW	-0.171

tableau II-9: relation entre le palier de  $\gamma_Z(\vec{h})$  et  $\sigma_Z^{2*}$ .

En supposant que les processus  $I(X,t)$  et  $F(X,t)$  sont spatialement indépendants (les valeurs de l'intensité de pluie ne dépendent pas de l'endroit où elles sont observées à l'intérieur des surfaces pluvieuses), on peut déduire théoriquement l'expression de  $\gamma_Z(\vec{h})$  de la manière suivante:

$$\gamma_Z(\vec{h}) = \gamma_I(\vec{h}) \cdot (\sigma_F^2 + m_F^2) + \gamma_F(\vec{h}) (m_I - \gamma_I(\vec{h})) \quad (\text{II-41})$$

(le développement est donné en annexe B).

Cette expression permet de mieux comprendre l'influence respective des processus  $F(X,t)$  et  $I(X,t)$  sur le calcul de  $\gamma_Z(\vec{h})$ .

La figure II-26 permet de comparer les variogrammes expérimentaux et "théoriques" déduits de l'expression II-41.

On retrouve bien l'allure générale du variogramme expérimental, mais il semble que les données ne soient pas cohérentes au sens de l'expression II-41. On peut admettre que les paliers "théorique" et expérimental sont peu différents. Néanmoins, la portion de courbe "expérimentale" comprise entre 0 et 50 km est systématiquement située sous la courbe "théorique". On peut attribuer en partie cet écart aux incertitudes de l'estimation, mais ce décalage est systématique. Ceci signifie probablement que l'hypothèse d'indépendance spatiale entre  $F(X,t)$  et  $I(X,t)$  que nous avons admis pour aboutir à l'expression II-41 n'est pas à retenir pour ces distances.

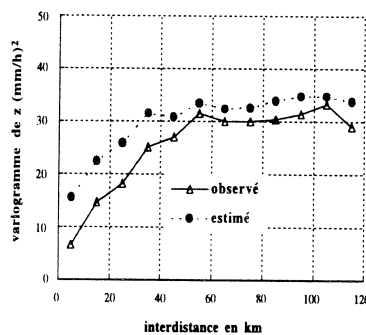


figure II-26: test d'indépendance I-F au sens des fonctions de structures.

## II-6) Dépendance spatiale entre intermittence et variabilité en soi.

Barancourt (1990), a proposé un certain nombre de relations permettant d'étudier différents types de dépendance spatiale entre  $F(X,t)$  et  $I(X,t)$ . Nous proposons ici d'examiner si les valeurs d'intensité présentent en moyenne, une évolution particulière à l'intérieur des surfaces pluvieuses.

La relation II-42 permet de tester le fait que la moyenne de l'intensité de pluie ( $F(X,t)$ ) à l'intérieur d'une surface pluvieuse, ne dépend pas de l'endroit où elle est observée dans cette surface.

$$\frac{\gamma_{Z,I}(\vec{h})}{\gamma_I(\vec{h})} = m_F \quad (\text{II-42})$$

où  $\gamma_{Z,I}(\vec{h})$  représente le variogramme croisé de  $Z(X,t)$  et de  $I(X,t)$ , et  $m_F$  la moyenne climatologique globale de  $F(X,t)$  (voir annexe C).

Aux petites distances, ce rapport calcule la moyenne des valeurs proches de la frontière. Quand la longueur de  $\vec{h}$  est égale à la dimension de la surface, il calcule la moyenne sur l'ensemble des valeurs en donnant un poids prépondérant à celles qui se situent à l'intérieur (figure II-27). Dans ce calcul, chaque valeur est prise en compte plusieurs fois, et autant de fois qu'il y a de couples de transition dans l'intervalle de distance considéré ( $I(X,t)=1;I(X+h,t)=0$  ou  $I(X,t)=0;I(X+h,t)=1$ ).

Si l'intensité de pluie prend des valeurs qui ne dépendent pas de l'endroit considéré à l'intérieur de la zone pluvieuse,  $\frac{\gamma_{Z,I}(\vec{h})}{\gamma_I(\vec{h})}$  doit se situer dans l'intervalle de confiance de  $m_F$  quel que soit  $\vec{h}$ . En revanche, si elle présente en moyenne une évolution caractéristique des bords vers l'intérieur des surfaces pluvieuses, ce rapport doit être modifié en conséquence.

La figure II-28 présente le rapport des fonctions de structure climatologiques croisées  $\gamma_{Z,I}(\vec{h})$  et  $\gamma_I(\vec{h})$ , sans azimut, calculés sur l'échantillon f0-100.

Ce rapport présente une évolution très marquée qui traduit en moyenne, l'existence d'une dérive de l'intensité de précipitation des bords vers l'intérieur des surfaces pluvieuses. Il se stabilise à une distance de 50 km autour d'une valeur située à l'extérieur de l'intervalle de confiance de  $m_F$ . Comme nous l'avons souligné, ce calcul prend en compte plusieurs fois chaque valeur, et ceci peut expliquer la stabilisation de la courbe à un niveau inférieur à  $m_F$ . Cette dépendance spatiale de l'intensité de pluie avec son champ explique en partie pourquoi le variogramme "théorique"  $\gamma_Z(\vec{h})$  ne correspond pas au variogramme expérimental entre 0 et 50 km.

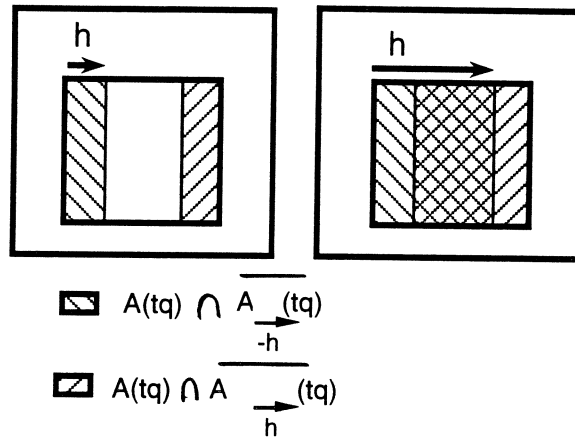


figure II-27 : interprétation schématique du rapport  $\frac{\gamma_{Z,I}(\vec{h})}{\gamma_I(\vec{h})}$

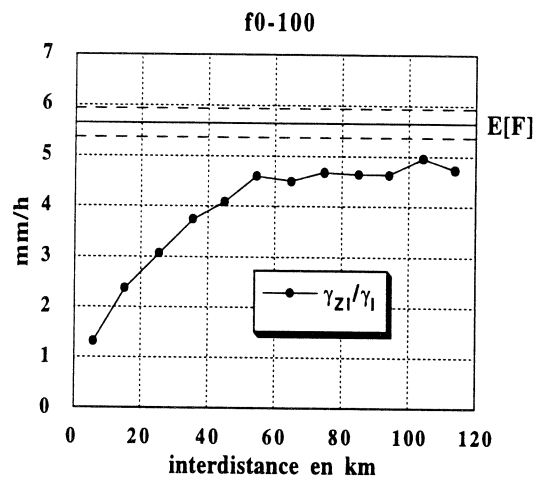


figure II-28: rapport des variogrammes bruts expérimentaux  $\frac{\gamma_{Z,I}(\vec{h})}{\gamma_I(\vec{h})}$

## II-7) Conclusion.

L'étude menée au cours de ce chapitre a montré l'intérêt d'étudier séparément les processus d'intermittence et de variabilité en soi pour une meilleure compréhension de la variabilité globale des champs de pluie intermittents.

L'organisation spatiale de l'occurrence de pluie selon le gradient climatique Nord-Sud a été mise en évidence malgré les fluctuations d'échantillonnage qui perturbent l'estimation de ces moments. Celle-ci n'est pas élevée (0.1 %/km) mais elle est bien présente. En revanche, la répartition spatiale de  $m_F(X)$  et  $\sigma_F(X)$  ne présente pas de tendance particulière sur le degré carré. Nous les avons considéré comme quasi-stationnaires sur le domaine. Ce résultat semble confirmé par les travaux de Lebel et al (1995b) menés exclusivement sur la zone EPSAT-Niger, et Lebel et LeBarbé (1995), contenant l'ensemble de la zone centrale sahélienne. Si  $m_F(X)$  et  $\sigma_F(X)$  sont stationnaires d'une année sur l'autre, l'organisation spatiale de l'occurrence de pluie,  $m_I(X)$ , est un facteur qui doit influencer les valeurs et la répartition spatiale de  $m_Z(X)$  et  $\sigma_Z(X)$ , et probablement celles des cumuls annuels. Nous n'avons pas pu le vérifier en raison des incertitudes qui pèsent sur le calcul de ces différents moments.

Nous avons enfin montré que l'intensité de précipitation présente en moyenne une organisation spatiale préférentielle du bord vers l'intérieur des surfaces pluvieuses. Néanmoins, l'approche qui permet de la mettre en évidence peut être améliorée. Nous proposons de développer dans le chapitre suivant une méthodologie permettant de caractériser cette dérive de manière plus simple.



## **CHAPITRE III**

### **MODELISATION DE LA DERIVE LAGRANGIENNE**



Nous proposons d'approfondir les résultats auxquels nous sommes parvenus dans le chapitre précédent, concernant la présence d'une dérive des intensités à l'intérieur des surfaces pluvieuses. D'une façon générale, la démarche que nous proposons consiste à rattacher les caractéristiques statistiques de l'intensité de précipitation à la morphologie des surfaces pluvieuses, en définissant un mode de repérage capable d'évoluer avec le système précipitant.

La première partie de ce chapitre expose les concepts sur lesquels repose cette approche. Nous décrivons ensuite les problèmes auxquels sa mise en oeuvre pratique est confrontée. La méthodologie sera enfin appliquée aux champs de pluie horaires décrits précédemment.

### III-1) Définition d'un mode de repérage à l'intérieur d'une surface pluvieuse.

Considérons un domaine  $D$  à l'intérieur duquel la fonction  $z(X,t)$  décrit l'intensité de pluie en tous points de ce domaine. Nous avons admis dans le chapitre précédent que  $z(X,t)$  est une réalisation d'une fonction aléatoire (F.A.)  $Z(X,t)$ . La surface pluvieuse  $A(t)$  décrivant l'ensemble des points de  $D$  où la fonction  $z(X,t)$  est supérieure à la valeur seuil  $\tau = 0$  mm/h est définie à l'aide de la fonction indicatrice  $i(X,t)$  de  $z(X,t)$ .

$$A(t) = \{X \in D | i(X,t) = 1\} \quad (\text{III-1})$$

D'un point de vue morphologique, cette surface pluvieuse peut être caractérisée par sa superficie, sa forme ou encore son organisation spatiale qui peut être connexe ou disjointe. Dès lors que sa forme est "quelconque", il devient difficile de la décrire simplement à l'aide d'un petit nombre de paramètres faciles à estimer tel que le rayon pour un cercle. Par la même il est également difficile de se repérer à l'intérieur de cette surface. On propose donc de définir un mode de repérage à l'intérieur d'une surface pluvieuse de forme quelconque.

On associe à chaque point  $X$  de  $A(t)$  la distance  $h_{\vec{u}}(X,t)$  qui représente la distance minimale entre le point  $X$  et la frontière de  $A(t)$  en convenant de ne se déplacer que positivement suivant la direction  $\vec{u}$  à l'intérieur de la surface pluvieuse (figure III-1). De manière symétrique on peut également associer à chaque point  $X$  de  $\overline{A(t)}$  (complémentaire de  $A(t)$  dans  $D$ ) le même type de distance minimale que l'on affectera par convention d'un signe négatif.

Pour le vecteur  $\vec{u}$  et la réalisation  $z(X,t)$ , la distance  $h_{\vec{u}}(X,t)$  permet de décrire de façon unique la position de chaque point  $X$  du domaine  $D$  dans un mode de repérage lié à la surface pluvieuse. Ce repérage peut être qualifié de lagrangien en raison de sa mobilité, puisqu'il est lié à l'ensemble des points de la frontière de  $A(t)$ . La surface pluvieuse  $A(t)$  peut alors être définie comme l'ensemble des points  $X$  de  $D$  où  $h_{\vec{u}}(X,t) > 0$ . Pour chaque réalisation  $z(X,t)$ , la distribution statistique de  $h_{\vec{u}}(X,t)$  est directement liée à la morphologie de  $A(t)$ .

D'un point de vue probabiliste,  $h_u(X,t)$  peut être considérée comme une réalisation d'une Fonction Aléatoire  $H_u(X,t)$ .

Ainsi :

$$h_u(X,t) \leq 0 \text{ si } i(X,t) = 0 \quad (\text{III-2a})$$

$$h_u(X,t) > 0 \text{ si } i(X,t) = 1 \quad (\text{III-2b})$$

Dans le cas isotrope, on définit la distance  $h(X,t)$  comme la plus petite distance entre le point X et la frontière de la surface pluvieuse quelle que soit la direction considérée (figure III-2),

c'est à dire :

$$h = \underset{u}{\text{Min}} h_u \quad (\text{III-3})$$

La distance minimale  $h(X,t)$  peut être également considérée comme une réalisation d'une fonction aléatoire  $H(X,t)$ .

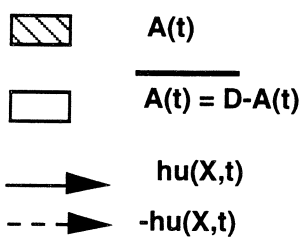
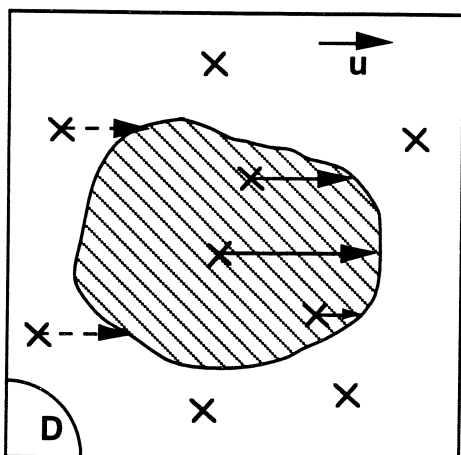
Si la surface pluvieuse était un cercle de rayon  $R_s$ , cette distance correspondrait à  $(R_s - r)$ , où  $r$  représente la distance entre le point X et le centre du cercle (figure III-3). Dans ce cas, chaque distance minimale  $h$  telle que  $0 \leq h \leq R_s$  est observée  $N(h) = 2\pi(R_s - h)$  fois ( c'est-à-dire le périmètre du cercle de rayon  $R_s - h$ ). Le nombre total de distances observables est  $N = \pi R_s^2$ . La distance  $h$  est observée avec la fréquence:

$$p_H(h) = \frac{2}{R_s^2}(R_s - h). \quad (\text{III-4})$$

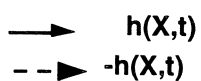
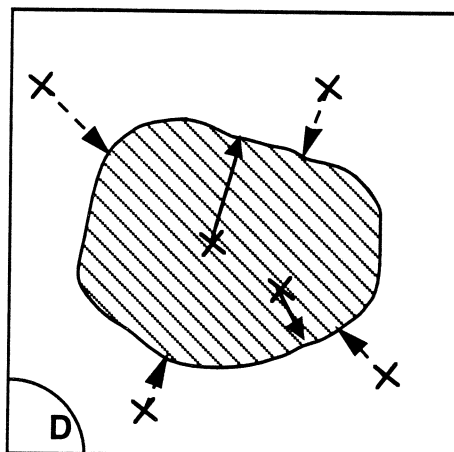
Pour la réalisation  $z(X,t)$ , la fdp de  $H(X,t)$  est donc la droite d'équation :

$$p_H(h) = \frac{2}{R_s} - \frac{2h}{R_s^2} \quad (\text{III-5})$$

Quand le rayon augmente (la surface augmente), la pente de la droite diminue (figure III-4).



III-1



III-2

figure III-1: distance minimale anisotrope.

figure III-2: distance minimale isotrope.

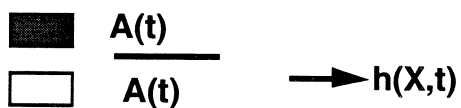
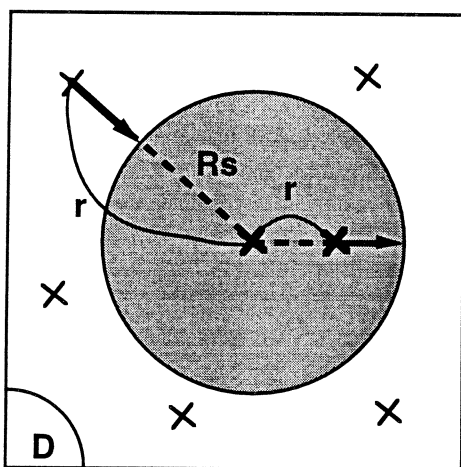


figure III-3: distance minimale dans le cas d'un cercle de rayon  $R_s$

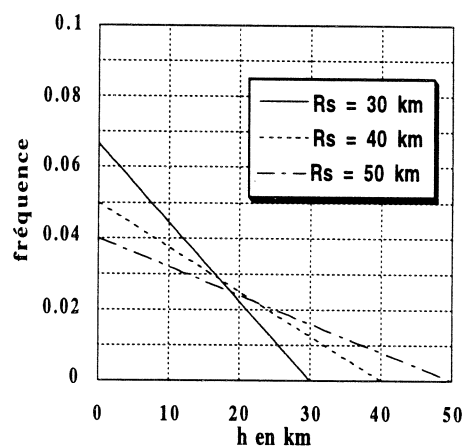


figure III-4: fdp de la distance minimale pour un cercle de rayon  $R_s$ .

Considérons à présent la variabilité climatologique de la variable  $h(X,t)$  en un point particulier  $X$  de  $D$ . Pour chaque réalisation  $z(X,t)$ , la distance  $h(X,t)$  peut être considérée comme une réalisation d'une variable aléatoire (V.A.)  $H(X)$ . Le signe et la valeur de cette grandeur dépendent évidemment de  $z(X,t)$  que l'on a précédemment considéré comme une réalisation de la F.A.  $Z(X,t)$ . Un ensemble de réalisations indépendantes permettront d'estimer la fdp de  $H(X)$ , si l'on admet l'unicité des V.A.  $H(X)$  (voir le principe d'unicité du processus générateur défini au chapitre II). En se limitant aux distances minimales positives, on peut associer à chaque point  $X$  de  $D$  la fdp  $p_H(h)=\Pr(H(X)=h)$  (figures III-5 et III-6).

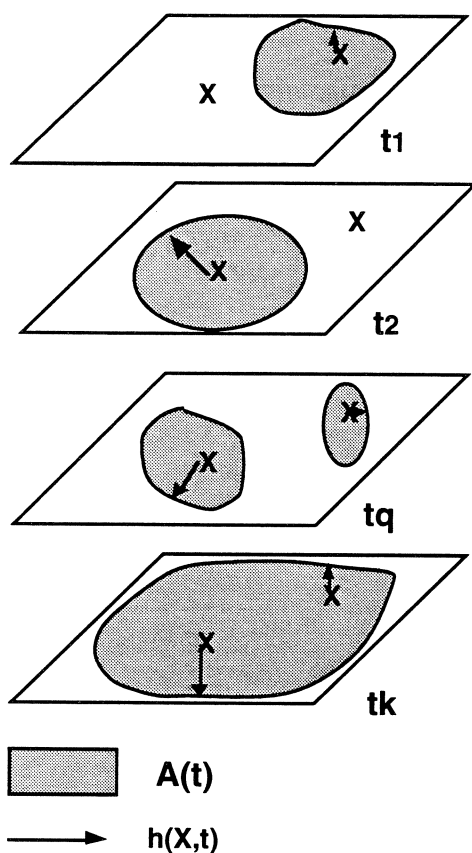


figure III-5: estimation de la distance minimale.

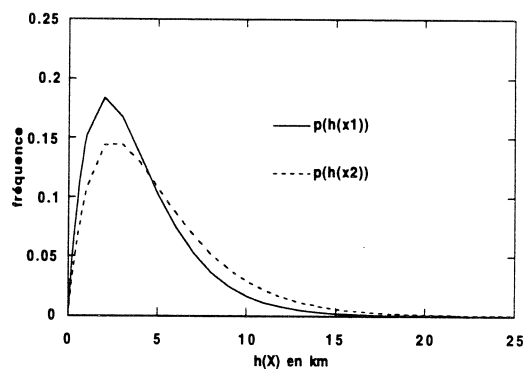


figure III-6: estimation de la fdp  
de la distance minimale

### III-2) Régionalisation de l'intensité de pluie dans le mode de repérage lagrangien.

Un moyen de caractériser la régionalisation de l'intensité de précipitation, peut consister à étudier ses propriétés statistiques en fonction de la position du point considéré dans cette surface pluvieuse. Cette position est repérée par la distance minimale définie précédemment.

On étudie individuellement chaque point X du domaine. On définit ainsi la fdp conditionnelle de la V.A. Z(X) sachant la V.A. H(X). Puisque Z(X) prend des valeurs strictement positives, nous adopterons la notation définie dans le chapitre précédent : F(X).

Ainsi:

$$P_{F(X)|H(X)}(f|h) = \Pr(F(X) = f | H(X) = h) \quad (\text{III-6})$$

La fdp marginale de F(X) se déduit de la façon suivante :

$$P_{F(X)}(f) = \int_{h=0^+}^{\infty} P_{F(X)|H(X)}(f|h) p_{H(X)}(h) dh \quad (\text{III-7})$$

Les processus F(X) et H(X) seront bien sûr indépendants si quelle que soit h:

$$P_{F(X)|H(X)}(f|h) = P_{F(X)}(f)$$

Les moments conditionnels centrés d'ordre r de F(X) se notent alors en fonction de la distance minimale:

$$M^r(F(X) | H(X) = h) = \int_{f=0^+}^{\infty} (f - f_0(X))^r P_{F(X)|H(X)}(f | h) df \quad (\text{III-8})$$

avec :

$$f_0(X) = 0 \text{ si } r = 0 \quad (\text{III-9a})$$

$$f_0(X) = E[F(X) | H(X) = h] \text{ si } r \geq 1 \quad (\text{III-9b})$$

Si ces moments conditionnels dépendent de la distance minimale, on peut définir la fonction suivante (que nous appellerons fonction de dérive):

$$g^r(h, X) = M^r(F(X) | H(X) = h) \quad (\text{III-10})$$

qui donne la valeur du moment centré d'ordre r de l'intensité de pluie au point X sachant sa position dans la surface pluvieuse.

Si les fdp conditionnelles  $p_{F(X)|H(X)}(f|h)$  dépendent bien de la distance minimale, et que de plus, elles sont stationnaires sur le domaine D, il en est de même pour leurs moments centrés d'ordre r. Aussi, la fonction de dérive  $g^r(h,X)$  ne dépend que de la distance minimale, et non plus du point d'appui X.

Ainsi :

$$M^r(F(X) | H(X) = h) = g^r(h) \text{ (indépendant de X)}. \quad (\text{III-11})$$

La fonction  $g^r(h)$  décrit alors l'évolution lagrangienne du moment centré d'ordre r de l'intensité de précipitation du bord vers l'intérieur des surfaces pluvieuses. Nous l'appellerons fonction de dérive lagrangienne.

Si les fdp conditionnelles  $p_{F(X)|H(X)}(f|h)$  ne sont pas stationnaires sur le domaine D, il faut les déterminer pour chaque point X de D. Chaque fonction  $g^r(h,X)$  décrit simplement l'évolution du moment centré d'ordre r de l'intensité de précipitation au point X de D en fonction de sa position dans la surface pluvieuse.

Cette démarche rappelle évidemment l'approche des modèles "dits multi-dimensionnels" qui tentent de reproduire sous une forme mathématique adéquate, les observations de Austin et Houze (1972) et Houze (1981). On pourra citer par exemple les modèles de Waymire et Gupta (1984), Sivapalan et Wood (1987), Rodriguez-Iturbe et Eagleson (1987) Smith et Karr (1990), etc... Ces modèles utilisent le concept de dérive lagrangienne pour décrire la variabilité spatio-temporelle de l'intensité de pluie "instantanée" à l'intérieur d'une cellule pluvieuse. Se pose alors la question du transfert de la dérive lagrangienne des champs de pluie instantanée aux champs de pluie cumulée. La description de ce transfert sort du cadre de ce travail, mais il est possible, néanmoins, d'apporter quelques éléments à la compréhension du processus.

Ces modèles considèrent des cellules convectives circulaires, dont l'intensité présente une décroissance exponentielle depuis un maximum au centre jusqu'à une valeur nulle sur ses bords. L'intensité au centre de la cellule est maximale à sa naissance puis décroît de façon exponentielle en fonction de l'âge de cette cellule (figure III-7).

$$i(t) = i_0 \exp(-\alpha(t - \tau))$$

$$i_r(t) = i(t) \exp\left(\frac{-r^2}{2D^2}\right)$$

avec:

$i_0$  : l'intensité de pluie "instantannée" au centre de la cellule à sa naissance

$i(t)$  : l'intensité de pluie "instantannée" au centre de la cellule à l'instant  $t$

$i_r(t)$  : l'intensité de pluie "instantannée" à une distance  $r$  du centre de la cellule à l'instant  $t$

$t-\tau$  : âge de la cellule

$\alpha$ : durée de vie de la cellule

$D$  : dimension de la cellule

$r$ : distance au centre de la cellule

Le rayon, la durée de vie, et l'intensité  $i_0$  de chaque cellule varient de manière aléatoire de cellule en cellule.

Les cellules sont regroupées dans un ensemble (**Small MesoScale Area**). Ces ensembles sont eux mêmes organisés à méso échelle (**Large MesoScale Area**).

L'intensité de pluie au point  $X$  résulte de la contribution de toutes les cellules situées au dessus de ce point pendant l'intervalle de temps considéré.

Si ces cellules s'organisent de façon totalement aléatoire à l'intérieur du système précipitant, on peut s'attendre à ce que l'organisation spatiale de l'intensité de pluie soit également aléatoire et indépendante de la géométrie de la surface pluvieuse. En revanche si les cellules s'organisent de manière préférentielle dans le système, et pour peu que le pas de temps d'étude ne soit pas trop important au regard de leur durée de vie, on doit en retrouver la trace d'une organisation spatiale de l'intensité dans la surface pluvieuse cumulée (figure III-8).

Les fonctions de répartition conditionnelles  $P_{F(X)|H(X)}(f|h)$  doivent donc refléter cette tendance.

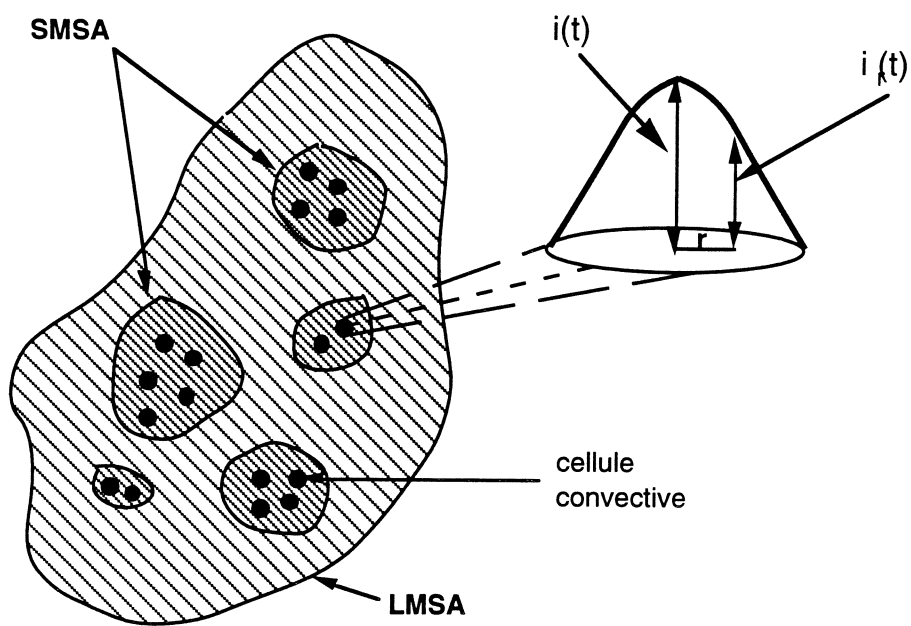


figure III-7: structure hierarchique d'une LMSA

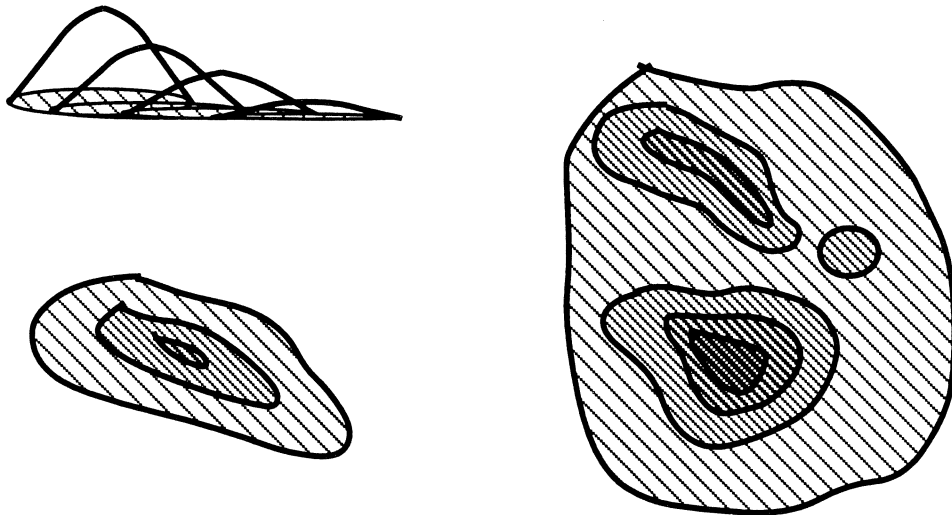


figure III-8: passage d'un champ de pluie "instantannée" à un champ de pluie cumulée

### III-3) Identification expérimentale des distances minimales et de la fonction de densité conditionnelle.

Les réalisations des F.A.  $Z(X,t)$  et donc  $H(X,t)$  sont connues expérimentalement de façon discrète aux points de mesure  $X_j$ . Ces points peuvent être répartis de manière aléatoire ou aléatoire stratifiée (cas de réseaux de pluviomètres bien distribués dans l'espace) ou encore de manière régulière (cas des images de télédétection). Par conséquent, on ne connaît jamais de façon exacte la position de la frontière des surfaces pluvieuses ni les distances minimales. On propose donc de définir un mode d'estimation de ces distances dans le cas d'un réseau de mesure discret.

#### III-3-1) Mode d'estimation des distances minimales.

Considérons un domaine  $D$  à l'intérieur duquel la réalisation  $h_u(X,t)$  est connue aux points  $X_i$  ( $i=1,n$ ) d'un réseau de mesure sol.

- Pour chaque point de mesure  $X_j$  situé à l'intérieur de la surface pluvieuse  $A(t)$ , on estime  $h_u(X_j,t)$  par la distance entre  $X_j$  et le point  $X_k$  le plus proche situé à l'extérieur de  $A(t)$ , dans une direction comprise entre  $\vec{u} - \alpha$  et  $\vec{u} + \alpha$  (figures III-9 a et b). On peut noter cela:

$$h_u^*(X_j, t) = \text{Min} \left( \|X_j - X_k\| \mid X_j \in A(t), X_k \notin A(t), \left| \left( \vec{X}_j - \vec{X}_k, \vec{u} \right) \right| < \alpha \right) \quad (\text{III-12})$$

où  $\left( \vec{X}_j - \vec{X}_k, \vec{u} \right)$  note l'angle formé par les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{X}_j - \vec{X}_k$ .

- Dans le cas isotrope, on estime  $h(X_j,t)$  par la distance entre  $X_j$  et le point  $X_k$  le plus proche, situé à l'extérieur de  $A(t)$ , quelle que soit la direction  $\vec{u}$  (figures III-10 a et b).

$$h^*(X_j, t) = \text{Min} \left( \|X_j - X_k\| \mid X_j \in A(t), X_k \notin A(t) \right) \quad (\text{III-13})$$

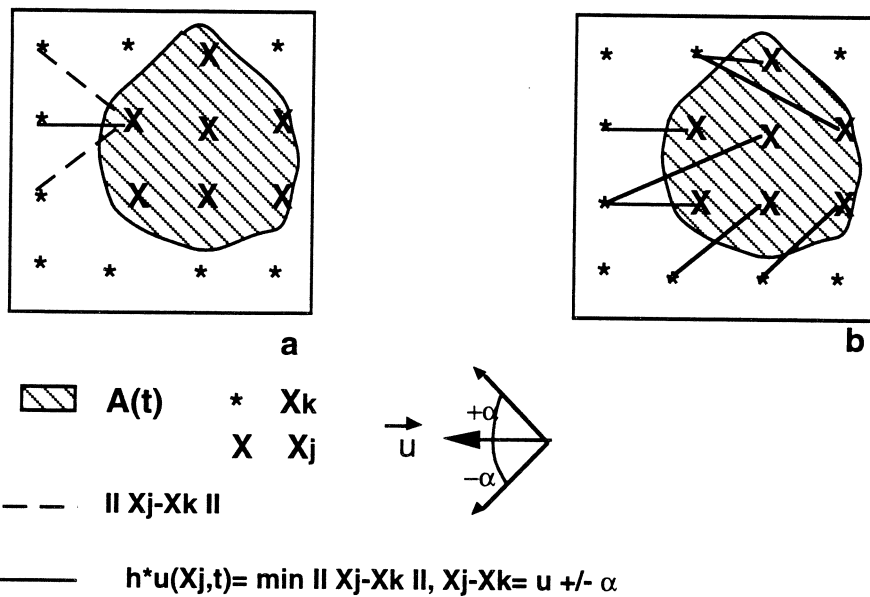


figure III-9a: recherche de la distance minimale anisotrope au point  $X_j$ .

figure III-9b: estimation de la distance minimale anisotrope pour chaque point  $X_j$ .

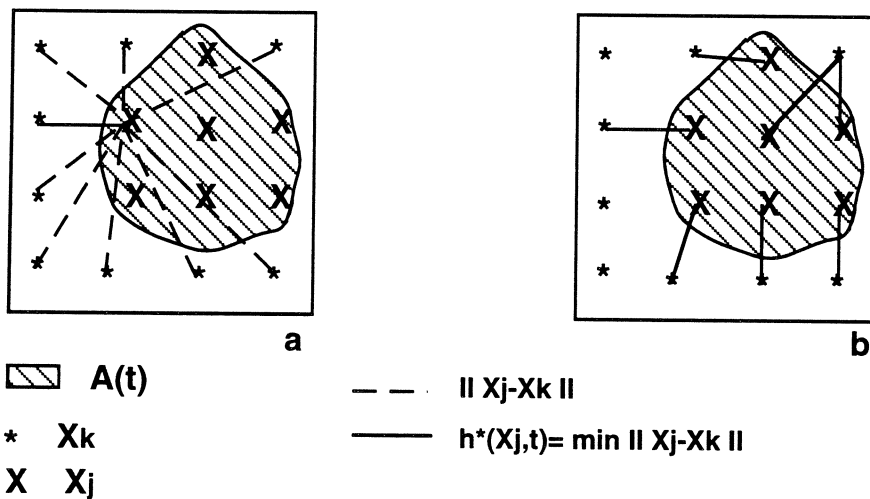


figure III-10a: recherche de la distance minimale isotrope au point  $X_j$ .

figure III-10b: estimation de la distance minimale isotrope pour chaque point  $X_j$ .

### III-3-2) Erreurs d'estimation de la distance minimale.

L'identification expérimentale des distances minimales est confrontée aux problèmes liés à:

- i) la densité du réseau de mesure.
- ii) la dimension du domaine.

i) densité du réseau de mesure.

Si le domaine d'étude est suffisamment grand pour contenir entièrement la surface pluvieuse, le caractère discret du réseau de mesure conduit à une surestimation de la distance minimale dont l'importance est liée à la densité de ce réseau (figures III-11 a et b).

Soient :

- $h(X_i, t)$  la vraie distance minimale au point  $X_i$
- $h^*(X_i, t)$  la distance estimée depuis le réseau.
- $\varepsilon(X_i, t)$  l'erreur d'estimation.

et:

$$h^*(X_i, t) = h(X_i, t) + \varepsilon(X_i, t) \quad (\text{III-14})$$

Si le mode d'échantillonnage est régulier dans l'espace, cette erreur est identique pour toutes les stations. On peut estimer sa valeur moyenne  $m_\varepsilon$  par la demi-interdistance moyenne entre deux points de mesure voisins du réseau :

$$m_\varepsilon = \frac{1}{2} \times \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \|X_i - \text{Prox}(X_i)\| \quad (\text{III-15})$$

où :

$$\text{Prox}(X_i) = X_k / \|X_i - X_k\| = \text{Min}_{k \neq i} \|X_i - X_k\| \quad (\text{III-16})$$

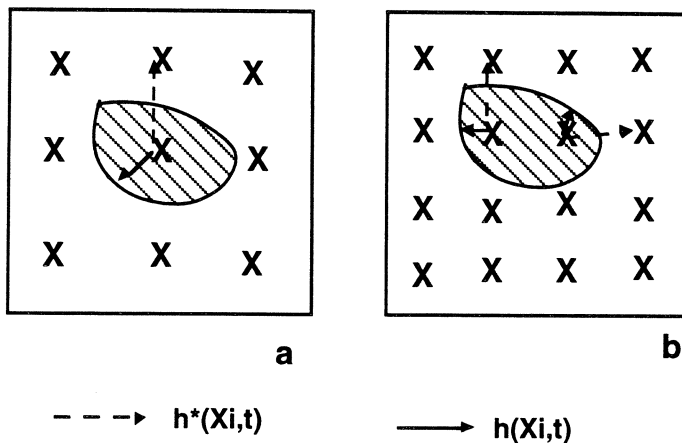


figure III-11 (a et b): influence de la densité du réseau de mesure sur la surestimation de la distance minimale.

ii) dimension du domaine.

Si le domaine d'étude  $D$  est trop petit pour contenir entièrement la surface pluvieuse ou bien si celle-ci n'est pas entièrement inscrite à l'intérieur du domaine, la surestimation de la distance minimale dépendra, en plus de la densité du réseau, de la position du point  $X_j$  sur  $D$

Soient :

- $X_j$  un point de  $D$ .
- $h_{\min}(X_j)$  la distance minimale entre  $X_j$  et le bord du domaine  $D$ .
- $h_{\max}(X_j)$  la distance maximale entre  $X_j$  et le bord du domaine  $D$ .
- $h(X_j, t)$  la "vraie" distance minimale entre  $X_j$  et la frontière de  $A(t)$ .
- $h^*(X_j, t)$  la distance minimale estimée au point  $X_j$  depuis le réseau.

La position d'un point sur le domaine détermine l'intervalle ( $[0-h_{\max}(X_i)]$ ) dans lequel une "vraie" distance minimale pourra être effectivement observée sur le domaine depuis ce point (figures III-12a et III-12b).

Trois cas de figures se présentent:

1) si la distance  $h(X_i, t)$  est inférieure à  $h_{\min}(X_i)$ , elle se situera nécessairement à l'intérieur du domaine, et sa surestimation ne sera due qu'à la densité du réseau (figures III-12c et III-12d)

2) si la distance  $h(X_i, t)$  est comprise entre  $h_{\min}(X_i)$  et  $h_{\max}(X_i)$ , deux cas de figures se présentent:

i) elle se situe à l'intérieur du domaine, et sa surestimation n'est due qu'à la densité du réseau.

ii) elle se situe à l'extérieur du domaine, et sa surestimation dépendra de l'intervalle  $[h_{\min}(X_i)-h_{\max}(X_i)]$ , donc de la position de la station sur le domaine. Plus cet intervalle est grand, et plus la surestimation pourra être élevée (figures III-12e à III-12f). Les stations situées sur la périphérie du domaine ont donc une chance plus élevée de surestimer la distance minimale que celles situées au centre, du fait d'un voisinage moins bon.

3) si le domaine est entièrement pluvieux, la distance minimale  $h(X_i, t)$  ne peut pas être estimée depuis le réseau de mesure, même si elle est inférieure à  $h_{\max}(X_i)$  (figures III-12g et III-12h).

Finalement, l'erreur totale d'estimation de la distance  $h(X_j, t)$  dépend :

- de la position de  $X_j$  sur  $D$ .
- de la densité du réseau de mesure.
- de la dimension des surfaces pluvieuses (plus les zones pluvieuses sont grandes et plus la taille de  $D$  est une limitation; plus les zones pluvieuses sont petites et plus la densité du réseau de mesure est une limitation).

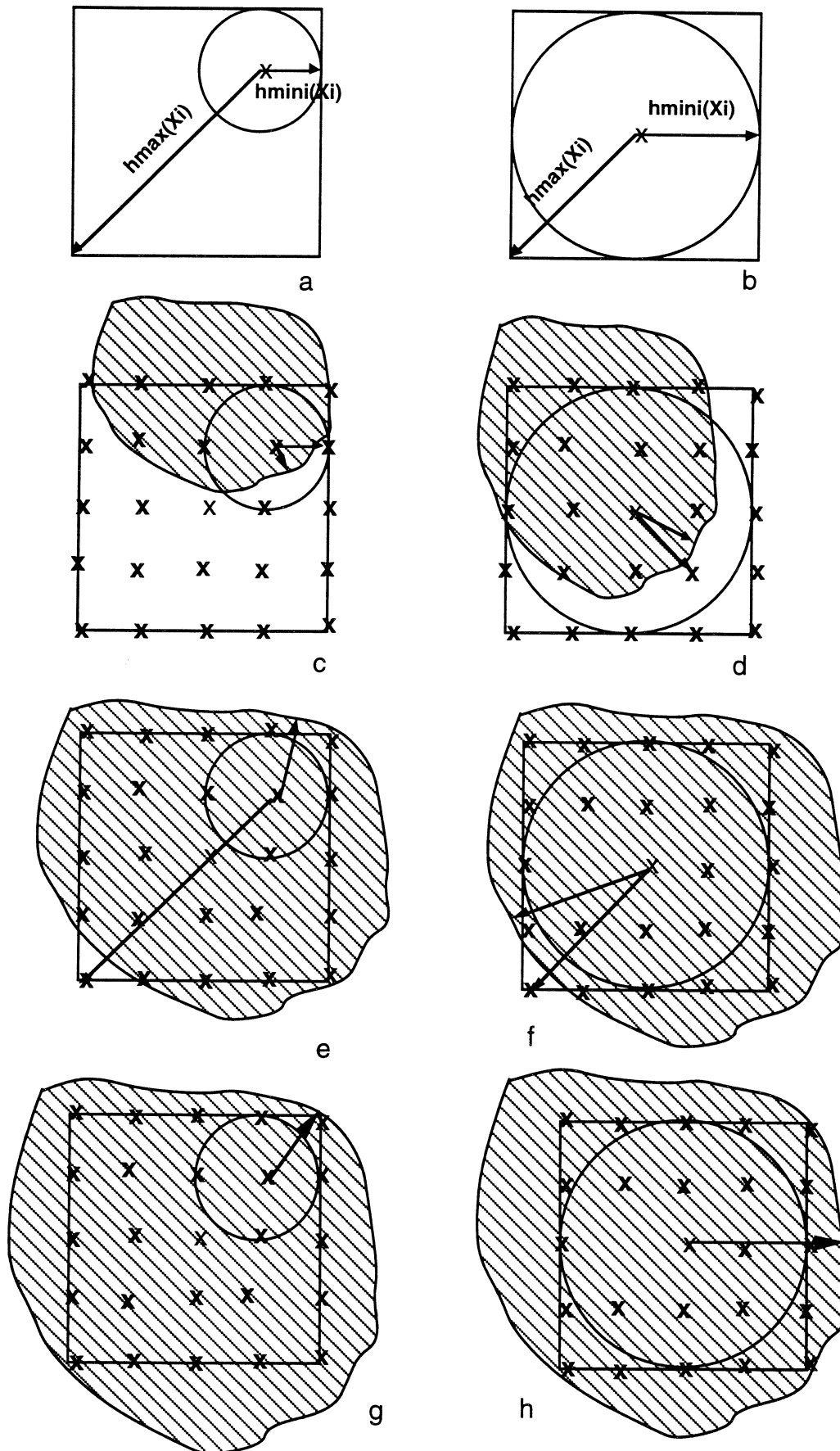


figure III-12 (a-h): influence de la position du point de mesure sur  $D$  sur la surestimaion de la distance minimale.

### III-3-3) Etude de la surestimation de la distance minimale sur le réseau Epsat-Niger.

Une simulation de Monte-Carlo va nous permettre d'étudier la surestimation de la distance minimale sur le réseau Epsat-Niger (l'annexe D décrit sa mise en oeuvre). Son principe va simplement consister à générer des surfaces pluvieuses circulaires de caractéristiques connues (position du centre  $X_s$  et rayon  $R_s$ ).

La position du centre  $X_s(x_s, y_s)$  est générée aléatoirement et uniformément à l'intérieur d'une zone de dimension  $L_x=500$  km,  $L_y=500$  km centré sur le degré carré (figure III-13). Le rayon  $R_s$  est tiré dans une loi gamma incomplète (figure III-14):

$$p(rs) = \frac{(rs - rs_{\min})^{\alpha-1}}{\beta^\alpha \Gamma_\alpha} e^{-\frac{rs - rs_{\min}}{\beta}} \quad (\text{III-17})$$

de paramètres :

$$\alpha=2, \beta=100$$

$$rs_{\min}=0 \text{ km}$$

d'où

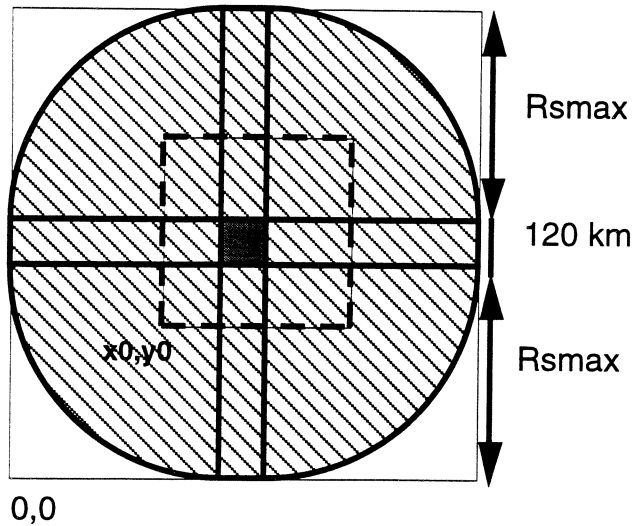
$$\mu_{RS}=200 \text{ km}, \sigma_{RS}=140 \text{ km}$$

#### Remarque:

Le choix de cette loi a été fait de manière totalement subjective puisque la fdp de la superficie totale des surfaces pluvieuses au pas de temps horaire n'est pas connue. Ce choix n'a d'ailleurs pas d'importance en soi pour étudier le principe de la surestimation de la distance minimale, à condition que les surfaces soient plus grandes que le domaine d'observation.

Signalons simplement au lecteur que Eagleson (1984) puis Eagleson et Qinliang (1985) ont proposé une loi pour décrire la fdp du rayon des surfaces pluvieuses au Soudan. Ils admettent que ces surfaces pluvieuses sont fractales et qu'elles suivent une distribution hyperbolique. Connaissant leur superficie minimale et maximale, ils déduisent la fdp de leur superficie, puis celle du rayon des surfaces pluvieuses circulaires de superficie équivalente.

Cette fdp privilégie des surfaces de très petites dimensions (disymétrie très importante avec un mode de 6 km environ). Compte tenue de l'interdistance moyenne du réseau Epsat-Niger, 12 km environ, il n'est pas possible de l'utiliser dans le cas qui nous intéresse.






-  positions possibles pour  $(x_s, y_s)$
  -  degré carré
  -  domaine de simulation de  $(x_s, y_s)$
- $x_0, y_0$  : origine du domaine de simulation

figure III-13: domaine de simulation du centre des surfaces pluvieuses circulaires

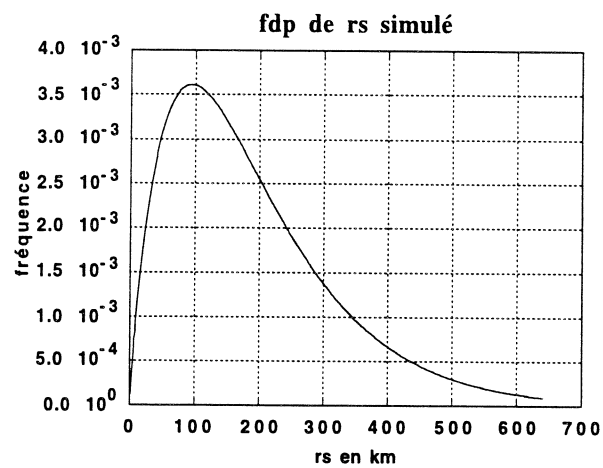


figure III-14: fdp du rayon  $R_s$  des surfaces pluvieuses circulaires simulées.

Les résultats que nous présentons concernent uniquement deux stations du réseau (figure III-15):

- une station située au centre : Yélouna ( $x=60.5$  ;  $y=50.1$ ) hmini=50 km  
hmax=70 km
- une station située au sud-est : Kouré Kobade ( $x=113.7$ ;  $y=0.5$ ) hmini=0 km  
hmax=140 km

Leurs positions "extrêmes" sur le domaine sont représentatives des problèmes rencontrés lors de l'estimation de la distance minimale. Yélouna est située au centre, à proximité de la "cible" sur-instrumentée, et Kouré Kobade est située sur un bord du domaine. A priori, les causes possibles de la surestimation de la distance minimale, identifiées précédemment, exerceront principalement leur influence sur la station du bord.

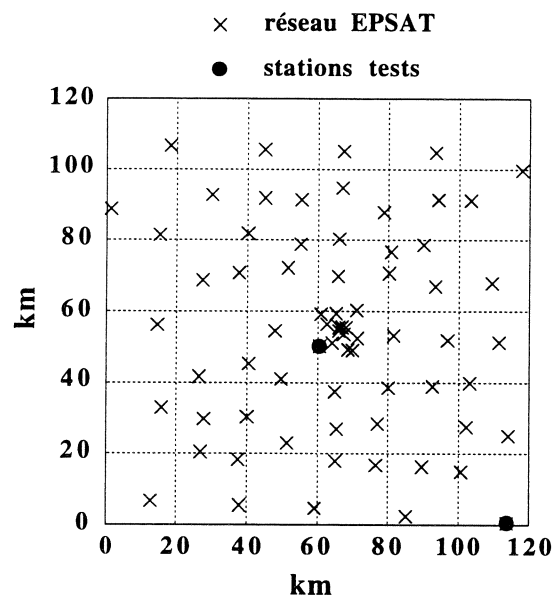


figure III-15: stations tests

Les simulations conduisent à trois cas de figures:

- i) La surface pluvieuse n'a pas touché la station qui nous intéresse. Dans ce cas, les distances minimales "vraies" et estimées sont nulles.
- ii) La surface pluvieuse recouvre complètement le domaine. Dans ce cas, la distance minimale "vraie" est connue, mais elle ne peut pas être estimée depuis le réseau.
- iii) La surface pluvieuse touche la station qui nous intéresse, mais ne recouvre pas entièrement le domaine. Dans ce cas, les distances minimales "vraies" effectivement observables et estimées sont telles que:

$$0 < h(X_i, t) \leq h^*(X_i, t) \leq h_{\max}(X_i)$$

C'est ce dernier cas qui va nous permettre d'étudier le principe de la surestimation.

on déterminera alors:

- la distance minimale "vraie"  $h(X_i,t)$ , la distance minimale estimée  $h^*(X_i,t)$  correspondante, ainsi que leurs fdp respectives.
- les fdp conditionnelles  $p(h^*|h)$  qui permettront d'étudier de manière détaillée l'influence de la densité du réseau et de la position des stations sur la surestimation de ces distances.

Nous présentons dans un premier temps les fonctions de répartition des distances minimales "vraies" obtenues sur l'ensemble des simulations. On vérifie ainsi qu'elles sont identiques pour les deux stations (et pour toutes les stations du domaine), puisque nous avons simulé la position du centre des surfaces pluvieuses de façon équiprobable (figures III-16 et III-17). On le vérifie également en comparant leurs moments (tableau III-1), ainsi que les paramètres des modèles théoriques ajustés (tableau III-2).

En revanche, les distances minimales "vraies" effectivement observables dépendent de la position de la station considérée sur le domaine. Leurs moments (tableaux III-3 et III-4) dépendent de  $h_{\max}(X_i)$  (plus le point se situe proche du bord du domaine, et plus les distances minimales "vraies" observables sont grandes (cf § III-3-2)).

Les moments des distances estimées sont donnés dans les tableaux III-5 et III-6. Pour ce qui concerne la station Yélouna, la surestimation est faible. Elle représente en moyenne 5,7 km, soit environ la demi-interdistance moyenne entre deux stations voisines du réseau de base. Pour ce qui concerne la station du bord, Koure Kobade, la surestimation est beaucoup plus importante. Les moyennes entre distances minimales "vraies" effectivement observables et estimées diffèrent de plus de 20 km. On retrouve bien ces décalages respectifs d'environ 5 km et 20 km au niveau des fonctions de répartition (figures III-18 à III-19).

Cette première analyse globale permet donc de confirmer l'importance de la position des stations sur la surestimation de la distance minimale, comme nous l'avions supposé dans le paragraphe précédent.

	<b>Yelouna</b>	<b>Koure kobade</b>
moyenne (km)	139	138
écart type (km)	124	125

tableau III-1: moments expérimentaux des distances minimales "vraies" simulées

$\beta$	111.36	113.46
h0	0	0
$\alpha$	1.25	1.22

tableau III-2 : Paramètres de l'ajustement (Pearson III, moment) pour les distances minimales "vraies" simulées.

	<b>Yelouna</b>	<b>Koure kobade</b>
moyenne (km)	32	45
écart type (km)	18	34.4

tableau III-3: moments expérimentaux des distances minimales "vraies" simulées effectivement observables.

$\beta$	10.76	26.3
h0	0	0
$\alpha$	3	1.7

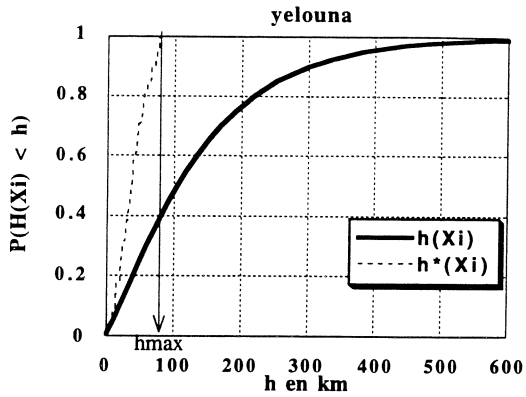
tableau III-4 : Paramètres des ajustements (Pearson III, moments).pour la fdp des distances minimales vraies simulées effectivement observables

	<b>Yelouna</b>	<b>Koure kobade</b>
moyenne (km)	37.7	66.6
écart type (km)	19.7	34

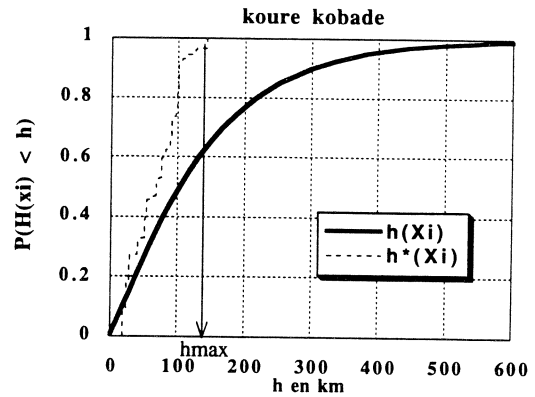
tableau III-5: moments expérimentaux des distances minimales estimées.

$\beta$	10.316	17.28
h0	0	0
$\alpha$	3.656	3.856

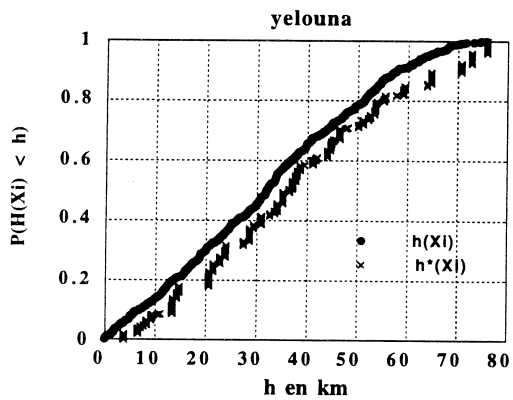
tableau III-6: Paramètres des ajustements (Pearson III, moments), pour la fdp des distances minimales estimées



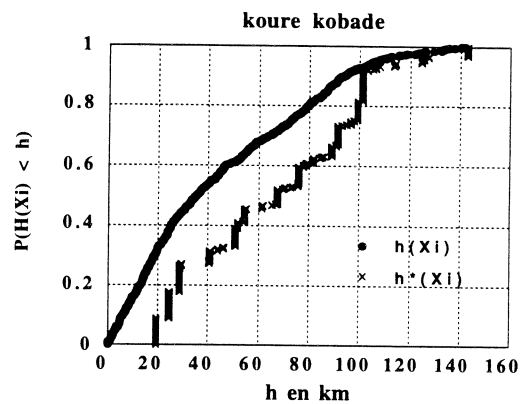
III-16



III-17



III-18



III-19

- figures III-16 et III-17: fonction de répartition de la distance minimale "vraie" dans l'intervalle  $[0; \infty[$ , à comparer à la fonction de répartition de la distance minimale estimée.
- figures III-18 et III-19: fonctions de répartition des distances minimales "vraie" effectivement observable, et estimée.

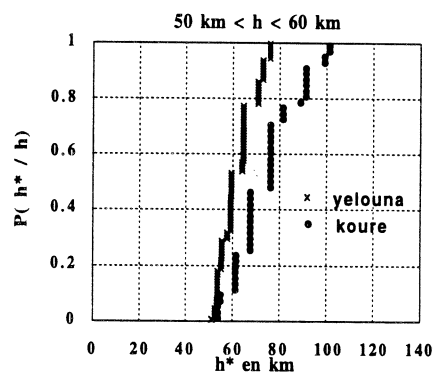
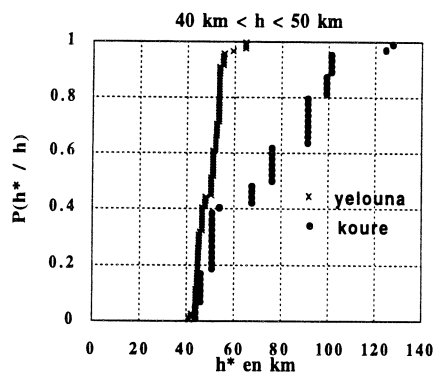
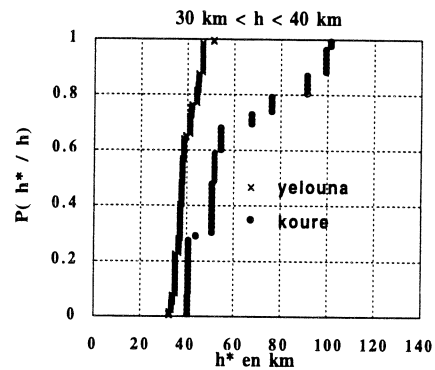
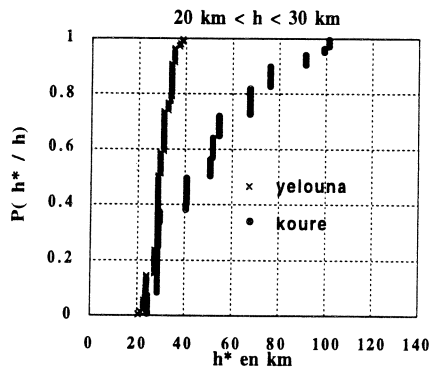
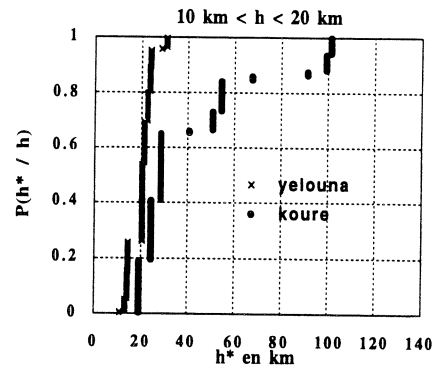
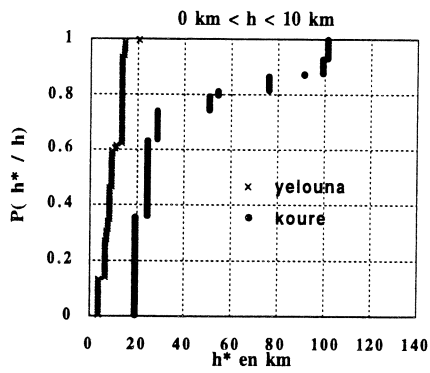
Nous analysons à présent de manière plus détaillée le principe de cette surestimation. Les figures III-20a à III-20j donnent les fonctions de répartition conditionnelles  $p(h^*|h)$ . Le tableau III-7 donne les moyennes  $\mu(h^*|h)$  et écarts-types  $\sigma(h^*|h)$  respectifs.

Ces résultats traduisent de manière plus nuancée l'importance de la position des stations à l'intérieur du domaine, sur la surestimation de la distance minimale.

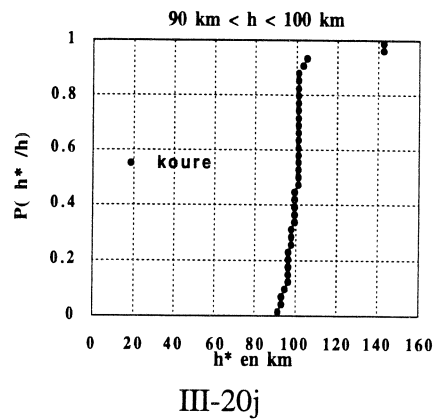
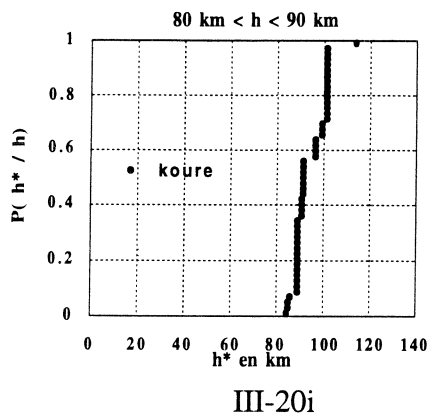
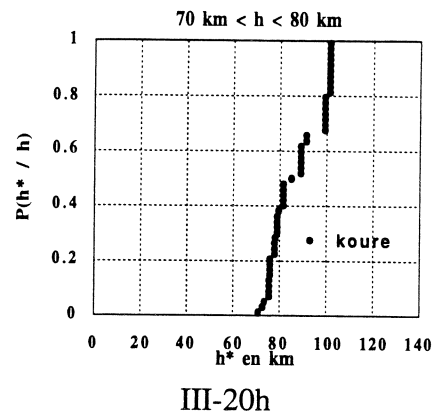
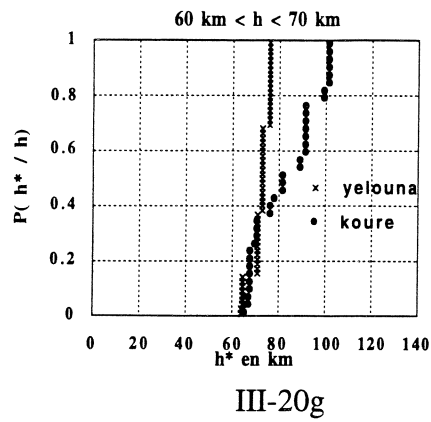
Pour la station du centre (Yélouna), la surestimation n'est due qu'à la densité du réseau jusqu'à la distance minimale "vraie" 50 km, (figures III-20a à III-20e). La dispersion observée correspond surtout à la dispersion des vraies distances de la classe considérée. La surestimation due à sa position sur le domaine est observée pour la classe de distances minimales "vraies" 50-60 km (figure III-20f), c'est à dire quand elles commencent à être supérieures à  $h_{\text{mini}}(X_i)$ . La dispersion des valeurs est alors un peu plus élevée. L'écart-type qui reste relativement constant augmente brusquement puis se restabilise à la classe suivante. Dans tous les cas, la moyenne correspond à la borne supérieure de la classe de distance vraie considérée.

Pour ce qui concerne la station du bord, Koure Kobade, on observe que les distributions présentent une dispersion très élevée qui diminue à mesure que la distance minimale "vraie" se rapproche de  $h_{\text{max}}(X_i)$ . Cela confirme que l'erreur d'estimation peut être considérable aux très petites distances puis diminuent à mesure que celle-ci se rapproche de  $h_{\text{max}}(X_i)$ .

En conclusion, ces simulations confirment de manière très nette le lien existant entre la surestimation de la distance minimale, et la position des stations sur le domaine.



figures III-20a-f : étude de la surestimation de la distance minimale.  
pour les distances "vraies" comprises entre 0 et 60 km



figures III-20 g-j : étude de la surestimation de la distance minimale "vraie" entre 60 et 100 km.

classes de distances "vraies" (km)	Yelouna $\mu(h^*/h)$ (km)	koure k $\mu(h^*/h)$ (km)	Yelouna $\sigma(h^*/h)$ (km)	koure k $\sigma(h^*/h)$ (km)
0-10	9.58	21	3.67	28
10-20	20.17	41	4.17	26.4
20-30	29.6	49	3.77	22.3
30-40	39.2	60	4.16	20.75
40-50	49.6	72	4.82	23.2
50-60	62	74	7.05	13.17
60-70	72	82	3.66	13.0
70-80		87		10.46
80-90		94		6.22
90-100		101		10.3

tableau III-7: moyennes ( $\mu(h^*/h)$ ) et écarts-types ( $\sigma(h^*/h)$ ) conditionnels

### III-3-4) Conséquences sur l'identification des distributions conditionnelles lagrangiennes

La surestimation de la distance minimale va poser des problèmes au niveau de l'identification des fdp conditionnelles  $p_{F(X)|H(X)}(f|h)$ . En effet, cette surestimation conduit à affecter de manière aléatoire à une distance minimale  $h^*$  une valeur de pluie que l'on devrait affecter à la distance  $h \leq h^*$ . La fdp expérimentale  $p_{F(X)|H(X)}(f|h^*)$  peut donc présenter une forme éloignée de la vraie fdp  $p_{F(X)|H(X)}(f|h)$ .

D'une façon générale,  $p_{F(X)|H(X)}(f|h^*)$  est liée à  $p_{F(X)|H(X)}(f|h)$  de la manière suivante:

$$p_{F(X)|H(X)}(f|h^*) = \int_{h=0}^{h^{\max}} p_{F(X)|H(X)}(f|h) p(h|h^*) dh \quad (\text{III-18})$$

### III-4) Inférence sur les données de la saison des pluies 1989.

Nous proposons de mettre en oeuvre la méthodologie décrite jusqu'à présent sur les données pluviométriques horaires de la saison des pluies 1989. On identifiera d'abord la fdp de la distance minimale puis les fdp conditionnelles  $p_{F(X)|H(X)}(f|h^*)$ , ainsi que leurs moments.

#### III-4-1) Estimation des distances minimales.

Les distances minimales sont estimées dans l'hypothèse d'isotropie, par la méthode décrite dans le § III-3-1, et mise en oeuvre lors des simulations sur ce même réseau.

Les simulations nous ont permis d'étudier l'effet de la position des stations sur l'estimation de la distance minimale. Elles ont mis en évidence que l'estimation la moins biaisée est obtenue pour les stations situées au centre du degré carré, la plus biaisée est obtenue pour les stations situées sur les bords du degré carré. Nous proposons donc de calculer une estimation de la fdp de la distance minimale sur la station centrale Yelouna, utilisée précédemment lors des simulations, ainsi que sur les stations situées sur les angles NE (Ko fandou) et NW (Foy fandou et Danguy Gorou), les angles SW (Débéré Gati) et SE (Kouré Kobadé) du degré carré. Si on suppose qu'a priori la surestimation de la distance minimale s'effectue de manière identique pour toutes ces stations en bordure du domaine (l'intervalle  $[h_{\min}(X_i) - h_{\max}(X_i)]$  est identique), la comparaison de  $p_H(h)$  doit nous renseigner sur la stationnarité de sa loi de probabilité. La distinction Nord et Sud est faite ici car nous savons précisément qu'il pleut plus souvent au Sud qu'au Nord (voir chapitre II).

Le tableau III-8 donne les statistiques des distributions expérimentales  $p_H(h^*)$ , ainsi que les paramètres de l'ajustement effectué dans chacun des cas (Pearson III). La figure III-21 présente ces fonctions de répartition expérimentales.

La position des stations sur le domaine détermine l'intervalle dans lequel la distance minimale "vraie" est effectivement estimable (cf § III-3-2) (les bords donnent accès à de plus grandes distances). La différence de comportement entre la fonction de répartition expérimentale  $P_H(h^*)$  estimée au centre du degré carré (Yelouna) et celles estimées sur les bords le confirme, et il est logique que les moments soient plus élevés sur les bords qu'au centre.

Si on suppose a priori que la loi de probabilité de la distance minimale est stationnaire sur le degré carré, pour une densité de réseau identique et homogène d'un événement à l'autre, la surestimation de la distance minimale doit s'effectuer de la même manière pour les stations des bordures Nord et Sud. On observe expérimentalement un groupement des distributions en fonction de la latitude. Le décalage entre ces distributions est compris entre 15 et 20 km.

Les moments sont plus élevés au sud qu'au nord (tableau III-8) et on retrouve cet écart de 15 à 20 km pour la moyenne.

Les deux raisons qui peuvent avoir provoqué une telle différence de comportement entre le nord et le sud sont les suivantes:

i) La dimension des surfaces pluvieuses est liée comme l'occurrence de pluie, à la latitude du point considéré, et la loi de probabilité de la distance minimale n'est pas stationnaires sur le degré carré.

ii) Existence de différences locales de taux de fonctionnement des stations voisines. La configuration du réseau est très perturbée au cours de la saison des pluies (voir la distribution du nombre de poste en fonctionnement simultané dans le chapitre I), et l'estimation de la distance minimale  $y$  est particulièrement sensible.

	Yelouna cible	ko fandou (NE)	danguy (NW)	foy fand (NW)	débéré (SW)	koure k (SE)
moyenne (km)	18	37.7	37.8	38	54	57
écart type (km)	17	21.2	18.2	19	25.6	28.5
échelle ( $\beta$ )	16.24	12.2	8.9	9.7	12.4	14.5
forme ( $\alpha$ )	1.1	3.1	4.23	3.92	4.35	3.95

tableau III-8: statistiques sur les distances minimales estimées.

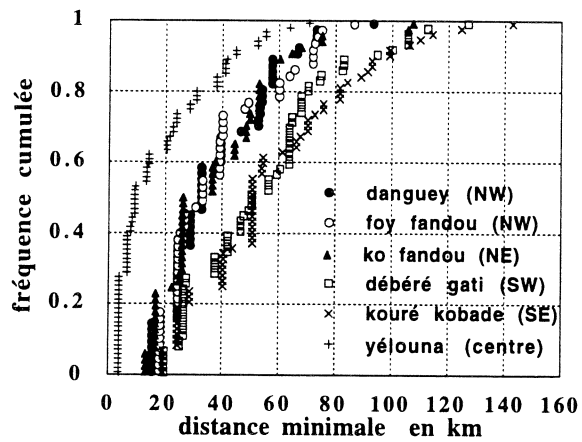


figure III-21: fonctions de répartition expérimentales de la distance minimale.

### III-4-2) Estimation des distributions conditionnelles lagrangiennes.

Nous estimons à présent les distributions conditionnelles lagrangiennes de l'intensité de pluie,  $(P_{F(X)|H(X)}(f|h))$ , afin d'identifier expérimentalement selon notre approche, l'existence d'une dérive, mise en évidence dans le chapitre précédent par l'approche de Barancourt.

Puisque l'estimation la moins biaisée de la distance minimale est obtenue au centre du degré carré, cette zone donnera également l'estimation la moins biaisée de ces distributions conditionnelles.

Pour assurer l'indépendance entre les réalisations, celles-ci devraient être estimées individuellement en chaque station. Cela nous permettrait également d'étudier leur stationnarité sur le domaine. La surestimation de la distance minimale, différente selon la station considérée sur le domaine, et la série réduite dont nous disposons ne le permettent pas. Aussi, nous définissons une zone à l'intérieur de laquelle les stations présentent un intervalle  $[h_{\min}; h_{\max}]$  voisin. L'échantillon est alors constitué des valeurs de toutes les stations appartenant à cette zone, qui correspond dans notre cas à la cible (figure III-22).

Ses caractéristiques sont les suivantes:

$$\begin{array}{ll} x_{\min} = 55 \text{ km} & x_{\max} = 75 \text{ km} \\ y_{\min} = 45 \text{ km} & y_{\max} = 65 \text{ km} \\ h_{\min} = 40 \text{ km} & h_{\max} = 70 \text{ km} \end{array}$$

Les fonctions de répartition conditionnelles expérimentales sont présentées en figure III-23. Une loi de Pearson III a été ajustée dans chaque cas. Leurs paramètres sont donnés dans le tableau III-9.

Le paramètre de forme augmente avec la distance minimale. Le paramètre d'échelle augmente jusqu'à la classe de distance 20-35 km puis diminue.

Les fonctions de répartition conditionnelles décrivent un faisceau de courbes qui traduit bien la présence d'une dérive lagrangienne des intensités de pluie. Conformément aux résultats obtenus dans le chapitre précédent, cette dérive va dans le sens d'une augmentation de l'intensité du bord vers l'intérieur des surfaces pluvieuses. Le changement d'allure des fdp est caractéristique (figures III-24a à III-24f). On passe d'une allure fortement dissymétrique à une allure beaucoup plus Gaussienne. Cette dérive lagrangienne n'est certainement pas systématique et/ou identique à l'intérieur de chaque surface pluvieuse, mais sa présence affecte certainement une bonne partie d'entre elles. Sa mise en évidence est également perturbée par des fluctuations d'échantillonnage. Elles sont dues en partie à la surestimation de la distance minimale, qui varie d'une réalisation à l'autre, en raison d'un changement de configuration du réseau au cours de la saison des pluies.

Les différents moments de ces distributions conditionnelles sont présentés en figures III-25 à III-30.

L'espérance, la médiane et le mode augmentent avec la distance minimale. L'écart-type augmente puis se stabilise à partir de 20 km.

L'allure générale de ces distributions conditionnelles est décrite par les coefficients d'asymétrie et d'aplatisement dont les valeurs diminuent avec la distance.

Finalement, la dérive lagrangienne de l'intensité de pluie est loin d'être négligeable. Elle présente en moyenne, une évolution de 0 à 20 mm/h sur une distance de 50 km environ, du bord vers l'intérieur des surfaces pluvieuses.

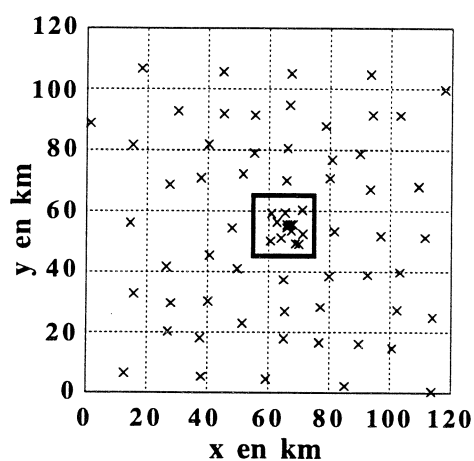


figure III-22: zone d'estimation des distributions conditionnelles lagrangiennes (cible)

	forme	échelle
0-5 km	0.487	2.82
5-10 km	0.515	6.35
10-20 km	0.54	12.4
20-35 km	0.7	12.6
35-50 km	1.07	9.4
50-65 km	2.78	7.3

tableau III-9: Paramètres des ajustements (Pearson III, moments) sur  $p_{F|H}(f|h^*)$

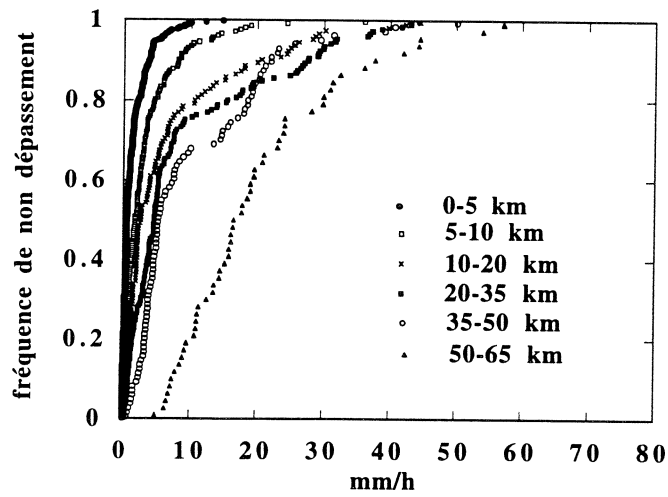
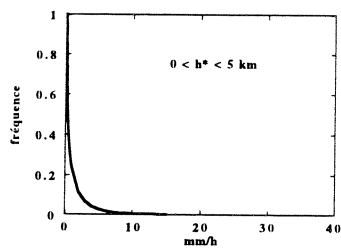
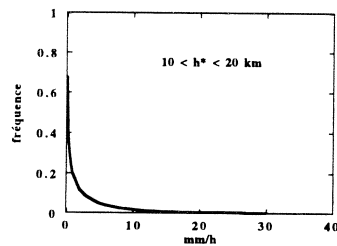


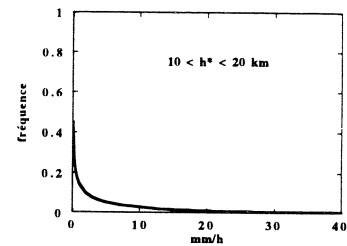
figure III-23: Fonctions de répartition conditionnelles lagrangiennes expérimentales (cible)



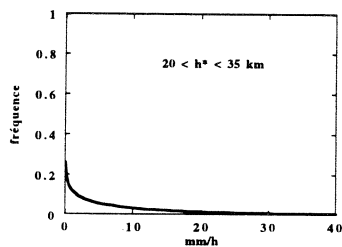
III-24a



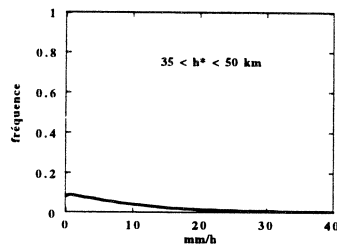
III-24b



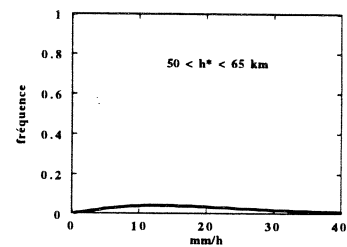
III-24c



III-24d

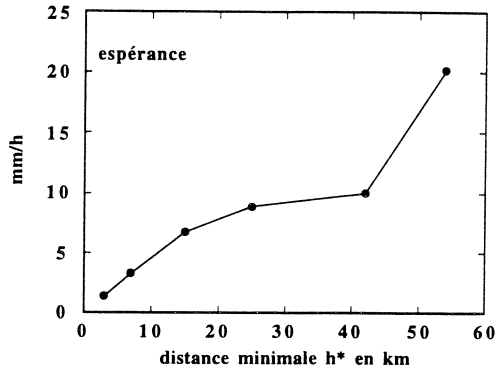


III-24e

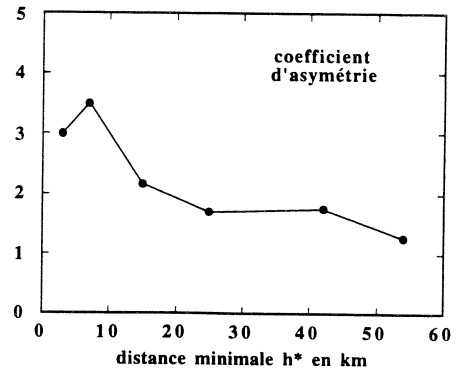


III-24f

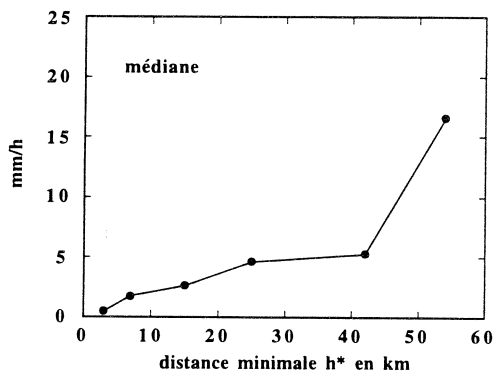
figures III-24 a-f : fdp conditionnelles lagrangiennes (Pearson III) (cible).



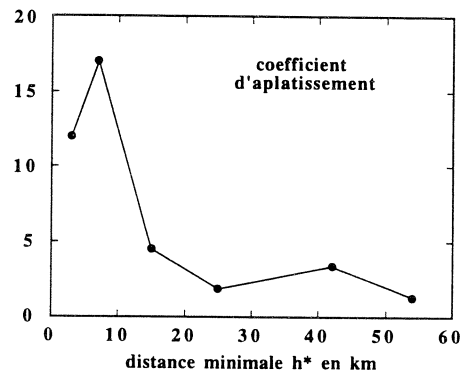
III-25



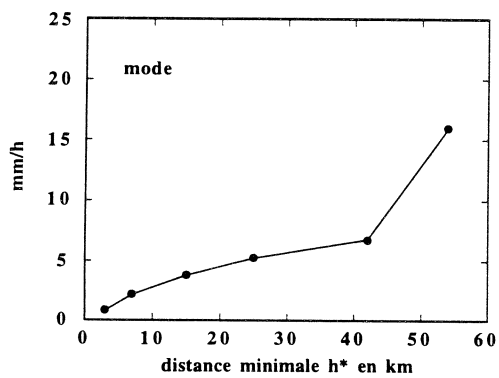
III-26



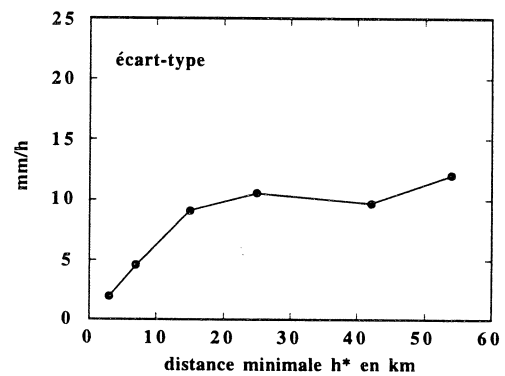
III-27



III-28



III-29



III-30

figures III-25 à III-30 : moments conditionnels lagrangiens expérimentaux (cible)

Nous étudions à présent l'effet de la surestimation de la distance minimale sur l'allure des distributions conditionnelles, en définissant un échantillon constitué de toutes les stations des zones de bordures Nord et Sud (figure III-31). Nous ne tenons donc pas compte dans un premier temps de la non stationnarité probable de la loi de probabilité de la distance minimale, observée précédemment.

Les caractéristiques de ces deux zones sont les suivantes:

- une bande NE-NW de 20 km de large:

xmin=0 km            xmax=120 km

ymin=90 km          ymax=110 km

hmin=0 km            hmax= 140 km

- une bande SE-SW de 20 km de large.

xmin=0 km            xmax=120 km

ymin=0 km            ymax=20 km

hmin=0 km            hmax= 140 km

Les fonctions de répartition conditionnelles (figure III-32) présentent une évolution beaucoup moins marquée que celles estimées depuis le centre du degré carré, en raison précisément de l'importance de la surestimation de la distance minimale. Les fdp conditionnelles (figures III-33a à III-33h) sont beaucoup plus dissymétriques.

Cela se traduit par une sous-estimation des moments tels que la moyenne, la médiane, le mode et l'écart-type, de plusieurs mm/h (figures III-34 à III-37). Nous vérifions donc que la surestimation de la distance minimale conduit à une sous-estimation sensible des moments d'ordre 1 et 2. Les coefficients d'asymétrie et d'aplatissement sont plus élevés que sur la zone centrale (figures III-38 à III-39).

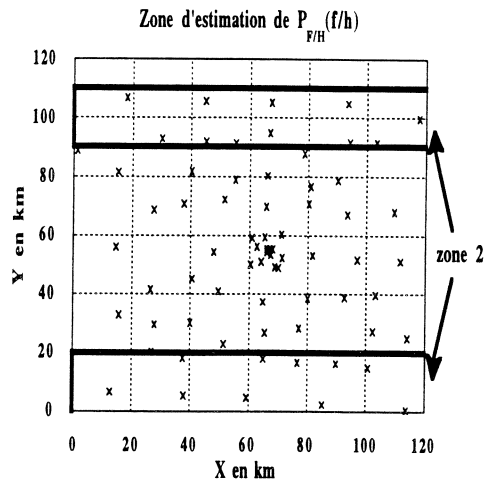


figure III-31: zones d'estimation des distributions conditionnelles lagrangiennes en bordures Nord et Sud du degré carré.

	forme	échelle
0-10 km	/	/
10-20 km	0.321	9.254
20-30 km	0.551	9.91
30-40 km	0.515	12.506
40-50 km	0.463	16.84
50-60 km	0.574	9.57
60-70 km	0.902	8.943
70-80 km	0.729	11.212
80-90 km	1.186	7.651

tableau III-10: paramètres des ajustements des distributions conditionnelles lagrangiennes (Pearson III, moments), (bordures Nord et Sud confondues du degré carré)

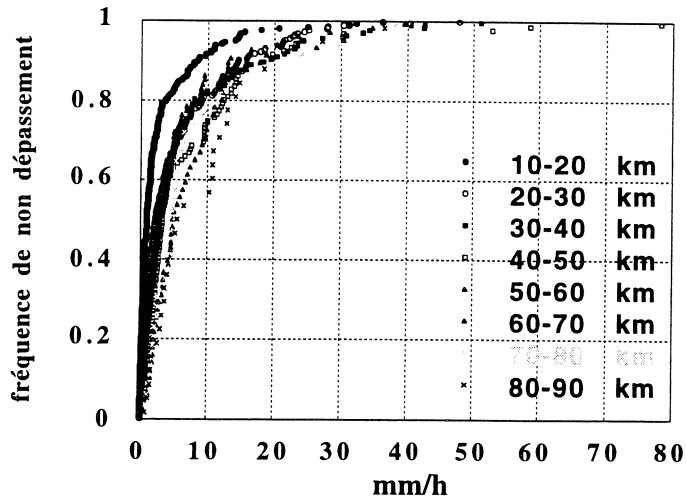
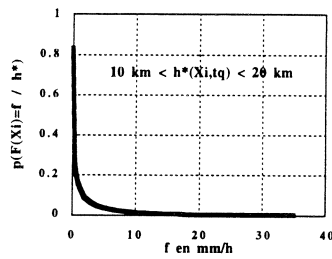
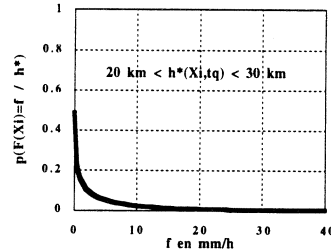


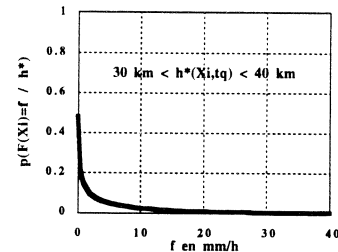
figure III-32: fonctions de répartition conditionnelles lagrangiennes expérimentales estimées sur les bords Nord et Sud confondus.



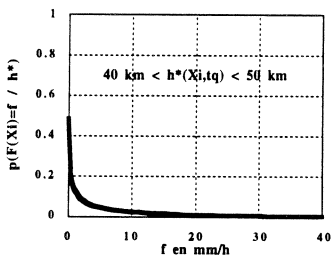
III-33a



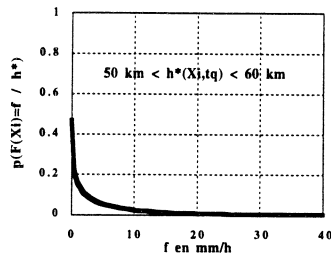
III-33b



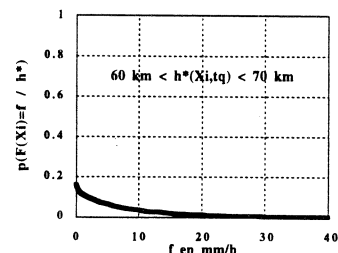
III-33c



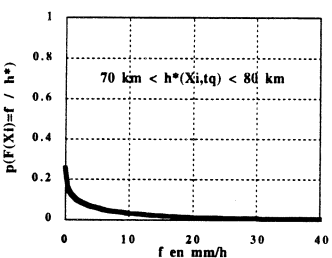
III-33d



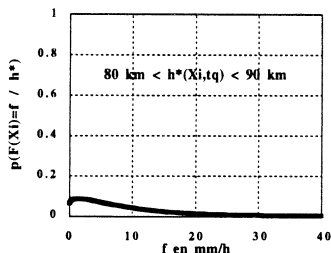
III-33e



III-33f

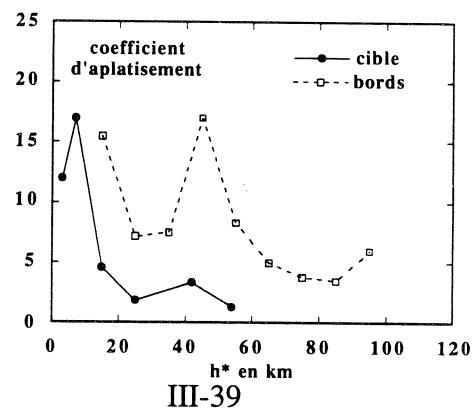
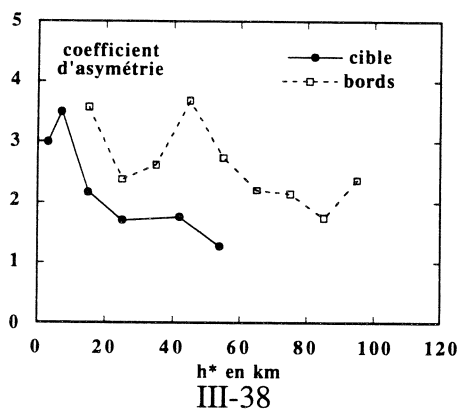
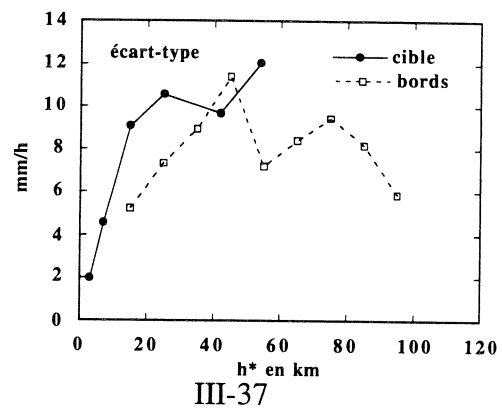
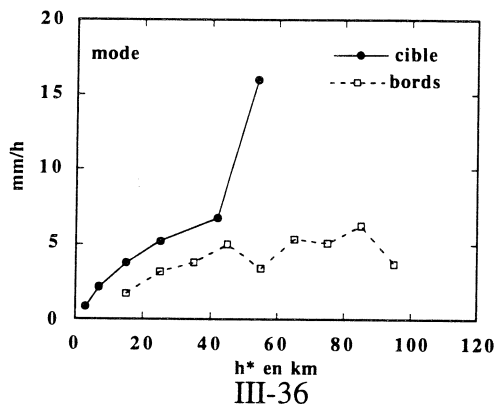
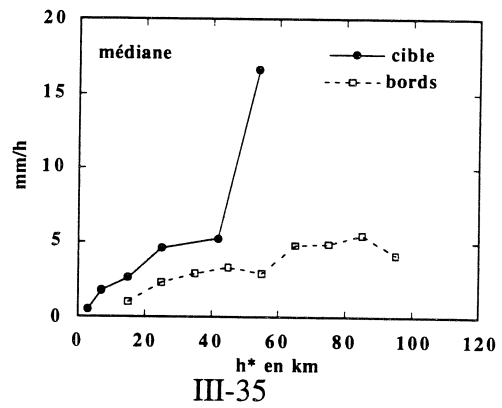
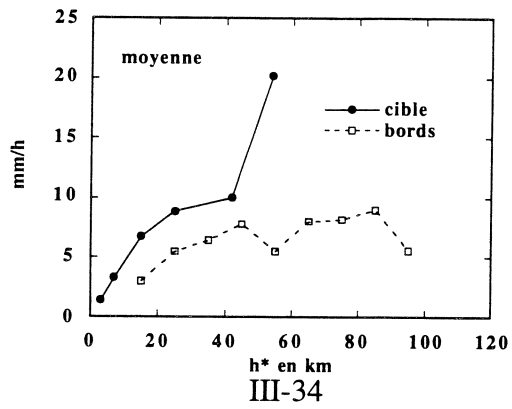


III-33g



III-33h

figures III-33 a-h : fdp conditionnelles lagrangiennes (Pearson III) estimées sur les bords.



figures III-34 à III-39: comparaison des moments conditionnels lagrangiens expérimentaux estimés sur la cible et les bords Nord et Sud confondus du degré carré.

Enfin, compte tenue de cette difficulté d'estimation de la distance minimale aux limites de la zone d'étude, il est impossible d'analyser correctement la stationnarité des distributions conditionnelles. La stationnarité de  $E[F(X)]$  (cf chapitre II) rapprochée à la non stationnarité probable de  $p_H(h)$  (voir § III-4-1) conduit à penser que la dérive évolue également avec la latitude. En effet, d'après Papoulis (1965):

$$E[F(X)] = E\{E[F|H]\} = \int_{h=0}^{\infty} \int_{f=0}^{\infty} f p_{F|H}(f|h) p_H(h) df dh \quad (\text{III-19})$$

indique que  $E[F(X)]$  et  $p_H(h)$  sont liés à travers  $p_{F(X)|H(X)}(f|h)$  et ne peuvent donc pas varier dans l'espace de manière indépendantes. Cependant, l'estimation de la dérive et des intervalles de confiance associés (figure III-40) montre que les seules incertitudes d'échantillonnage empêchent de conclure sur l'effet de la latitude.

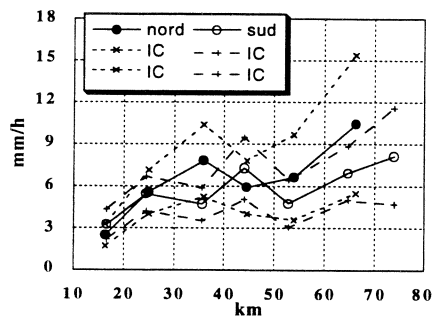


figure III-40: comparaison des moyennes conditionnelles  $E[F|H]$  entre les bordures Nord et Sud du degré carré.

### III-5) Conclusion

L'approche développée dans ce chapitre a permis de montrer que les propriétés statistiques de l'intensité de pluie dépendent de la position du point d'observation considéré à l'intérieur des surfaces pluvieuses. L'identification expérimentale de cette "dérive" est fortement liée au rapport qu'il existe entre la taille du domaine et la dimension des surfaces de pluie. Quand celles-ci ne sont pas entièrement inscrites dans ce domaine, la position des points sur le domaine joue un rôle déterminant sur l'estimation de la distance minimale et donc sur les distributions conditionnelles. La surestimation de la distance minimale provoque alors une sous-estimation des moments d'ordre un et deux tels que la moyenne, et la variance.

La présence d'une telle organisation spatiale de l'intensité de précipitation offre des perspectives intéressantes. On peut envisager de modéliser les différents moments conditionnels ou encore les différents quantiles conditionnels en vue de réaliser une cartographie des intensités de précipitation, ou encore d'estimer une lame d'eau, à partir de l'unique connaissance de la géométrie des surfaces pluvieuses. Le chapitre suivant propose d'examiner la faisabilité d'une telle estimation.



## **CHAPITRE IV**

### **APPLICATION A L'ESTIMATION D'UNE LAME D'EAU MOYENNE**



Ce chapitre examine un exemple d'application pratique de la fonction de dérive. Il s'agit de proposer une démarche pour estimer la lame d'eau moyenne précipitée sur un domaine en supposant que la seule information à notre disposition concerne les caractéristiques géométriques des surfaces pluvieuses au dessus d'un seuil d'intensité  $\tau$ . On admet que cette information peut être fournie par un capteur de télédétection en mesure de délimiter instantanément le contour d'une zone de pluie au dessus d'une valeur seuil  $\tau$ . La méthodologie décrite dans le chapitre précédent concernait uniquement le seuil d'intensité  $\tau = 0$  mm/h. Il faut donc pouvoir disposer d'une fonction de dérive calculée pour le seuil utile. Une partie de ce chapitre est ainsi consacrée à l'identification des fonctions de dérive pour des seuils compris entre 2 à 8 mm/h. Dans chacun de ces cas, nous serons également amenés à définir une fonction de dérive pour les valeurs d'intensité de précipitation inférieures au seuil en question. Cela nous permettra d'estimer la part de la lame d'eau produite par la zone de pluie non détectée par le capteur. La méthode d'estimation que nous proposons sera comparée à la méthode des seuils (Atlas et al, 1990) dans différentes hypothèses de seuils  $\tau$ .

#### **IV-1) Généralisation de l'approche lagrangienne à tous les seuils.**

Le chapitre précédent a permis de caractériser l'organisation spatiale de l'intensité à l'intérieur des surfaces pluvieuses, au seuil 0 mm/h. On généralise à présent la méthodologie pour tous les seuils.

##### **IV-1-1) Mode de repérage lagrangien.**

Pour un seuil d'intensité  $\tau$  strictement positif, la surface seuillée  $A(t, \tau)$  qui décrit l'ensemble des points  $X$  de  $D$  où la réalisation  $z(X, t)$  du processus  $Z(X, t)$  est supérieure à cette valeur  $\tau$ , est définie à l'aide de la fonction indicatrice seuillée de  $z(X, t)$  (figure IV-1) :

$$i(X, t, \tau) = 0 \text{ si } z(X, t) \leq \tau \quad (\text{IV-1a})$$

$$i(X, t, \tau) = 1 \text{ sinon} \quad (\text{IV-1b})$$

$$A(t, \tau) = \{ X \in D, i(X, t, \tau) = 1 \} \quad (\text{IV-2})$$

La surface seuillée complémentaire  $\overline{A(t, \tau)}$  est telle que

$$\overline{A(t, \tau)} = \{ X \in D, i(X, t, \tau) = 0 \} \quad (\text{IV-3a})$$

c'est à dire:

$$\overline{A(t, \tau)} = D - A(t, \tau) \quad (\text{IV-3b})$$

Pour chaque réalisation  $z(X,t)$ , on décrit la position de chaque point du domaine relativement à la frontière de la surface seuillée  $A(t,\tau)$ . La procédure consiste à associer à chaque point  $X$  situé à l'intérieur de  $A(t,\tau)$  la distance  $h_u^{\rightarrow}(X,t,\tau)$ . Elle représente la distance minimale séparant ce point de la frontière de  $A(t,\tau)$ , en convenant de ne se déplacer que positivement suivant la direction  $\vec{u}$  à l'intérieur de cette surface (figure IV-2). De manière symétrique, on associe à chaque point  $X$  situé à l'extérieur de  $A(t,\tau)$  (c'est-à-dire à l'intérieur de  $\overline{A(t,\tau)}$ ) le même type de distance minimale  $h_u^{\rightarrow}(X,t,\tau)$  que l'on affectera d'un signe négatif (figure IV-2). Dans ce mode de représentation, la surface seuillée  $A(t,\tau)$  est définie par l'ensemble des points  $X$  de  $D$  où  $h_u^{\rightarrow}(X,t,\tau) > 0$ . La surface seuillée complémentaire  $\overline{A(t,\tau)}$  est définie par l'ensemble des points  $X$  de  $D$  où  $h_u^{\rightarrow}(X,t,\tau) \leq 0$ .

D'un point de vue probabiliste,  $h_u^{\rightarrow}(X,t,\tau)$  peut être considérée comme une réalisation d'une fonction aléatoire  $H_u^{\rightarrow}(X,t,\tau)$ .

Ainsi :

$$H_u^{\rightarrow}(X,t,\tau) \leq 0 \text{ si } I(X,t,\tau)=0 \quad (\text{IV-4a})$$

$$H_u^{\rightarrow}(X,t,\tau) > 0 \text{ si } I(X,t,\tau)=1 \quad (\text{IV-4b})$$

Dans le cas isotrope, on définit la distance  $h(X,t,\tau)$  qui représente la distance minimale entre le point  $X$  et la frontière de  $A(t,\tau)$  quelle que soit la direction  $\vec{u}$  (figure IV-3). Cette distance  $h(X,t,\tau)$  est une réalisation d'une F.A.  $H(X,t,\tau)$ .

Par convention, et pour la suite de l'exposé, nous adopterons les notations suivantes:

- la distance décrivant la position d'un point situé à l'intérieur de la surface seuillée  $A(t,\tau)$ , sera désignée sous le terme de distance minimale "interne" (DMI). Elle sera notée  $h_u^i(X,t,\tau)$  (cas anisotrope) et  $h^i(X,t,\tau)$  (cas isotrope), quand il s'agit d'une réalisation. Les F.A. seront notées  $H_u^i(X,t,\tau)$  et  $H^i(X,t,\tau)$ . Les V.A. seront notées  $H_u^i(X,\tau)$  et  $H^i(X,\tau)$ .

- la distance décrivant la position d'un point situé à l'extérieur de la surface seuillée sera désignée sous le terme de distance minimale "externe" (DME). Elle sera notée  $h_u^e(X,t,\tau)$  (cas anisotrope) et  $h^e(X,t,\tau)$  (cas isotrope), quand il s'agit d'une réalisation. Les F.A. seront notées  $H_u^e(X,t,\tau)$  et  $H^e(X,t,\tau)$ . Les V.A. seront notées  $H_u^e(X,\tau)$  et  $H^e(X,\tau)$ .

Dans les deux cas, la valeur numérique prise par ces réalisations sera notée  $h$ .

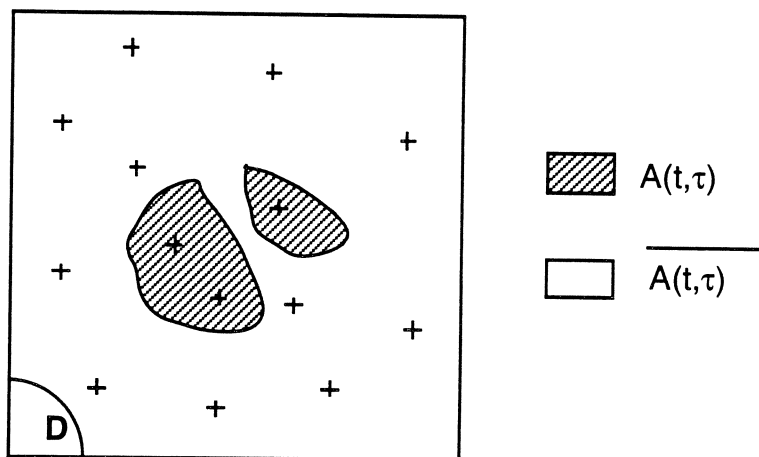
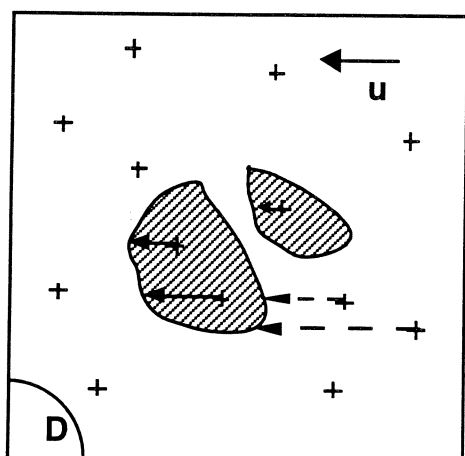
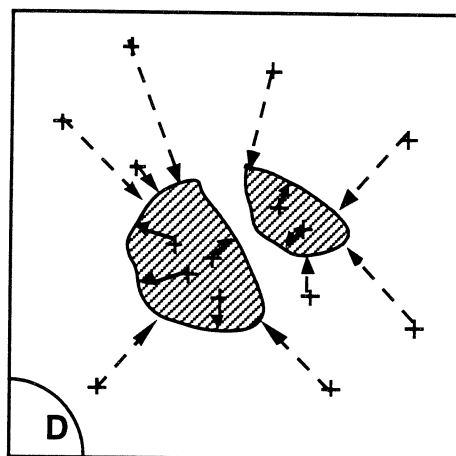


figure IV-1: surface seuillée et surface seuillée complémentaire .



$$\begin{aligned} \longrightarrow & h_u^i(X, t, \tau) \\ - - \longrightarrow & h_u^e(X, t, \tau) \end{aligned}$$

IV-2



$$\begin{aligned} \longrightarrow & h^i(X, t, \tau) \\ - - \longrightarrow & h^e(X, t, \tau) \end{aligned}$$

IV-3

figure IV-2: distances minimales "internes" et "externes" anisotropes.

figure IV-3 : distances minimales "internes" et "externes" isotropes.

#### IV-1-2) Régionalisation de l'intensité de pluie dans le mode de repérage lagrangien.

De manière analogue à ce qui a été défini pour le seuil  $\tau = 0$  mm/h, on décrit la variabilité spatiale de l'intensité de pluie, dans le mode de repérage défini précédemment.

Ainsi, pour chaque point  $X$  de  $D$ , on caractérise les propriétés statistiques de la V.A  $Z(X)$  en étudiant la fdp conditionnelle suivante:

$$P_{Z(X)|H^i(X,\tau)}(z|\tau, h) = \Pr(Z(X) = z | z > \tau \text{ et } H^i(X, \tau) = h) \quad (\text{IV-5})$$

qui définit la probabilité pour que la V.A.  $Z(X)$  prenne la valeur  $z$  supérieure à  $\tau$ , sachant que le point  $X$  se situe à la DMI  $h$  de la frontière de la surface seuillée  $A(t, \tau)$ , et

$$P_{Z(X)|H^e(X,\tau)}(z|\tau, h) = \Pr(Z(X) = z | 0 \leq z \leq \tau \text{ et } H^e(X, \tau) = h) \quad (\text{IV-6})$$

qui définit la probabilité pour que la V.A.  $Z(X)$  prenne la valeur  $z$  comprise entre 0 et  $\tau$ , sachant que le point  $X$  se situe à la DME  $h$  de la frontière de  $A(t, \tau)$ .

Compte tenue que l'expression (IV-6) prend en compte des valeurs nulles et non nulles d'intensité pluvieuse, on peut la représenter par une distribution mixte (cf chapitre II). Sa fonction de répartition s'exprime de la manière suivante:

$$P_{Z(X)|H^e(X,\tau)}(z|\tau, h) = (1 - p(\tau, h))1_{z \geq 0} + p(\tau, h)\Phi_{Z(X)|H^e(X,\tau)}(z|\tau, h)1_{z > 0} \quad (\text{IV-7})$$

$p(\tau, h)$  représente la probabilité pour qu'il pleuve au point  $X$  sachant que celui-ci se situe à une DME  $h$  de la frontière de  $A(t, \tau)$ . De fait,  $(1 - p(\tau, h))$  représente la probabilité pour qu'il ne pleuve pas au point  $X$  sachant que celui-ci se situe à une DME  $h$  de la frontière de  $A(t, \tau)$ . La fonction  $\Phi_{Z(X)|H^e(X,\tau)}(z|\tau, h)$  représente la partie continue de la fonction de répartition. Elle correspond aux valeurs du processus sachant qu'il pleut, telles que  $0 < z \leq \tau$

En termes de fdp, (IV-6) se décompose de la manière suivante:

$$P_{Z(X)|H^e(X,\tau)}(z|\tau, h) = 0 \text{ si } z < 0 \quad (\text{IV-8a})$$

$$P_{Z(X)|H^e(X,\tau)}(z|\tau, h) = (1 - p(\tau, h)) \text{ si } z = 0 \quad (\text{IV-8b})$$

$$P_{Z(X)|H^e(X,\tau)}(z|\tau, h) = p(\tau, h)\phi_{Z(X)|H^e(X,\tau)}(z|\tau, h) \text{ si } 0 < z \leq \tau \quad (\text{IV-8c})$$

$$P_{Z(X)|H^e(X,\tau)}(z|\tau, h) = 0 \text{ si } z > \tau \quad (\text{IV-8d})$$

où

$\varphi_{Z(X)|H^e(X,\tau)}(z|\tau, h)$  représente la fdp conditionnelle de  $Z(X)$  sachant qu'il pleut, et  $H^e(X,\tau)$ .

Les variables aléatoires  $Z(X)$ ,  $H^i(X,\tau)$  et  $H^e(X,\tau)$  seront bien sûr indépendantes si quelle que soit la distance minimale:

$$p_{Z(X)|H^i(X,\tau)}(z|\tau, h) = p_{Z(X)}(z|z > \tau) \quad \forall h \quad (\text{IV-9})$$

et

$$p_{Z(X)|H^e(X,\tau)}(z|\tau, h) = p_{Z(X)}(z|0 \leq z \leq \tau) \quad \forall h \quad (\text{IV-10})$$

Un moyen de quantifier la variabilité spatiale de l'intensité de pluie, consiste à étudier l'évolution des moments centrés d'ordre  $r$  de ces distributions conditionnelles en fonction de la DMI et de la DME.

Ces moments se notent de la manière suivante:

-Moment centré "interne" d'ordre  $r$ :

$$M_1^r(Z(X)|Z(X) > \tau, H^i(X,\tau)) = \int_{z=\tau}^{\infty} (z - z_0(X))^r p_{Z(X)|H^i(X,\tau)}(z|\tau, h) dz \quad (\text{IV-11})$$

avec :

$$z_0(X) = 0 \text{ si } r = 0 \quad (\text{IV-12a})$$

$$z_0(X) = E[Z(X)|Z(X) > \tau, H^i(X,\tau)] \text{ si } r \geq 1. \quad (\text{IV-12b})$$

- Moment centré "externe" d'ordre  $r$ :

$$M_e^r(Z(X)|0 \leq Z(X) \leq \tau, H^e(X,\tau)) = \int_{z=0}^{\tau} (z - z_0(X))^r p_{Z(X)|H^e(X,\tau)}(z|\tau, h) dz \quad (\text{IV-13})$$

avec :

$$z_0(X) = 0 \text{ si } r = 0 \quad (\text{IV-14a})$$

$$z_0(X) = E[Z(X)|0 \leq Z(X) \leq \tau, H^e(X,\tau)] \text{ si } r \geq 1. \quad (\text{IV-14b})$$

Les moments conditionnels externe d'ordre  $r$ , peuvent également s'exprimer en fonction de la probabilité conditionnelle pour qu'il pleuve,  $p(\tau, h)$ , et de la fdp conditionnelle de l'intensité de pluie sachant qu'il pleut,  $\varphi_{Z(X)|H^e(X, \tau)}(z|\tau, h)$ .

En nous limitant aux deux premiers moments, nous obtenons:

L'espérance conditionnelle "externe":

$$E\left[Z(X) \mid 0 \leq Z(X) \leq \tau, H^e(X, \tau)\right] = p(\tau, h) E\left[Z(X) \mid 0 < Z(X) \leq \tau, H^e(X, \tau)\right] \quad (IV-15)$$

avec :

$$E\left[Z(X) \mid 0 < Z(X) \leq \tau, H^e(X, \tau)\right] = \int_0^\tau z \varphi_{Z(X)|H^e(X, \tau)}(z|\tau, h) dz \quad (IV-16)$$

La variance conditionnelle "externe":

$$\text{VAR}\left[Z(X) \mid 0 \leq Z(X) \leq \tau, H^e(X, \tau)\right] = p(\tau, h)(1-p(\tau, h)) E\left[Z(X) \mid 0 < Z(X) \leq \tau, H^e(X, \tau)\right]^2 + p(\tau, h) \text{VAR}\left[Z(X) \mid 0 < Z(X) \leq \tau, H^e(X, \tau)\right] \quad (IV-17)$$

avec:

$$\text{VAR}\left[Z(X) \mid 0 < Z(X) \leq \tau, H^e(X, \tau)\right] = \int_0^\tau \left(z - E\left[Z(X) \mid 0 < Z(X) \leq \tau, H^e(X, \tau)\right]\right)^2 \varphi_{Z(X)|H^e(X, \tau)}(z|\tau, h) dz \quad (IV-18)$$

Si les fdp conditionnelles dépendent bien respectivement de la DMI et de la DME, mais qu'elles ne sont pas stationnaires sur le domaine  $D$ , il en est de même pour leurs moments. Cela signifie que les valeurs prises par l'intensité de pluie dépendent à la fois de la position fixe du point considéré sur le domaine (ces variations peuvent dépendre de sa latitude, de sa longitude ou encore de son altitude, c'est à dire de sa position eulérienne) et de sa position relativement à la surface seuillée (position lagrangienne).

On peut alors définir les fonctions suivantes:

la fonction de "dérive interne" :

$$g_i^r(X, \tau, h) = M_i^r \left( Z(X) \mid Z(X) > \tau, H^i(X, \tau) \right) \quad (IV-19)$$

qui donne la valeur du moment centré "interne" d'ordre  $r$  de l'intensité de pluie, au point  $X$ , relativement à sa position dans la surface seuillée  $A(t, \tau)$ .

La fonction de "dérive externe" :

$$g_e^r(X, \tau, h) = M_e^r \left( Z(X) \mid 0 \leq Z(X) \leq \tau, H^e(X, \tau) \right) \quad (IV-20)$$

qui donne la valeur du moment centré "externe" d'ordre  $r$  de l'intensité de pluie, au point  $X$ , relativement à sa position hors de la surface seuillée  $A(t, \tau)$ .

Si les fdp conditionnelles dépendent bien respectivement de la DMI et de la DME, et que de plus, elles sont stationnaires sur le domaine considéré, cela signifie que les valeurs prises par l'intensité de pluie ne dépendent que de la position du point considéré relativement à la surface seuillée (position lagrangienne).

Ainsi :

$$P_{Z(X)|H^i(X,\tau)}(z|\tau,h) \text{ identique } \forall X$$

$$P_{Z(X)|H^e(X,\tau)}(z|\tau,h) \text{ identique } \forall X$$

d'où :

$$M_i^f(Z(X)|Z(X) > \tau, H^i(X,\tau)) = g_i^f(\tau,h) \quad \forall X \quad (\text{IV-21})$$

$$M_e^f(Z(X)|0 \leq Z(X) \leq \tau, H^e(X,\tau)) = g_e^f(\tau,h) \quad \forall X \quad (\text{IV-22})$$

En d'autres termes, les fonctions de dérive  $g_i^f(\tau,h)$  et  $g_e^f(\tau,h)$  donnent une représentation probabiliste de la variabilité spatiale du champs de pluie (c'est-à-dire de la F.A.  $Z(X,t)$ ) dans un mode de repérage lié uniquement au système précipitant.

#### IV-1-3) Identification expérimentale des distances minimales "internes" et "externes".

Si chaque réalisation  $z(X,t)$  est connue de façon discrète aux points  $X_i$  d'un réseau de mesure sol, l'estimation des distances minimales est réalisée de la manière suivante :

##### Cas anisotrope:

pour les points de mesure  $X_j$  situés à l'intérieur de  $A(t,\tau)$ , on estime  $h_u^i(X_j,t,\tau)$  par la distance entre  $X_j$  et le plus proche point  $X_k$  situé à l'extérieur de  $A(t,\tau)$  dans une direction comprise entre  $u - \alpha$  et  $u + \alpha$  (figure IV-4).

$$h_u^{i*}(X_j,t,\tau) = \text{Min} \left\{ \|X_j - X_k\| \mid X_j \in A(t,\tau), X_k (k=1,p) \notin A(t,\tau), X_j - X_k = u \pm \alpha \right\} \quad (\text{IV-23a})$$

pour les points de mesure  $X_j$  situés à l'extérieur de  $A(t,\tau)$ , on estime  $h_u^e(X_j,t,\tau)$  par la distance entre  $X_j$  et le plus proche point  $X_k$  situé à l'intérieur de  $A(t,\tau)$  dans une direction comprise entre  $u - \alpha$  et  $u + \alpha$  (figure IV-5).

$$h_u^{e*}(X_j, t, \tau) = \text{Min} \left\{ \|X_j - X_k\| \mid X_j \notin A(t, \tau), X_{k(k=1,p)} \in A(t, \tau), X_j - X_k = u \pm \alpha \right\} \quad (\text{IV-23b})$$

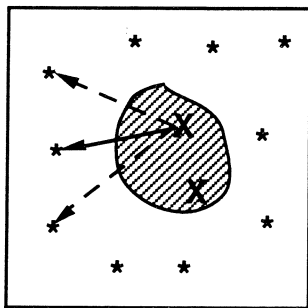
Cas isotrope:

la distance minimale "interne"  $h^i(X_j, t, \tau)$  est estimée par la distance entre  $X_j$  et le point  $X_k$  le plus proche, quelle que soit la direction  $\vec{u}$  (figure IV-6).

$$h^{i*}(X_j, t, \tau) = \text{Min} \left\{ \|X_j - X_k\| \mid X_j \in A(t, \tau), X_{k(k=1,p)} \notin A(t, \tau) \right\} \quad (\text{IV-24a})$$

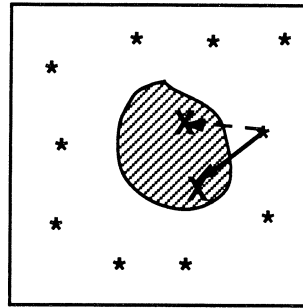
La distance minimale "externe"  $h^e(X_j, t, \tau)$  est estimée par la distance entre  $X_j$  et le point  $X_k$  le plus proche, quelle que soit la direction  $\vec{u}$  (figure IV-7).

$$h^{e*}(X_j, t, \tau) = \text{Min} \left\{ \|X_j - X_k\| \mid X_j \notin A(t, \tau), X_{k(k=1,p)} \in A(t, \tau) \right\} \quad (\text{IV-24b})$$



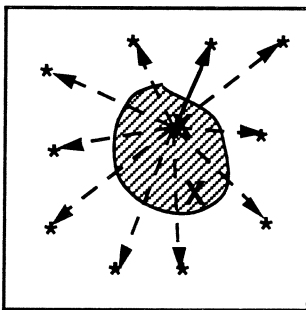
\*  $X_k$  ← - -  $\|X_j - X_k\|$   
 X  $X_j$  ← —  $h_u^{i*}(X_j, t, \tau)$

IV-4: estimation de la distance minimale "interne" anisotrope



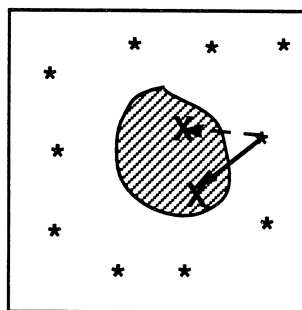
X  $X_k$  ← - -  $\|X_j - X_k\|$   
 \*  $X_j$  ← —  $h_u^{e*}(X_j, t, \tau)$

IV-5: estimation de la distance minimale "externe" anisotrope



\*  $X_k$  ← - -  $\|X_j - X_k\|$   
 X  $X_j$  ← —  $h^i(X_j, t, \tau)$

IV-6: estimation de la distance minimale "interne" isotrope



X  $X_k$  ← - -  $\|X_j - X_k\|$   
 \*  $X_j$  ← —  $h^e(X_j, t, \tau)$

IV-7: estimation de la distance minimale "externe" isotrope

#### **IV-1-4) Erreurs d'estimation.**

Les erreurs d'estimation de la distance minimale ont été étudiées dans le chapitre précédent. Rappelons qu'elles sont liées à la densité du réseau, ainsi qu'à la position des stations sur le domaine. Nous avons montré qu'elles sont en espérance plus importantes sur les bords du réseau en raison d'un voisinage moins bon qu'au centre. Ce raisonnement reste donc valable pour tous les seuils, aussi bien pour les distances minimales "internes" que les distances minimales "externes".

#### **IV-1-5) Conséquence sur l'identification expérimentale des distributions conditionnelles.**

La surestimation de la distance minimale a pour effet d'affecter de manière aléatoire des valeurs d'intensité de pluie à des distances supérieures à celles auxquelles elles se rapportent réellement. Nous avons montré dans le chapitre précédent que cette surestimation peut avoir des conséquences considérables sur l'estimation expérimentale des distributions conditionnelles internes de l'intensité de pluie, ainsi que sur leurs moments. Ce raisonnement est également valable pour les distributions conditionnelles externes. D'une manière générale, si l'intensité de pluie augmente avec la distance minimale (interne ou externe), la surestimation de ces distances conduira à une sous-estimation des moments conditionnels "internes" ou "externes" tels que la moyenne et la variance. C'est l'effet inverse qui se produira si les valeurs d'intensité de pluie ont tendance à diminuer avec la distance minimale.

#### **IV-2) Mise en oeuvre de la méthodologie sur la saison des pluies 1989.**

Nous proposons d'étudier la variabilité climatologique des distances minimales "internes" et "externes" pour les seuils 2, 4, 6 et 8 mm/h. Nous étudierons ensuite la variabilité spatiale de l'intensité de pluie pour ces mêmes seuils, dans le mode de repérage lagrangien.

##### **IV-2-1) Variabilité climatologique des distances minimales.**

Les distances minimales "internes" et "externes" donnent la position d'un point relativement à la surface seuillée  $A(t, \tau)$ , selon que celui-ci se situe à l'intérieur ou bien à l'extérieur de  $A(t, \tau)$ . Nous proposons d'étudier la variabilité climatologique de ces distances en une station du domaine, "Yelouna", précédemment étudiée au seuil  $\tau = 0$  mm/h (cf chapitre III). Si le seuillage modifie la configuration des surfaces seuillées, les distributions climatologiques des distances minimales doivent rendre compte de cet effet.

- distances minimales "internes":

Les fonctions de répartition expérimentales des distances minimales "internes" sont présentées en figure IV-8. Le tableau IV-1 donne la moyenne et l'écart-type de ces distributions.

Au vu des résultats, il est difficile d'analyser l'effet du seuillage sur les distances minimales "internes", et donc sur la morphologie des surfaces seuillées. On remarque que les distributions sont proches en terme de forme et de moyenne mais qu'elles se distinguent en terme de dispersion et donc d'écart-type. Ceci peut s'interpréter par le fait que, le seuil augmentant, les surfaces concernées diminuent mais aussi que l'effet du seuillage élimine un certain nombre de surfaces de faible extension.

- distances minimales seuillées "externes":

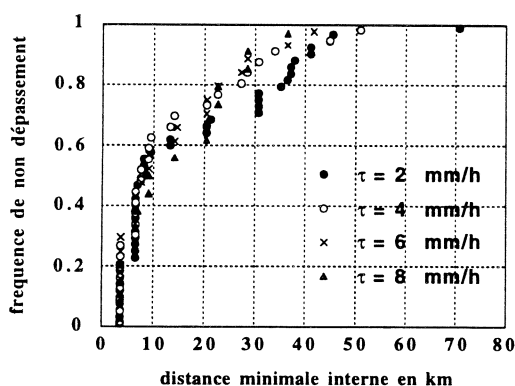
Dans le cas des distances minimales externes, l'interprétation est plus aisée. Quand le seuil augmente, la superficie des surfaces complémentaires augmente,  $(A(t, \tau) = D - A(t, \tau))$ , et les distances minimale externes également. Les fonctions de répartition expérimentales (figure IV-9) se différencient nettement jusqu'au seuil 6 mm/h. La moyenne et l'écart-type augmentent avec le seuil (tableau IV-2).

	$\tau = 2$ mm/h	$\tau = 4$ mm/h	$\tau = 6$ mm/h	$\tau = 8$ mm/h
moyenne (km)	17.3	14.0	13.5	14.6
ECT (km)	16	13.0	11.3	10.3

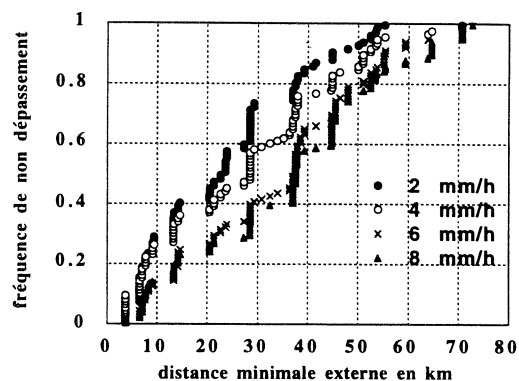
tableau IV-1: Statistiques sur les distances minimales "internes"

	$\tau = 2$ mm/h	$\tau = 4$ mm/h	$\tau = 6$ mm/h	$\tau = 8$ mm/h
moyenne (km)	23.4	27.5	34.0	36.0
ECT (km)	14.8	17.9	18.0	18.9

tableau IV-2: Statistiques sur les distances minimales "externes"



IV-8



IV-9

figure IV-8: fonctions de répartition expérimentales des distances minimales internes

figure IV-9: fonctions de répartition expérimentales des distances minimales externes

#### IV-2-2) Etude de la dérive lagrangienne.

Nous étudions à présent la dérive lagrangienne de l'intensité de pluie, pour les seuils 2 à 8 mm/h, en nous basant sur les informations recueillies sur la zone centrale.

##### Dérive lagrangienne "interne".

Les fonctions de répartition conditionnelles expérimentales interne,  $P_{Z(X)|H^i(X,\tau)}(z|\tau,h)$ , estimées pour les seuils 2 à 8 mm/h, sont présentées dans les figures IV-10 à IV-13. Il est important de noter que la surestimation de la distance minimale n'est due qu'à la densité du réseau puisque dans tous les cas, celle-ci est inférieure à  $h_{\min}(X_i)$  (la distance  $h_{\min}(X_i)$  définit la distance minimale entre un point et le bord du domaine, cf chapitre III).

Le faisceau de courbes observé au seuil 0 mm/h (cf chapitre III) se retrouve au seuil 2 mm/h. Cette structure se dégrade aux seuils supérieurs. Pour le seuil 4 mm/h, les fonctions de répartition présentent une évolution jusqu'à la classe de distances 15-25 km. Au delà, la distance minimale interne n'explique plus vraiment la distribution de l'intensité de pluie. Il en est de même pour les seuils 6 et 8 mm/h pour lesquels on observe une évolution très marquée de ces fonctions de répartition avec la distance minimale interne jusqu'à la classe de distances 15-30 km, puis une stabilisation au delà de cette valeur.

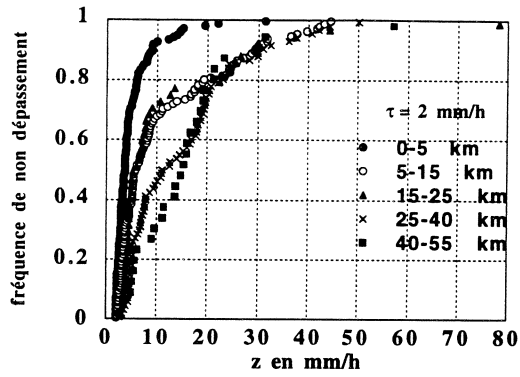
Les moyennes et écart-types conditionnels (figures IV-14 et IV-15) permettent de quantifier la dérive lagrangienne "interne" de l'intensité de pluie:

Pour les seuils 2 et 4 mm/h, la tendance se traduit par une variation importante de la moyenne, du bord vers l'intérieur des surfaces. Pour les seuils 6 et 8 mm/h, ce moment augmente brusquement puis se stabilise au delà de 20 km. Dans tous les cas, l'écart-type augmente puis se stabilise au delà de 20 km.

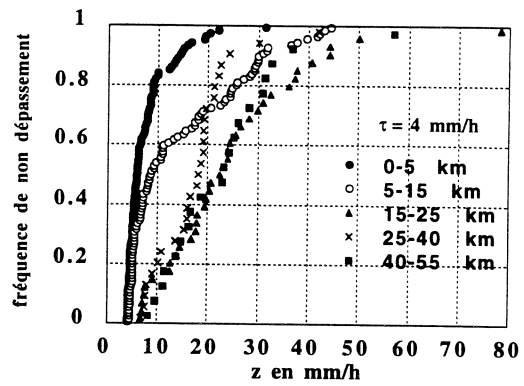
Ces observations conduisent à formuler les remarques suivantes:

i) aux distances inférieures à 15 km, la densité élevée des stations situées à l'intérieur de la cible permet d'identifier une dérive importante de ces moments, du bord vers l'intérieur de ces surfaces seuillées, avec un biais très faible. Au delà de 15 km, l'incertitude qui accompagne l'estimation de la distance minimale (et par conséquent l'estimation des fonctions de dérive) est plus élevée, puisque on utilise les stations du réseau de base dont la densité a évolué au cours de la saison des pluies. Cette surestimation entraîne une sous-estimation des fonctions de dérive.

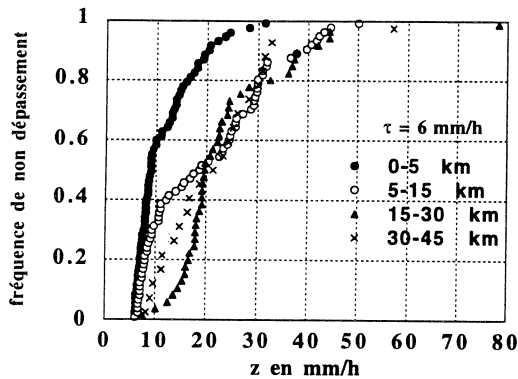
ii) l'information que nous pouvons extraire dépend fortement de l'échantillonnage, limité à une zone restreinte à l'intérieur du degré carré (la cible). La dérive que nous observons dépend bien évidemment du passage de cellules convectives à l'intérieur de cette zone, et bien que les systèmes précipitants balayent tout le degré carré, il devient de plus en plus difficile de réaliser un échantillonnage représentatif de tous les états convectifs et de toutes les situations, à mesure que le seuil et la distance augmentent. Les distributions conditionnelles correspondant aux plus grandes distances ont été estimées avec deux ou trois réalisations seulement, aussi leur représentativité est probablement très limitée.



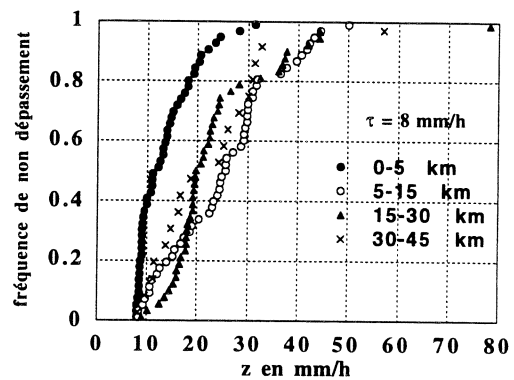
IV-10



IV-11

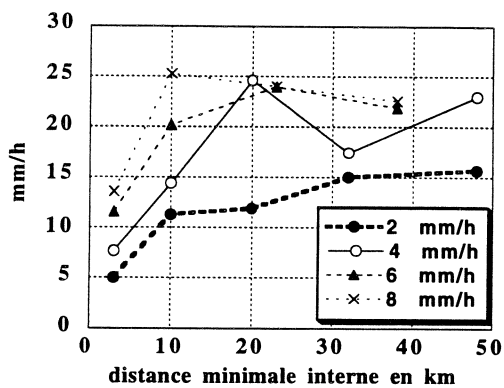


IV-12

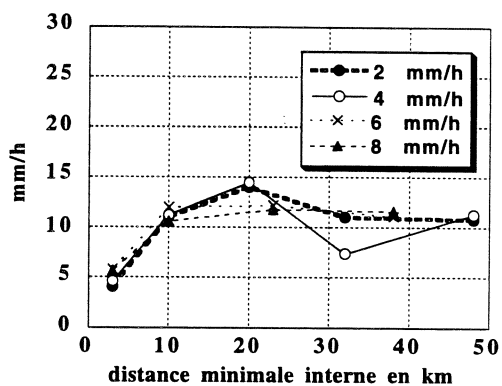


IV-13

figures IV-10 à IV-13: fonctions de répartition conditionnelles lagrangiennes "internes".



IV-14



IV-15

figure IV-14: espérance conditionnelle lagrangienne "interne"

figure IV-15: écart-type conditionnel lagrangien "interne"

### Dérive lagrangienne "externe".

On décrit à présent l'organisation spatiale "externe" de l'intensité de pluie, c'est à dire de la frontière de la surface seuillée  $A(t,\tau)$  vers l'extérieur. Les valeurs mises en jeu sont inférieures ou égales au seuil considéré.

Pour chacun des seuils testés, on vérifie bien que les intensités pluvieuses présentent une distribution mixte (figures IV-16 à IV-19). Les fonctions de répartition conditionnelles expérimentales externes,  $P_{Z(X)|H^e(X,\tau)}(z|\tau,h)$  sont composées d'une partie discrète (qui donne la probabilité pour qu'il ne pleuve pas, sachant la distance minimale externe:  $(1-p(\tau,h))$ ), et d'une partie continue (qui correspond à la fonction de répartition conditionnelle externe de l'intensité de pluie sachant qu'il pleut,  $\Phi_{Z(X)|H^e(X,\tau)}(z|\tau,h)$ ).

On propose donc d'analyser séparément ces deux processus, puis nous étudierons leurs effets conjoints sur la dérive "externe" de l'intensité de pluie.

La figure IV-20 présente l'évolution de la probabilité pour qu'il pleuve en fonction de la distance minimale externe :  $p(\tau,h)$  (c'est-à-dire à mesure qu'on s'éloigne de la surface seuillée). Pour tous les seuils, on observe que celle-ci diminue brusquement de la classe de distances 0-10 km à la classe suivante. Elle diminue ensuite beaucoup plus lentement puis se stabilise quelle que soit la distance considérée. Pour une distance donnée, la probabilité pour qu'il pleuve est d'autant plus forte que le seuil est élevé, à l'exception du seuil 8 mm/h où elle présente des fluctuations au delà de 30 km. Finalement, quand le seuil est strictement supérieur à 2 mm/h, on a entre 40 et 50% de chances pour qu'il pleuve quand on se situe à plus de 20 km du bord de la surface seuillée, quelle que soit cette distance et ce seuil.

Plusieurs remarques peuvent être formulées:

i) il paraît évident qu'au delà d'une certaine distance, on se situera toujours à l'extérieur de la surface pluvieuse. Aussi, la probabilité pour qu'il pleuve sachant cette distance doit tendre vers 0 quand la distance minimale externe dépasse une certaine valeur limite, (elle correspond dans le pire des cas à la demi-dimension de la plus grande surface pluvieuse). La dimension finie du domaine et la position de la zone échantillonnée ( $h_{max}=70$  km) jouent un rôle important. Cette valeur limite, visiblement supérieure à  $h_{max}$ , ne peut pas être évaluée.

ii) la densité du réseau de mesure conduit à une surestimation des distances minimales. On affecte alors des intensités de pluies non nulles à des distances plus élevées que celles auxquelles elles se rapportent réellement, ce qui peut contribuer à augmenter artificiellement la probabilité pour qu'il pleuve aux grandes distances.

iii) plusieurs surfaces pluvieuses peuvent évoluer les unes à côtés des autres. Le point se situe à l'intérieur d'une surface pluvieuse et la distance minimale est affectée à une surface seuillée située à l'intérieur d'une autre surface pluvieuse.

Les fonctions de répartition conditionnelles externes sachant qu'il pleut, présentent une évolution marquée avec la distance minimale externe (figures IV-21 à IV-24). Leurs moments (moyenne et écart-type) décrivent bien une diminution de l'intensité de pluie pour tous les seuils (figures IV-25 et IV-26). La dérive lagrangienne de ces moments est très prononcée jusqu'à la classe de distances 20-30 km, puis elle se stabilise aux distances supérieures.

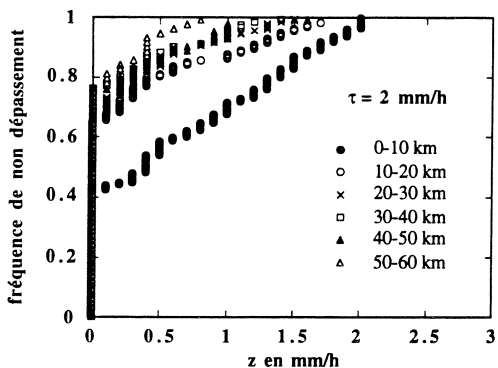
Cette stabilisation peut être dûe :

- i) à un problème de surestimation de la distance minimale.
- ii) plusieurs surfaces pluvieuses peuvent évoluer les unes à côtés des autres. Le point se situe à l'intérieur d'une surface pluvieuse et la distance minimale est affectée à une surface seuillée située à l'intérieur d'une autre surface pluvieuse.

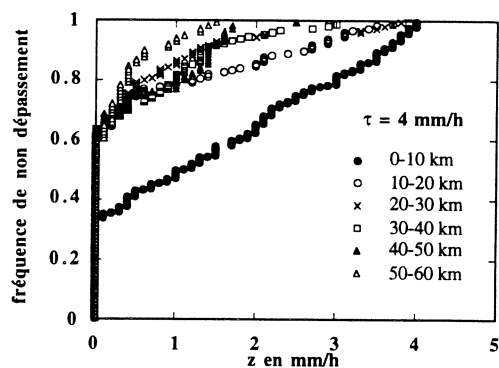
Finalement, la forme de la dérive "externe" des intensités pluvieuses est dûe à la fois à la dérive des valeurs d'intensité strictement positive, qui diminuent en moyenne et en variance avec la distance minimale externe, et à la "dérive" de la probabilité pour qu'il pleuve (figures IV-27 et IV-28 et expressions IV-15 et IV-17). Ces deux effets se combinent, et on observe bien pour les seuils 2 et 4 mm/h que la valeur de ces moments tend vers 0 mm/h à mesure qu'on s'éloigne de la surface seuillée. Pour les seuils 6 et 8 mm/h, cette valeur nulle n'est jamais atteinte dans la gamme des distances que permet d'observer le domaine.

#### Conclusion:

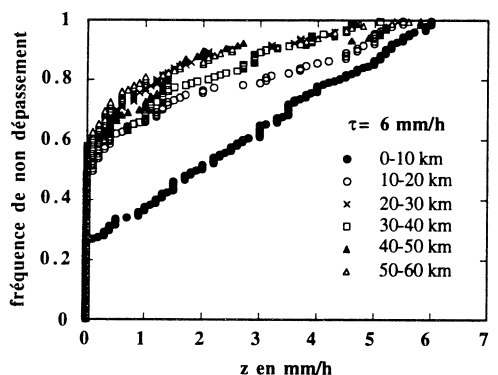
La dérive lagrangienne de l'intensité de pluie se manifeste à tous les seuils étudiés, et particulièrement aux faibles distances. Son identification est d'autant plus sensible aux conditions d'échantillonnage que le seuil et la distance minimale (interne et externe) augmentent (faibles effectifs, échantillonnage discret, surestimation de la distance minimale, dimension du domaine, problème de représentativité de l'échantillonnage).



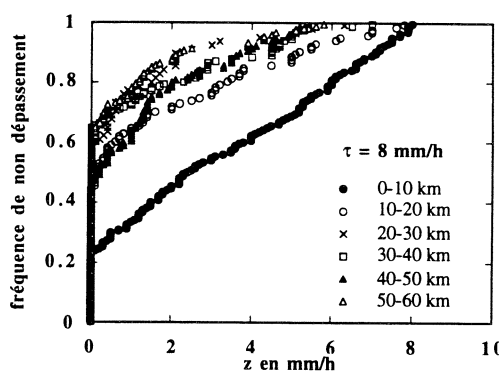
IV-16



IV-17



IV-18



IV-19

figures IV-16 à IV-19: fonctions de répartition conditionnelles lagrangiennes "externes".

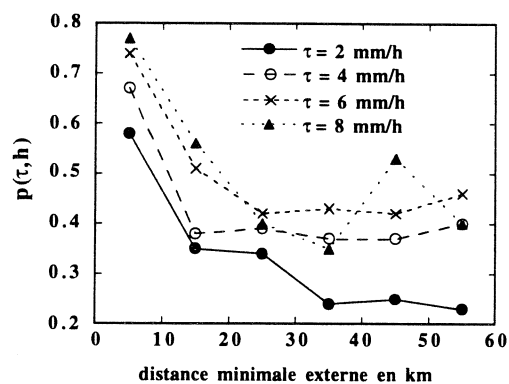
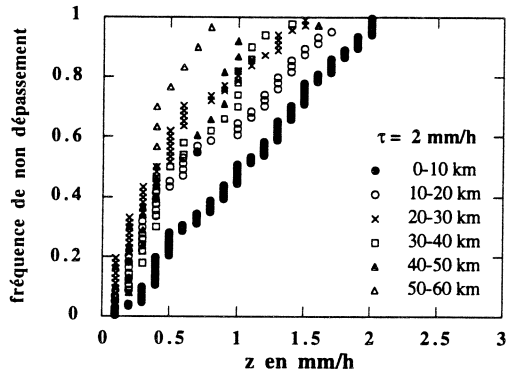
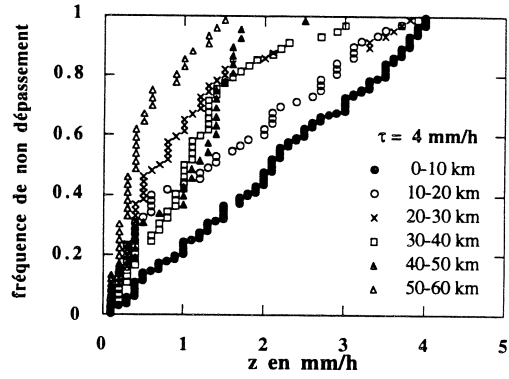


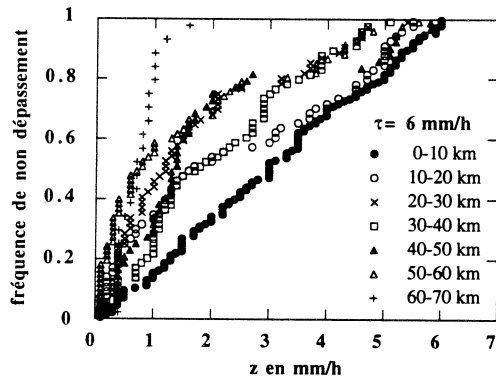
figure IV-20: évolution de la probabilité pour qu'il pleuve



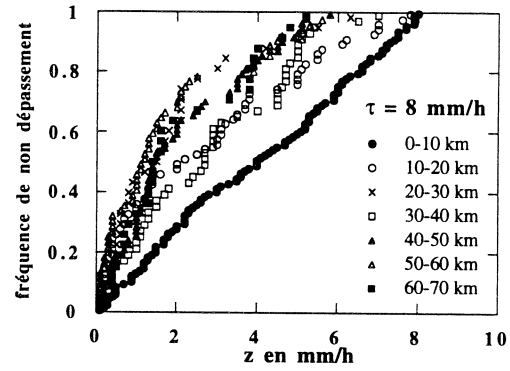
IV-21



IV-22

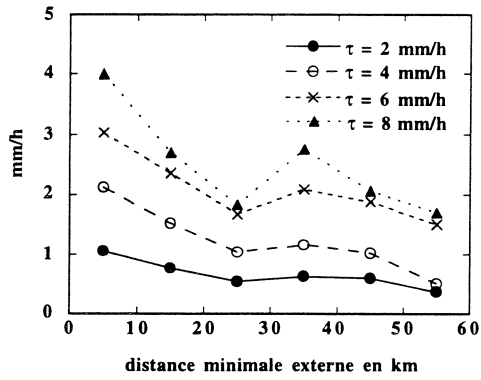


IV-23

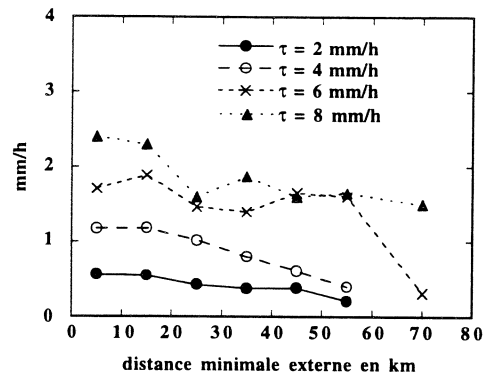


IV-24

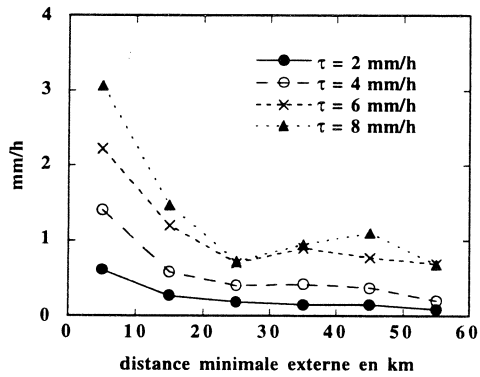
figures IV-21 à IV-24: fonctions de répartition conditionnelles lagrangiennes "externes" sachant qu'il pleut.



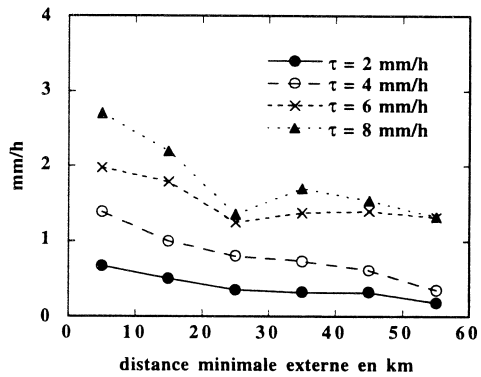
IV-25



IV-26



IV-27



IV-28

figure IV-25: espérance conditionnelle lagrangienne externe sachant qu'il pleut

figure IV-26: écart-type conditionnel lagrangien externe sachant qu'il pleut

figure IV-27: espérance conditionnelle lagrangienne externe

figure IV-28: écart-type conditionnel lagrangien externe

### IV-3) Estimation des lames d'eau moyennes.

Nous proposons à présent de prendre en compte l'existence d'une dérive des intensités pluvieuses pour estimer la lame d'eau moyenne précipitée à l'intérieur du degré carré. Nous considérerons trois domaines dont les superficies varient de  $12000 \text{ km}^2$  à  $400 \text{ km}^2$  (figure IV-29). Cette méthode sera comparée à la méthode des seuils.

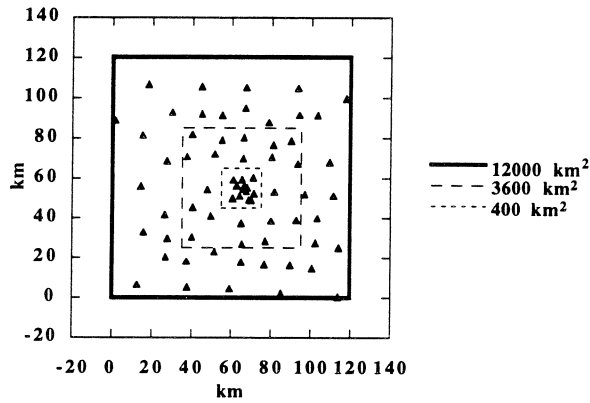


figure IV-29: domaines d'estimation de la lame d'eau moyenne

#### IV-3-1) Méthode de la "dérive lagrangienne".

On suppose qu'un capteur de télédétection est en mesure de localiser une surface pluvieuse au dessus d'un seuil d'intensité  $\tau$ . L'information qu'il fournit est donc la fonction indicatrice seuillée  $i(X,t,\tau)$  de l'intensité de pluie  $z(X,t)$ .

Pour chaque réalisation  $z(X,t)$ , on détermine alors la position respective de chaque point du domaine dans le repère lagrangien.

On propose d'estimer l'intensité de pluie à l'intérieur (respectivement à l'extérieur) de la surface seuillée, à l'aide de la fonction  $g^1_i(\tau,h)$  (respectivement  $g^1_e(\tau,h)$ ) c'est à dire par l'espérance conditionnelle "interne" (respectivement "externe"). (Nous admettrons la stationnarité de ces moments sur le degré-carré).

Ainsi :

$$z^*(X,t) = g^1_i(\tau,h) \text{ si } i(X,t,\tau) = 1 \quad (\text{IV-25})$$

$$z^*(X,t) = g^1_e(\tau,h) \text{ si } i(X,t,\tau) = 0 \quad (\text{IV-26})$$

La lame d'eau moyenne précipitée sur le domaine à l'instant t:

$$m_Z(t) = \frac{1}{D} \int_D z(X,t) dX \quad (\text{IV-27})$$

est estimée par:

$$m_Z^*(t) = \frac{1}{D} \int_D z^*(X,t) dX \quad (\text{IV-28})$$

L'estimateur que nous proposons prend en compte la morphologie des surfaces seuillées. Compte tenu de la forme des fonctions de dérive, à superficie égale, la lame d'eau moyenne estimée par cette méthode sera différente selon la géométrie des surfaces de pluie. Un intérêt de cette technique d'estimation est de pouvoir "intégrer", si elle est disponible, de l'information extérieure au domaine d'estimation quand celui-ci est entièrement recouvert par la zone pluvieuse. L'existence même d'une dérive des intensités conduit à penser que dans ce cas précis, la lame d'eau dépendra fortement de la position de la surface d'observation à l'intérieur du système précipitant. Un autre intérêt est enfin de pouvoir prendre en compte les intensités pluvieuses inférieures au seuil  $\tau$ , grâce à la fonction de "dérive externe". Ces intensités peuvent contribuer de manière non négligeable à la lame d'eau moyenne selon le seuil et la distance considérés.

#### **IV-3-2) Modélisation des fonctions de dérive "interne" et "externe".**

La mise en oeuvre de la "méthode de la dérive lagrangienne" nécessite au préalable de modéliser les fonctions expérimentales identifiées précédemment. L'estimation que nous proposons porte sur trois domaines dont la superficie varie de 12000 km<sup>2</sup> à 400 km<sup>2</sup>. Nous savons que la position des points sur le domaine définit l'intervalle dans lequel la distance minimale (interne et externe) peut être estimée (cf chapitre III). Elle conditionne également la surestimation de cette distance, et le biais sur l'estimation des fonctions de dérive (ce biais se manifeste de manière sensible quand la distance minimale se situe dans l'intervalle [hmini(X);hmax(X)], donc de manière spécifique pour chaque station). Par conséquent, bien que la meilleure estimation soit obtenue sur la zone centrale, il paraît difficile d'utiliser les fonctions estimées sur cette zone, en dehors de l'intervalle dans lequel elles sont définies. Pour les domaines de 12000 km<sup>2</sup> et 3600 km<sup>2</sup>, il faudrait en toute rigueur estimer des fonctions de dérive spécifiques à chaque station, ou du moins pour des groupes de stations présentant un intervalle [hmini;hmax] peu différent. L'intérêt de cette méthode est de pouvoir utiliser une seule fonction pour tout le domaine, au seuil considéré (à condition qu'elle soit stationnaire). Aussi, pour ces deux domaines, nous proposons simplement de définir des fonctions de dérive estimées à l'aide de toutes les stations du domaine.

La modélisation des fonctions expérimentales  $g^1_i(\tau, h)$  et  $g^1_e(\tau, h)$  est réalisée par les modèles sphériques suivants:

Pour les fonctions de dérive "interne" il se note comme suit:

$$g^1_{im}(\tau, h) = c_i(\tau) + (b_i(\tau) - c_i(\tau)) \left\{ \frac{3}{2} \left( \frac{h}{a_i(\tau)} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{h}{a_i(\tau)} \right)^3 \right\} \text{ si } h \leq a_i(\tau) \quad (\text{IV-29a})$$

$$g^1_{im}(\tau, h) = b_i(\tau) \text{ si } h > a_i(\tau) \quad (\text{IV-29b})$$

Pour les fonctions de dérive "externe" il se note:

$$g^1_{em}(\tau, h) = c_e(\tau) - (c_e(\tau) - b_e(\tau)) \left\{ \frac{3}{2} \left( \frac{h}{a_e(\tau)} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{h}{a_e(\tau)} \right)^3 \right\} \text{ si } h \leq a_e(\tau) \quad (\text{IV-30a})$$

$$g^1_{em}(\tau, h) = b_e(\tau) \text{ si } h > a_e(\tau). \quad (\text{IV-30b})$$

l'indice "m" indique la fonction modélisée.

L'ordonnée à l'origine ( $c_i(\tau)$  et  $c_e(\tau)$ ) représente l'intensité moyenne à la frontière de la surface seuillée  $A(t, \tau)$ . Théoriquement, elle doit être égale au seuil  $\tau$  pour les fonctions de "dérive externe" et légèrement supérieure à ce seuil pour les fonctions de "dérive interne".

Les paramètres  $b_i(\tau)$  et  $b_e(\tau)$  représentent la valeur de stabilisation (palier) de la fonction. Elle est atteinte à la distance  $h = a_i(\tau)$  (portée) pour la fonction de "dérive interne" et  $h = a_e(\tau)$  pour la fonction de "dérive externe". La valeur théorique de  $b_e(\tau)$  est 0 mm/h, puisqu'au delà d'une certaine distance, on doit toujours se situer à l'extérieur de la surface pluvieuse. Les tableaux IV-3 et IV-4 donnent les paramètres de la modélisation. Les figures IV-30 à IV-38 présentent les modèles pour chaque seuil.

Quand les fonctions expérimentales présentent un palier bien défini, le modèle théorique est alors borné à cette valeur limite. C'est le cas pour les fonctions de "dérive externe" à tous les seuils, sur les deux domaines.

La fonction de "dérive interne" expérimentale, estimée sur la cible, au seuil 0 mm/h, présente un palier bien défini puis augmente brusquement (figure IV-30). Pour cette fonction en particulier, la modélisation s'effectue en deux parties. Aux distances inférieures à la portée  $a_i(\tau)$ , nous utilisons le modèle sphérique défini par l'expression IV-29a. Au delà de la portée, le modèle est une droite d'équation :  $g^1_{im}(\tau, h) = 0.92.h - 30$  si  $h > a_i(\tau)$

La fonction de "dérive interne" expérimentale, estimée sur l'ensemble des stations du domaine au seuil 0 mm/h, présente une valeur maximale bien définie puis décroît (figure IV-30). Pour cette fonction en particulier, le modèle n'est pas borné au delà de la portée  $a_i(\tau)$ , car l'effectif des classes de distances considérées est représentatif. Enfin, tous les modèles de "dérive interne" entre les seuils 2 à 8 mm/h sont bornés en raison des fluctuations d'échantillonnages.

En prenant comme référence les fonctions de dérive estimées sur la cible, on peut apprécier l'effet de la surestimation de la distance minimale, sur l'allure des fonctions de dérive estimées sur l'ensemble des stations du domaine. Pour les fonctions de "dérive externe", la surestimation de cette distance se traduit comme prévue par une surestimation des fonctions, quel que soit le seuil considéré. Pour les fonctions de "dérive interne", c'est l'effet inverse qui se produit.

- ordonnée à l'origine:

La surestimation de la distance minimale conduit à une sous-estimation de la pente de ces fonctions. Cela entraîne une surestimation de l'ordonnée à l'origine des fonctions de "dérive interne" et une sous-estimation de l'ordonnée à l'origine des fonctions de "dérive externe".

- palier:

L'écart entre les paliers "théoriques" se réduit à mesure que le seuil augmente.

- portée:

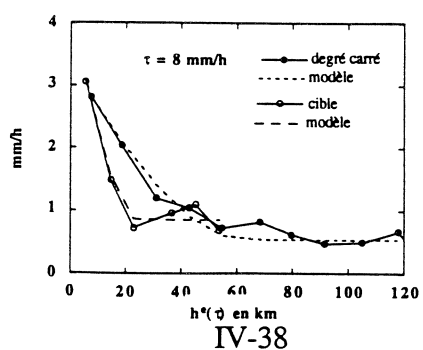
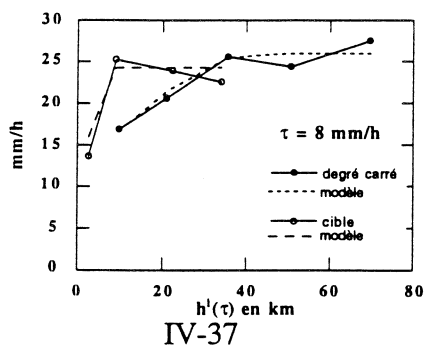
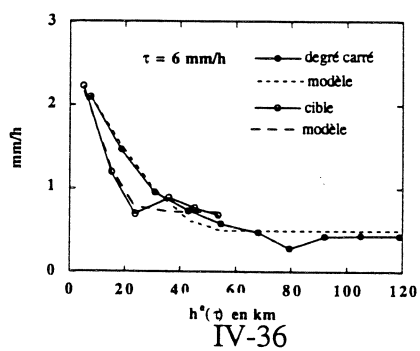
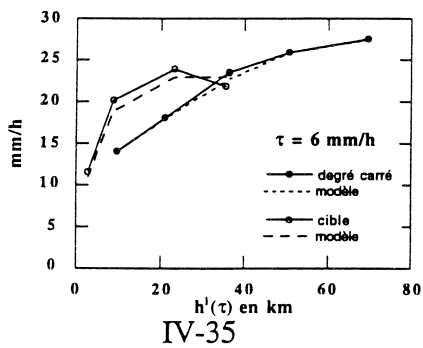
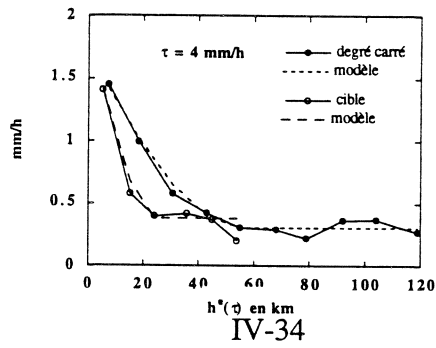
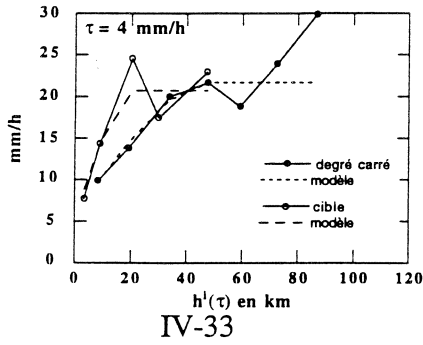
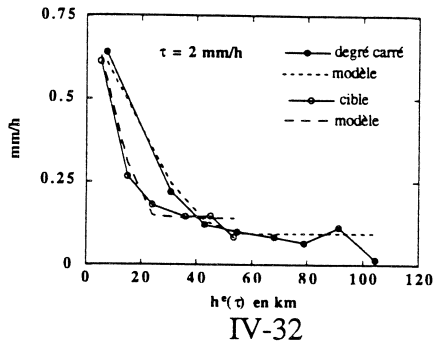
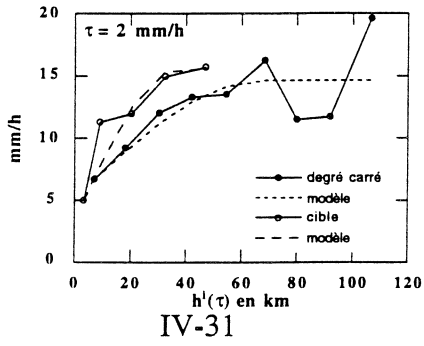
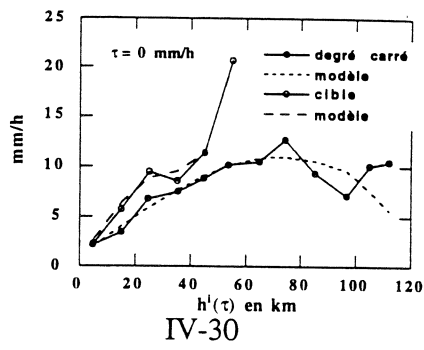
La portée "théorique" des fonctions de dérive interne, diminue avec le seuil, à l'exception du seuil 6 mm/h pour la fonction estimée sur l'ensemble du réseau. Elle est relativement constante en revanche pour les fonctions de "dérive externe". On vérifie également que la surestimation de la distance minimale conduit à une surestimation de la portée des fonctions de dérive interne et externe.

$\tau$ (mm/h)	0	2	4	6	8
$a_i(\tau)$ (km)	72	65.7	49.1	67.9	42.6
$b_i(\tau)$ (mm/h)	11.0	14.6	21.7	27.4	26.0
$c_i(\tau)$ (mm/h)	0.9	5.3	6.0	10.4	11.9
$a_e(\tau)$ (km)	/	54	54.8	54.4	62.6
$b_e(\tau)$ (mm/h)	/	0.095	0.307	0.497	0.541
$c_e(\tau)$ (mm/h)	/	0.741	1.7	2.53	3.3

tableau IV-3: paramètres des modèles de "dérive lagrangienne" utilisés pour les domaines de 12000 km<sup>2</sup> et 3600 km<sup>2</sup>.

$\tau$ (mm/h)	0	2	4	6	8
$a_i(\tau)$ (km)	54.8	36.5	21.3	15.2	8.7
$b_i(\tau)$ (mm/h)	13.6	15.5	20.8	23	24.4
$c_i(\tau)$ (mm/h)	0.75	3.37	5.2	6.5	8.7
$a_e(\tau)$ (km)	/	26.5	24.8	27.8	24.4
$b_e(\tau)$ (mm/h)	/	0.14	0.38	0.725	0.85
$c_e(\tau)$ (mm/h)	/	0.826	1.88	2.7	4.2

tableau IV-4: paramètres des modèles de "dérive lagrangienne" utilisés pour le domaine de 400 km<sup>2</sup>.



figures IV-30 à IV-38: modélisation des fonctions de dérive

### IV-3-3) La méthode des seuils.

La méthode des seuils postule l'existence d'une relation linéaire entre la moyenne spatiale de l'intensité de pluie sur un domaine,  $m_z(t)$ , et la fraction de surface de ce domaine, couverte par une intensité de pluie supérieure à un seuil  $\tau$ ,  $m_i(t, \tau)$ . Dans ce paragraphe, nous proposons de présenter et d'expliquer les hypothèses et les fondements théoriques sur lesquels reposent cette méthode. Nous la mettrons ensuite en oeuvre sur la saison des pluies 1989.

#### IV-3-3-1) hypothèses et fondements théoriques.

On peut considérer que le développement de cette méthode s'est effectué sous l'impulsion des travaux de Doneaud et al (1981, 1984, 1988) qui établissent un lien entre la production de pluie et la dimension du système précipitant au cours de sa durée de vie. Ces auteurs reconnaissent néanmoins que ce type de relation avait déjà été observé par Byers en 1948.

Le volume de pluie total  $V$  produit par un système convectif isolé au cours de sa durée de vie  $T$  peut s'exprimer de la manière suivante:

$$V = \int_T \int_{A(t)} z(X,t) dX dt \quad (\text{IV-31})$$

$A(t)$  représente la surface pluvieuse à l'instant  $t$ , et  $z(X,t)$  l'intensité de pluie en tout point  $X$  de  $A(t)$  ( $z(X,t) > 0$ ). En substituant  $z(X,t)$  par sa valeur moyenne au cours de la période  $T$ , (IV-31) peut être approximée simplement par:

$$V = \int_T \overline{z(t)} A(t) dt \quad (\text{IV-32})$$

où

$$\overline{z(t)} = \frac{1}{A(t)} \int_{A(t)} z(X,t) dX \quad (\text{IV-33})$$

si  $\overline{z(t)}$  est constant:

$$V = \overline{z} \int_T A(t) dt \quad (\text{IV-34})$$

$\overline{z}$  représente la valeur moyenne de l'intensité de pluie générée par le système précipitant au cours de sa durée de vie.

Dans la pratique, (IV-34) est approximée par la somme discrète suivante:

$$V = \bar{z} \sum_{i=1}^n A_i \Delta t \quad (\text{IV-35})$$

où  $n$  représente le nombre d'observations effectuées au cours de la période  $T$ , et  $\Delta t = \frac{T}{n}$ .

L'intégrale spatio-temporelle a été appelée initialement IAC (Integrated Area Coverage) par Doneaud et al (1981) puis ATI (Area Time Integral) par Doneaud et al (1984).

$$V = \bar{z} [\text{ATI}] \quad (\text{IV-36})$$

Le volume de pluie produit par un système précipitant est donc relié linéairement à la surface qu'il occupe au cours de sa durée de vie. Ces auteurs ont mis en évidence empiriquement l'existence d'une forte corrélation entre ce volume et l'ATI dans le Nord du Dakota. En d'autres termes, cette forte corrélation implique:

$$\frac{V}{[\text{ATI}]} = \bar{z} \approx \text{constante.}$$

Il est donc possible d'estimer le volume de pluie produit par un système précipitant convectif en mesurant simplement la surface qu'il occupe pendant sa durée de vie, à condition de connaître le coefficient de proportionnalité, qui peut être obtenu par une régression linéaire.

Cette méthode présente néanmoins un inconvénient, dans la mesure où il est nécessaire de considérer la durée de vie totale du système précipitant pour en déduire le volume de pluie qu'il produit. Doneaud et al (1988) établissent une relation similaire qui met en correspondance le volume total et la durée correspondant à la phase de croissance du système précipitant. Cette manière de procéder permet alors d'envisager l'utilisation de la méthode en prévision à court terme.

Selon ces auteurs, l'existence de cette forte corrélation autorise à penser que pour un régime climatique donné, la distribution des intensités pluvieuses générées par chaque système précipitant est identique, d'une situation convective à l'autre. Leurs résultats ont été obtenus à partir d'un radar météorologique, qui, en pratique, ne permet de mesurer que des intensités pluvieuses supérieures à un seuil de sensibilité  $\tau$ . Par conséquent, le radar ne détecte que la surface seuillée  $A(t, \tau)$ . Atlas et al (1990) se proposent de comprendre et d'expliquer dans quelle mesure la méthode ATI permet d'obtenir de tels résultats. Ils considèrent le problème en terme de volume instantané ( $L^3 T^{-1}$ ).

A chaque instant  $t$ , le volume de pluie moyen "instantané" qui précipite à l'intérieur de l'aire  $A(t, \tau)$  mesurée par radar, peut être estimé par:

$$V(t, \tau) = \overline{Z(X, t, \tau)} A(t, \tau) \quad (\text{IV-37})$$

où  $\overline{Z(X, t, \tau)}$  représente l'intensité de pluie moyenne générée par le système précipitant à l'instant  $t$  à l'intérieur de  $A(t, \tau)$ .

$V(t, \tau)$  ne représente que la fraction  $\Phi$ :

$$\Phi = \frac{V(t, \tau)}{V(t)} = \frac{\overline{Z(X, t, \tau)} A(t, \tau)}{\overline{Z(X, t)} A(t)} \quad (\text{IV-38})$$

du volume total "instantané" qui précipite à l'intérieur de  $A(t)$ .

Ainsi:

$$V(t) = \frac{\overline{Z(X, t, \tau)}}{\Phi} A(t, \tau) \quad (\text{IV-39})$$

En posant :

$$S(t, \tau) = \frac{\overline{Z(X, t, \tau)}}{\Phi} \quad (\text{IV-40})$$

il vient:

$$V(t) = S(t, \tau) A(t, \tau) \quad (\text{IV-41})$$

Le rapport  $\frac{A(t, \tau)}{A(t)}$  représente le pourcentage de la surface pluvieuse  $A(t)$  qui reçoit une intensité de pluie supérieure au seuil  $\tau$ .

A chaque instant  $t$ , on associe à la réalisation  $z(X, t)$  la fdp "spatiale" ou "instantanée"  $P_Z(z, t)$ , qui définit la distribution des intensités à l'intérieur de la surface pluvieuse  $A(t)$ .

En termes de probabilités, il vient:

$$\frac{A(t, \tau)}{A(t)} = \int_{z=\tau}^{\infty} P_Z(z, t) dz \quad (\text{IV-42})$$

D'après (IV-38) et (IV-42) on peut écrire:

$$\Phi = \frac{\int_{z=\tau}^{\infty} zp_Z(z, t) dz}{\int_{z=\tau}^{\infty} p_Z(z, t) dz} \frac{\int_{z=0}^{\infty} p_Z(z, t) dz}{\int_{z=0}^{\infty} zp_Z(z, t) dz} \quad (\text{IV-43})$$

c'est-à-dire:

$$\Phi = \frac{\int_{z=\tau}^{\infty} zp_Z(z, t) dz}{\int_{z=0}^{\infty} zp_Z(z, t) dz} \quad (\text{IV-44})$$

on montre alors que:

$$S(t, \tau) = \frac{\int_{z=0}^{\infty} zp_Z(z, t) dz}{\int_{z=\tau}^{\infty} p_Z(z, t) dz} = \frac{\overline{Z(X, t)}}{\Pr(Z > \tau)} \quad (\text{IV-45})$$

Considérons à présent un domaine borné D de superficie  $A_0$ . L'intensité de pluie moyenne qui précipite à l'instant t à l'intérieur de D se déduit de (IV-41) par:

$$m_Z(t) = \frac{V(t)}{A_0} = S(t, \tau) \frac{A(t, \tau)}{A_0} \quad (\text{IV-46})$$

c'est à dire:

$$m_Z(t) = S(t, \tau) F(t, \tau) \quad (\text{IV-47})$$

$F(t, \tau)$  représente la fraction du domaine D touchée par une intensité de pluie supérieure au seuil  $\tau$ .

L'expression (IV-47) indique qu'il y a proportionnalité entre l'intensité de pluie moyenne précipitée à l'intérieur du domaine D, et la fraction de ce domaine touchée par une intensité de pluie supérieure au seuil  $\tau$ . Le paramètre  $S(t, \tau)$  étant gouverné par la fdp "spatiale"  $p_Z(z, t)$  du champ de pluie instantané  $Z(X, t)$ , si celle-ci est stationnaire et ergodique,  $S(t, \tau)$  ne dépend que du seuil  $\tau$ , et peut être établi à partir d'un point de mesure X pour lequel on dispose d'une longue série d'observations:

$$S(\tau) = \frac{\int_{z=0}^{\infty} z p_{Z(X)}(z) dz}{\int_{z=\tau}^{\infty} p_{Z(X)}(z) dz} = \frac{E[Z(X)]}{\Pr(Z(X) > \tau)} \quad \forall X \text{ et } t \quad (\text{IV-48})$$

On aboutit alors à l'expression finale de la "méthode des seuils":

$$m_Z(t) = S(\tau)F(t, \tau) \quad (\text{IV-49})$$

L'intensité de pluie moyenne définie par (IV-49) "intègre" des valeurs nulles et non nulles d'intensités pluvieuses car le domaine considéré est censé contenir entièrement la surface pluvieuse totale  $A(t)$ . En revanche, la fdp qui permet de définir  $S(\tau)$  concerne uniquement les valeurs d'intensités strictement positives, contenues dans  $A(t)$ . Kedem et al (1990a, 1990b, 1991) le démontrent en proposant une approche qui explique de manière rigoureuse la relation linéaire définie en (IV-49). Elle est basée sur le concept de distribution mixte, auquel nous avons fait référence à plusieurs reprises au cours de ce travail .

D'une manière générale, un processus intermittent  $Z(X)$  présente une distribution de la forme suivante:

$$G_{Z(X)}(z) = (1 - p)H(z) + p\phi_{Z(X)}(z) \quad (\text{IV-50})$$

$p$  définit la probabilité pour qu'il pleuve,  $(1-p)$  la probabilité pour qu'il ne pleuve pas (cf chapitre II).

$H(z)$  est une fonction créneau telle que:

$$H(z) = 0 \text{ si } z < 0$$

$$H(z) = 1 \text{ si } z \geq 0$$

Si on observe un champs de pluie intermittent  $Z(X, t)$  à l'instant  $t$ , sur un domaine D, la fonction de répartition spatiale de ce processus peut toujours se mettre sous la forme suivante:

$$G_Z(z, t) = (1 - p_t)H(z, t) + p_t\phi_Z(z, t) \quad (\text{IV-51})$$

$p_t$  représente la probabilité pour qu'il pleuve sur le domaine à l'instant  $t$ .

En terme de fdp, (IV-51) s'exprime par:

$$g_Z(z, t) = 0 \quad \text{si } Z(X, t) < 0 \quad (\text{IV-52a})$$

$$g_Z(z, t) = 1 - p_t \quad \text{si } Z(X, t) = 0 \quad (\text{IV-52b})$$

$$g_Z(z, t) = p_t\phi_Z(z, t) \quad \text{si } Z(X, t) > 0 \quad (\text{IV-52c})$$

A partir des équations (IV-52), nous obtenons les deux équations suivantes:

$$E[Z(X, t)] = p_t E[Z(X, t) | Z(X, t) > 0] \quad (\text{IV-53})$$

et

$$\Pr(Z(X, t) > \tau) = p_t \Pr(Z(X, t) > \tau | Z(X, t) > 0) \quad (\text{IV-54})$$

Le coefficient  $S(t, \tau)$  ne dépend que de la fdp de la partie continue du processus  $Z(X, t)$ :

$$S(t, \tau) = \frac{E[Z(X, t) | Z(X, t) > 0]}{\Pr(Z(X, t) > \tau | Z(X, t) > 0)} \quad (\text{IV-55})$$

l'hypothèse de stationnarité et d'ergodicité  $\phi_Z(z, t) = \phi_{Z(X)}(z)$  permet d'écrire:

$$S(t, \tau) = S(\tau) = \frac{E[Z(X) | Z(X) > 0]}{\Pr(Z(X) > \tau | Z(X) > 0)} \quad \forall t \text{ et } \forall X \quad (\text{IV-56})$$

d'après (IV-53) et (IV-54) nous obtenons :

$$E[Z(X, t)] = S(\tau) \Pr(Z(X, t) > \tau) \quad (\text{IV-57})$$

On définit à présent la fonction indicatrice de  $Z(X, t)$  au seuil  $\tau$ :

$$I(X, t, \tau) = \begin{cases} 1, & \text{si } Z(X, t) > \tau \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{IV-58})$$

$m_I(t, \tau)$  estime la fraction de surface pluvieuse du domaine  $D$  supérieure au seuil  $\tau$ , à l'instant  $t$ .

Si l'échantillonnage de  $Z(X, t)$  se fait à une résolution infinitésimale,  $m_I(t, \tau) \approx \Pr(Z(X, t) > \tau)$  et  $m_Z(t) \approx E[Z(X, t)]$  d'où l'expression de la méthode des seuils:

$$m_Z(t) \approx S(\tau)m_I(t, \tau) \quad (\text{IV-59})$$

Selon Kedem et al (1990a), l'équation (IV-57) est toujours vérifiée et peut être considérée comme un théorème, alors que l'équation (IV-59) est une manifestation de la loi des grands nombres. Aussi, (IV-57) converge vers (IV-59) quand la taille de l'échantillon tend vers l'infini. La linéarité de la relation (IV-59) est assurée si  $S(\tau)$  est une constante indépendante de  $t$ .

A partir de l'expression (IV-41), on retrouve l'expression de la méthode ATI proposée par Doneaud et al (1984):

$$V = [V(t)T] = S(\tau)[\overline{A(t, \tau)T}] \quad (\text{IV-60})$$

où  $\overline{A(t, \tau)}$  représente la surface seuillée moyenne occupée par le système précipitant au cours de sa durée de vie (à ne pas confondre avec la surface seuillée complémentaire définie précédemment).

Selon cette méthode, il est donc possible d'estimer soit l'intensité de pluie moyenne précipitée à l'instant  $t$  sur un domaine, en mesurant simplement la fraction de ce domaine touchée par une intensité de pluie supérieure à un seuil  $\tau$  (expression IV-59), soit le volume de pluie produit par un système précipitant au cours de sa durée de vie (ou d'une période quelconque), en mesurant la surface seuillée  $A(t, \tau)$  au cours de cette période (expression IV-60). Dans les deux cas, il est nécessaire d'estimer au préalable le coefficient de proportionnalité  $S(\tau)$ , qui va dépendre selon Atlas (1990) de l'existence d'une fdp bien définie dans des conditions climatiques données.

L'applicabilité de la méthode des seuils et de la méthode ATI repose donc sur la vérification de l'hypothèse d'ergodicité de la fdp "instantanée" sachant qu'il pleut,  $\phi_Z(z, t)$ . On conçoit donc que si la superficie de ce domaine d'observation est beaucoup plus petite que celle du système précipitant, la distribution de l'échantillon pourra être complètement différente de la distribution de la population, même si le mode de prélèvement est effectué à une résolution infinitésimale à l'intérieur de ce domaine. En pratique, il faut que le domaine soit suffisamment grand pour contenir un nombre suffisant de cellules convectives à différents stades de maturité pour que chaque échantillon soit représentatif de la distribution climatologique de l'intensité de pluie du régime climatique en question.

A la suite des travaux d'Atlas et al (1990), un certain nombre de chercheurs se sont penchés sur la méthode des seuils, notamment parce qu'elle paraît potentiellement bien adaptée à l'estimation spatiale des lames d'eau moyennes à partir d'instruments satellitaires, en mesure de détecter les surfaces pluvieuses au dessus d'un seuil donné. Les performances de cette méthodes seront donc liées à la capacité de ces instruments à classer l'intensité de pluie au dessus ou en dessous d'un seuil fixé. Cette information paraît moins délicate à obtenir qu'une conversion exacte de la mesure qu'ils effectuent en intensité pluvieuse. Parmi ces chercheurs, on pourra citer en particulier:

- les travaux de Rosenfeld et al (1990), basés sur l'exploitation de données radar, qui vérifient le bien fondé de la méthode des seuils, et qui proposent la méthode "HART", simple variante de la méthode des seuils, prenant en compte une information supplémentaire (l'altitude du sommet des nuages), permettant d'améliorer les performances de la méthode.

- les travaux de Lopez et al (1989) basés sur la comparaison de l'utilisation de données radar et de données pluviographiques.

-les travaux de Short et al (1993a) et de Braud et al (1993a), basés uniquement sur l'exploitation de données pluviographiques.

- les travaux de Krajewski et al (1992), qui suivent une approche basée sur la simulation de Monte Carlo à l'aide du modèle multi-dimensionnel de Bell et al (1987, 1990). Ces auteurs se proposent en fait de comparer les performances de la méthode des seuils aux performances d'une estimation radar conventionnelle entachée d'une erreur de mesure. Cette approche leur permet de maîtriser tous les paramètres, et notamment la lame d'eau de référence qui est parfaitement connue. Leur étude montre en particulier que la méthode des seuils donne les meilleurs résultats quand l'erreur commise sur les paramètres de la relation de Marshall-Palmer est importante.

Signalons enfin les travaux de Atlas et Bell (1992) qui démontrent que les méthodes satellitaires d'estimation des pluies telles que la méthode GPI de Arkin (1979) et la méthode de Stout et al (1979) ne sont finalement rien d'autre que des méthodes ATI appliquées aux surfaces nuageuses.

Dans tous les cas cités ci-dessus, il est apparu expérimentalement que la méthode des seuils présente un seuil optimum, qui semble se situer en général aux environs de  $E[Z(X,t)|Z(X,t) > 0]$ .

Le succès de la méthode est lié à la stabilité du coefficient  $S(\tau)$ , qui dépend "par construction" de celle de la fdp de l'intensité de pluie.

Atlas et al (1990) ont étudié la stabilité de ce coefficient en réponse à un changement des paramètres de la fdp (moyenne et variance). Ils ont pour cela considéré une distribution Log-Normale. En considérant un seuil de 4 mm/h, ils observent effectivement, que  $S(\tau)$  est stable dans une gamme de variation importante de la moyenne et la variance de cette distribution.

Une étude similaire menée par Kedem et al (1990b), montre que ce paramètre présente un haut degré de stabilité dans une plage de variation importante des paramètres de la fdp (ils considèrent une distribution Log-Normale, Inverse Gaussienne et Gamma Incomplète). Cette stabilité est néanmoins mise en défaut pour de très faibles valeurs de la moyenne et/ou de la variance. Il semble donc judicieux de choisir un seuil pour lequel  $S(\tau)$  présente la plus grande stabilité au regard d'un changement radical des paramètres de la fdp  $\phi_{Z(X)}(z)$ , ou pire d'un changement de la loi de distribution. Cette condition est évidemment beaucoup moins stricte que l'hypothèse d'ergodicité.

#### IV-3-3-2) Mise en oeuvre de la méthode des seuils sur la saison des pluies 1989.

Nous disposons de deux procédures pour estimer le coefficient  $S(\tau)$ :

- la première consiste tout simplement à effectuer une régression de la lame d'eau moyenne sur la fraction de surface pluvieuse seuillée, pour chaque seuils et chaque domaine.
- la deuxième consiste à calculer  $S(\tau)$  d'après la fdp climatologique de l'intensité de pluie sachant qu'il pleut  $\varphi_Z(z)$  (voir chapitre II, § II-4-2).

Les tableaux IV-5 à IV-7 donnent les valeurs des paramètres  $S(\tau)$  et  $\beta(\tau)$  calculées par régression, ainsi que les coefficients de détermination ( $R^2(\tau)$ ), pour les trois domaines considérés. Les fractions de surfaces pluvieuses et les lames d'eau moyennes ont été estimées par moyenne arithmétique. Nous avons procédé à la suppression de certaines stations de la cible pour les domaines de 12000 km<sup>2</sup> et 3600 km<sup>2</sup>, afin d'obtenir un réseau le plus homogène possible. Chaque champ de pluie doit contenir au moins une valeur non nulle à l'intérieur du domaine considéré. En tenant compte des stations supprimées, le nombre de champs de pluie considérés est de :

206 pour le domaine de 12000 km<sup>2</sup>

169 pour le domaine de 3600 km<sup>2</sup>

147 pour le domaine de 400 km<sup>2</sup>

Le tableau IV-8 donne les valeurs de  $S(\tau)$  calculées d'après la fdp climatologique (relation IV-56). Les régressions sont présentées en figures IV-39 à IV-47 pour les seuils 0, 4 et 8 mm/h.

En terme de corrélation, on observe que la qualité de l'adéquation entre  $m_Z(t)$  et  $m_i(t, \tau)$  s'améliore avec le seuil. Ces résultats sont donc cohérents avec ceux des auteurs cités précédemment. Les tableaux IV-5 à IV-7 et la figure IV-48 montrent que le coefficient de détermination  $R^2(\tau)$  augmente progressivement avec le seuil  $\tau$ . Les nuages de points se ressèrent le long de la droite de régression. La qualité de l'adéquation se dégrade néanmoins quand la taille du domaine diminue.

Nous n'avons pas exploré suffisamment de seuils pour vérifier l'existence d'un optimum. Une étude théorique menée par Kedem et Pavlopoulos (1991) montre que celui-ci est obtenu quand la variance des coefficients "instantanés"  $S(t, \tau)$  est minimum (ce qui revient à maximiser la corrélation). Pour une distribution Log-Normale, cet optimum se situe aux environs de  $E[Z(X, t) | Z(X, t) > 0]$ . Néanmoins, la même étude réalisée par Short et al (1993b) montre que pour une distribution Gamma-Incomplète de paramètres ( $\mu=4$  mm/h et  $\sigma^2=65$  (mm/h)<sup>2</sup>), l'optimum se situe à  $\tau=7.8$  mm/h, soit un seuil nettement supérieur à l'espérance climatologique. Enfin, Braud et al (1993a) ont montré théoriquement et vérifié expérimentalement que ce seuil optimum est lié à une diminution de la variabilité de  $\overline{Z(X, t, \tau)}$  avec le seuil. Cela revient à dire que finalement, quand le seuil augmente, la variabilité de l'intensité de pluie moyenne qui précipite à l'intérieur de ces surfaces est minimum au seuil optimum. Ce raisonnement est donc tout à fait en accord avec un minimum de dispersion de  $S(t, \tau)$  au seuil optimum. Nos données le vérifient également (voir l'annexe F).

$\tau$ (mm/h)	0	2	4	6	8
$S(\tau)$	7.61	11.31	16.63	21.05	23.4
$\beta(\tau)$	-0.71	-0.078	0.005	0.164	0.41
$R^2(\tau)$	0.392	0.656	0.819	0.882	0.9

tableau IV-5 : coefficients de la méthode des seuils (regression, degré carré =12000 km<sup>2</sup>)

$\tau$ (mm/h)	0	2	4	6	8
$S(\tau)$	9.04	12.41	16.73	20.21	22.35
$\beta(\tau)$	-1.53	-0.32	0.042	0.335	0.605
$R^2(\tau)$	0.347	0.602	0.767	0.861	0.895

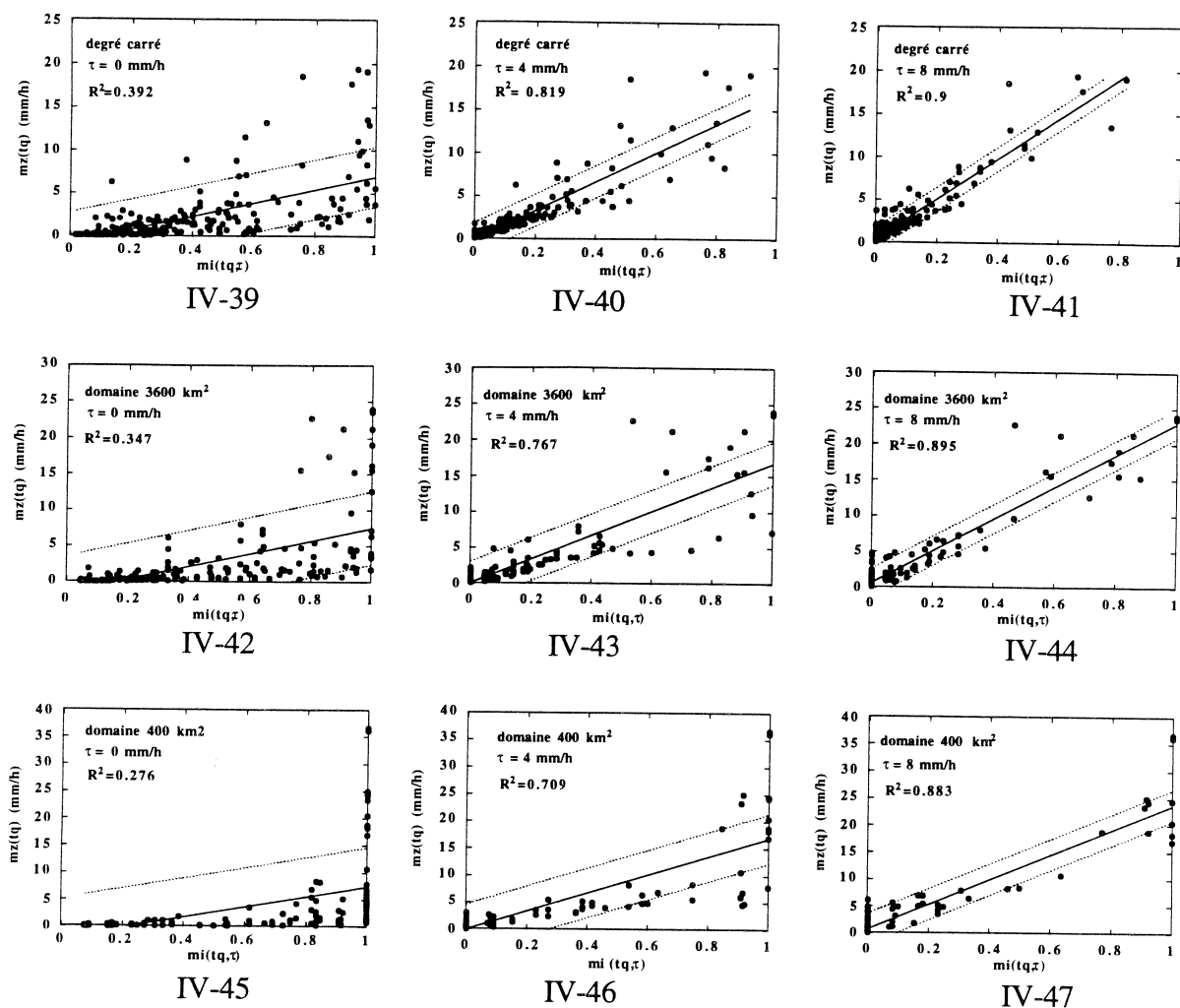
tableau IV-6 : coefficients de la méthode des seuils (regression, domaine 3600 km<sup>2</sup>)

$\tau$ (mm/h)	0	2	4	6	8
$S(\tau)$	9.47	12.71	16.8	20.53	23.0
$\beta(\tau)$	-2.0	-0.387	0.0265	0.434	0.731
$R^2(\tau)$	0.276	0.533	0.709	0.826	0.883

tableau IV-7 : coefficients de la méthode des seuils (regression, domaine 400km<sup>2</sup>)

$\tau$ (mm/h)	0	2	4	6	8
$S(\tau)$	5.65	11.3	15.3	19.8	25.1

tableau IV-8: coefficient  $S(\tau)$  (PEARSON III,  $\mu=5.65$  mm/h,  $\sigma^2=81$  (mm/h)<sup>2</sup>)



Régressions  $m_z(tq) = S(\tau)m_i(tq, \tau) + \beta(\tau)$ .

figures IV-39 à IV-41: domaine de 12000 km<sup>2</sup>.

figures IV-42 à IV-44: domaine de 3600 km<sup>2</sup>.

figures IV-45 à IV-47: domaine de 400 km<sup>2</sup>.

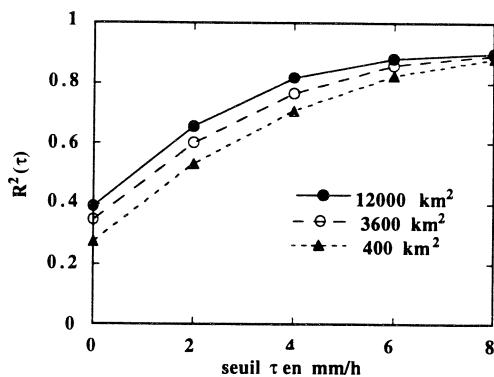


figure IV-48: évolution du coefficient de détermination

L'analyse détaillée des nuages de points révèle :

i) des alignements de points le long de l'axe des ordonnées lorsque  $m_i(t, \tau) = 1$ . Ils apparaissent au seuil 0 mm/h sur les domaines de 12000 km<sup>2</sup> et 3600 km<sup>2</sup>, ainsi qu'à tous les seuils, sur le domaine de 400 km<sup>2</sup>. Ils indiquent que les surfaces pluvieuses sont plus grandes que le domaine d'estimation, et la dispersion des lames d'eau est très grande. Elle dépend très probablement de la position du domaine à l'intérieur de ces surfaces pluvieuses.

ii) des alignements de points le long de l'axe des ordonnées, lorsque  $m_i(t, \tau) = 0$ . Ils indiquent qu'aucune zone de pluie n'a été détectée au dessus du seuil, alors que la quantité précipitée (inférieure au seuil) n'est pas négligeable.

Ils sont de plus en plus présents à mesure que le seuil augmente et la taille du domaine diminue. Le risque de non détection augmente avec le seuil et dépend fortement de la taille du domaine et de la densité du réseau de mesure.

#### Etude des coefficients de régression:

##### étude de la pente $S(\tau)$ :

La figure IV-49 permet de vérifier la cohérence des deux procédures d'estimation du paramètre  $S(\tau)$ . Dans la gamme des seuils testés, celui-ci augmente avec le seuil. L'estimation de ce paramètre est peu affectée par la dimension du domaine, hormis au seuil 0 mm/h où sa valeur est sensiblement plus élevée sur les domaines de 3600 km<sup>2</sup> et 400 km<sup>2</sup>.

L'écart relatif :

$$\varepsilon_r = \frac{S_{rDC}(\tau) - S_{rA0}(\tau)}{S_{rDC}(\tau)} \quad (IV-61)$$

est de l'ordre de -20% au seuil 0 mm/h, -10% au seuil 2 mm/h et varie entre -1% et 5% entre les seuils 4 et 8 mm/h (tableau IV-9).

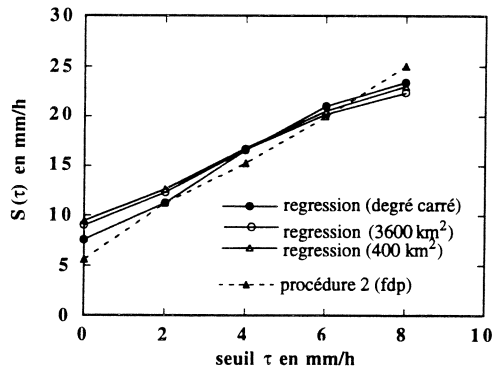
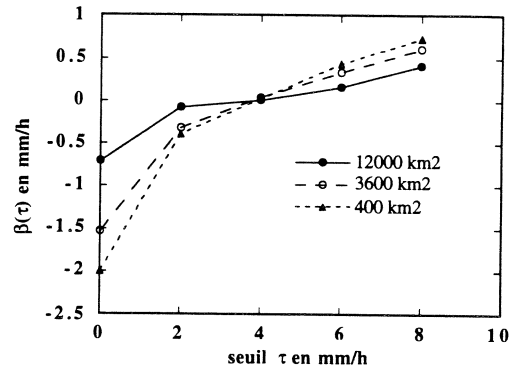
( $S_{rDC}(\tau)$  représente le coefficient  $S(\tau)$  obtenu par regression sur le degré carré et  $S_{rA0}(\tau)$  celui obtenu par regression sur les domaines de 3600 km<sup>2</sup> ou 400 km<sup>2</sup>)

L'écart relatif entre le coefficient  $S(\tau)$  calculé d'après la fdp "climatologique" et ceux obtenus par regression:

$$\varepsilon_{fdp} = \frac{S_c(\tau) - S_r(\tau)}{S_c(\tau)} \quad (IV-62)$$

varie entre -10% et +10%, à l'exception du seuil 0 mm/h, où il varie de -30% à 70% (tableau IV-10).

( $S_c(\tau)$  représente le coefficient  $S(\tau)$  estimé d'après le fdp climatologique et  $S_r(\tau)$  le coefficient  $S(\tau)$  obtenu d'après regression, sur le domaine concerné).

figure IV-49: évolution de  $S(\tau)$ figure IV-50: évolution de  $\beta(\tau)$ 

$\tau$ (mm/h)	0	2	4	6	8
$\varepsilon_r$ (3600 km <sup>2</sup> )	-18.8%	-9.7%	-0.6%	4%	4.5%
$\varepsilon_r$ (400 km <sup>2</sup> )	-24.4%	-12.4%	-1%	2.5%	1.75%

tableau IV-9: écart relatif  $\varepsilon_r$ 

$\tau$ (mm/h)	0	2	4	6	8
$\varepsilon_{fdp}$ (12000 km <sup>2</sup> )	-34.7%	0%	8.7%	-6%	6.8%
$\varepsilon_{fdp}$ (3600 km <sup>2</sup> )	-60%	-9.8%	-9.4%	-2%	11%
$\varepsilon_{fdp}$ (400 km <sup>2</sup> )	-67.6%	-12.5%	-9.8%	-3.7%	8.4%

tableau IV-10: écart relatif  $\varepsilon_{fdp}$

Nos résultats concordent tout à fait avec ceux de Rosenfeld et al (1990). Ils observent sur les données de l'expérience Gate, une bonne adéquation entre les deux procédures d'estimation et vérifient que la valeur de  $S(\tau)$  varie de moins de 10% quand la taille du domaine varie dans des proportions considérables (de 22428 km<sup>2</sup> à 125 km<sup>2</sup>), en considérant un seuil  $\tau$  de 4 mm/h. Ils observent également que la coefficient de corrélation diminue avec la taille du domaine.

Selon ces auteurs, quand la superficie du domaine d'estimation est suffisamment élevée pour contenir suffisamment de cellules pluvieuses à différents stades de maturité, il est possible d'établir une relation robuste (y compris avec un effectif réduit), même si l'ergodicité n'est pas vérifiée, car le paramètre  $S(\tau)$  est stable (dans une certaine gamme de valeurs) à un changement des paramètres de la distribution. En revanche, un échantillonnage partiel à l'intérieur des surfaces pluvieuses (réduction du domaine d'estimation) ne remet pas en cause la nature de la relation de la méthode des seuils, mais conduit à une plus grande instabilité du paramètre  $S(\tau)$ , ce qui conduit à une dégradation de la corrélation.

#### Etude de l'ordonnée à l'origine $\beta(\tau)$ .

Pour chaque domaine considéré, l'ordonnée à l'origine (théoriquement nulle) augmente avec le seuil (tableaux IV-5 à IV-7 et figure IV-50). Elle est négative pour les seuils 0 et 2 mm/h puis positive. Pour chaque seuil, elle s'éloigne d'autant plus de la valeur nulle que la superficie du domaine est petite.

#### **IV-3-4) Comparaison des deux méthodes d'estimation.**

On peut rapprocher à présent la "méthode des seuils", de la "méthode de la dérive" par une interprétation géométrique simple. En effet, en terme d'estimation ponctuelle, la méthode des seuils affecte à chaque point X du domaine la valeur  $z^*(X,t)=S(\tau)i(X,t,\tau)$

avec :

$$S(\tau) = \frac{E[Z(X)|Z(X) > 0]}{\Pr(Z(X) > \tau|Z(X) > 0)} \quad (\text{IV-63})$$

on peut encore l'exprimer de la manière suivante (voir annexe G):

$$S(\tau) = E[Z(X)|Z(X) > \tau] + E[Z(X)|0 < Z(X) \leq \tau] \frac{\Pr(Z(X) \leq \tau|Z(X) > 0)}{\Pr(Z(X) > \tau|Z(X) > 0)} \quad (\text{IV-64})$$

(1)                      +                      (2)

Ce coefficient tient compte du fait que seule la surface de pluie supérieure au seuil  $\tau$  est connue.

La méthode des seuils propose une estimation qui peut être décomposée en deux parties:

- (1) estime l'intensité moyenne en tous points de la surface pluvieuse seuillée,  $A(t,\tau)$  (connue).
- (2) corrige cette estimation pour prendre en compte l'intensité fournie par la fraction de surface inférieure au seuil (inconnue), et contribuant à la lame d'eau totale.

La méthode des seuils affecte la même valeur partout à l'intérieur de la surface seuillée. La méthode de la dérive affecte une valeur qui dépend de la position du point par rapport à cette surface. On peut donc interpréter la "méthode de la dérive" comme une "méthode des seuils" plus sophistiquée, qui consiste à redistribuer les intensités en fonction de la morphologie des surfaces, c'est à dire en fonction non seulement de leur superficie, mais également de leur géométrie (figure IV-51).

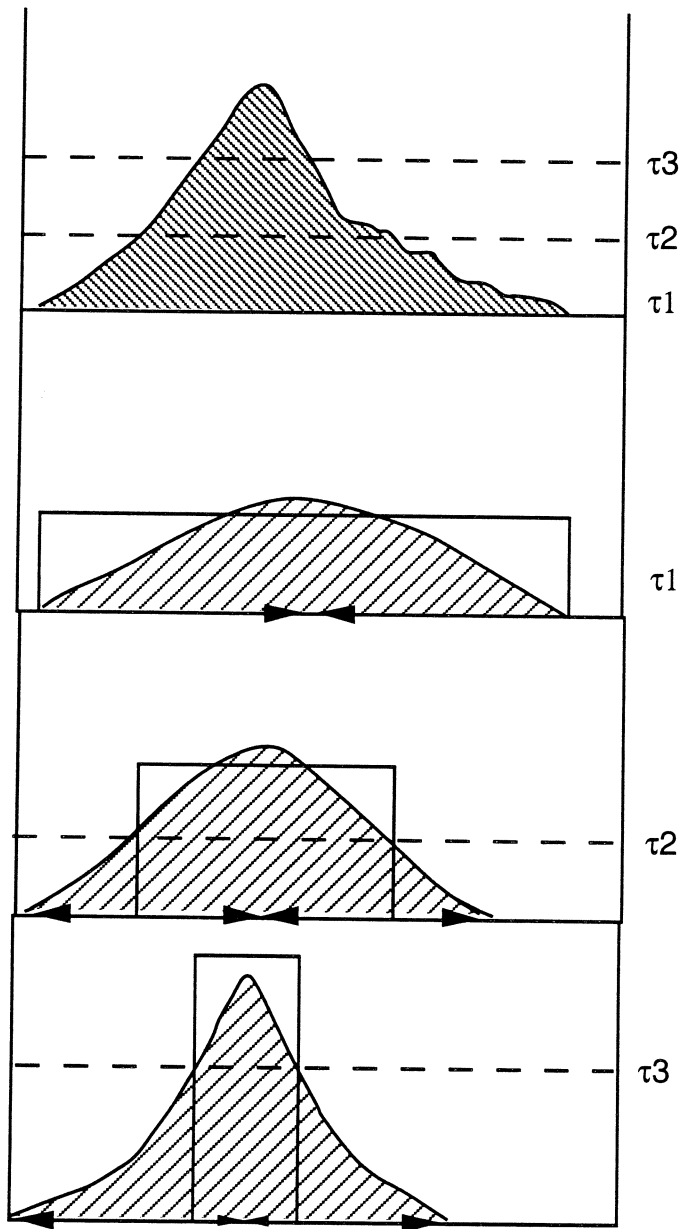


figure IV-51: comparaison des deux méthodes d'estimation.

### IV-3-5) Validation des deux méthodes d'estimation.

Nous proposons à présent de valider les deux approches dans le cadre de l'estimation d'une lame d'eau moyenne. Nous définissons tout d'abord le protocole de validation, puis nous analyserons et comparerons leurs performances respectives.

#### IV-3-5-1) Protocole de validation.

La première étape consiste à choisir un échantillon de référence à partir duquel les performances des deux méthodes seront testées. Il convient que celui-ci soit aussi indépendant que possible de l'échantillon ayant servi à établir les paramètres des méthodes en question. Notre choix s'est porté sur la saison des pluies 1990.

##### Méthode des seuils:

la fraction de surface du domaine recevant une intensité de pluie supérieure au seuil  $\tau$ ,  $m_i(t, \tau)$ , est estimée par une moyenne arithmétique des valeurs d'indicatrices de chaque station présente à l'intérieur de domaine de validation. Afin d'obtenir une répartition des stations la plus homogène possible, nous avons procédé à la suppression de certaines d'entre elles à l'intérieur de la cible, pour les domaines de 12000 km<sup>2</sup> et 3600 km<sup>2</sup>.

La lame d'eau moyenne est estimée par :

$$m_z^*(t) = S(\tau)m_i^*(t, \tau) + \beta(\tau) \quad (\text{IV-65})$$

où  $S(\tau)$  et  $\beta(\tau)$  sont les coefficients établis précédemment par régression sur la saison des pluies 1989.

##### Méthode de la dérive:

on estime les distances minimales "internes" et "externes" à l'aide des expressions IV-24a et IV-24b. Les valeurs ponctuelles sont ensuite estimées à l'aide des modèles calibrés en 1989 (§ IV-3-2):

$$z^*(X, t) = g^1_{im}(\tau, h^*) \text{ si } i(X, t, \tau) = 1 \quad (\text{IV-66a})$$

$$z^*(X, t) = g^1_{em}(\tau, h^*) \text{ si } i(X, t, \tau) = 0 \quad (\text{IV-66b})$$

La lame d'eau moyenne est ensuite calculée par une moyenne arithmétique des valeurs ponctuelles estimées. Pour les domaines de 12000 km<sup>2</sup> et 3600 km<sup>2</sup>, toutes les stations ont été conservées lors du calcul des distances minimales. Nous avons ensuite procédé à la suppression de certaines stations situées dans la cible afin d'obtenir une densité homogène lors du calcul de la lame d'eau moyenne (il s'agit évidemment des mêmes stations qui ont été supprimées pour la méthode des seuils).

Nous simulons le fonctionnement d'un capteur capable de détecter une zone pluvieuse au dessus d'un seuil donné. Les deux méthodes ne pourront fournir une estimation que si le capteur détecte effectivement une zone de pluie.

Pour la méthode des seuils, les relations obtenues par régression contiennent toutes une ordonnée à l'origine qui n'a pas de sens d'un point de vue physique, et qui de surcroît prend une valeur négative dans certains cas. Nous convenons d'imposer la lame d'eau à zéro si aucune zone de pluie n'est détectée au dessus du seuil à l'intérieur du domaine de validation. Pour les seuils où l'ordonnée à l'origine est négative, il peut exister des cas où  $m_j(t, \tau)$  est suffisamment faible pour que la méthode estime une lame d'eau négative. Dans ce cas, la lame d'eau est également imposée à zéro.

Pour ce qui concerne la méthode de la dérive, la lame d'eau estimée sera également nulle si aucune zone de pluie n'est détectée sur le degré carré (cette convention est défavorable à la méthode sur le degré carré, car nous ne disposons pas d'information extérieure à cette zone, pour exploiter entièrement ses potentialités). Bien entendu, dans les deux cas, ces valeurs nulles sont prises en compte dans la comparaison entre valeurs de référence et estimées.

Les échantillons de référence sont différents selon le domaine considéré. Chaque champ de pluie doit contenir au moins une valeur non nulle à l'intérieur du domaine de validation. En tenant compte du fait que certaines stations de la cible ont été supprimées sur les domaines de 12000 km<sup>2</sup> et 3600 km<sup>2</sup>, pour obtenir un réseau de densité homogène, le nombre de champs retenus est:

200 pour le domaine de 12000 km<sup>2</sup>

177 pour le domaine de 3600 km<sup>2</sup>

116 pour le domaine de 400 km<sup>2</sup>

Les lames d'eau de références sont estimées par une moyenne arithmétique.

#### **IV-3-5-2) Etude de la cohérence statistique des saisons des pluies 1989 et 1990.**

Les deux méthodes d'estimation étant gouvernées par les propriétés statistiques de l'intensité de précipitation, il convient de s'assurer au préalable que celles-ci présentent des caractéristiques identiques entre les deux saisons des pluies considérées. Cette démarche va nous permettre d'étudier la validité "climatique" des paramètres des deux méthodes. Elle nous permettra également de nous faire une idée a priori de leurs performances respectives sur la saison des pluies 1990.

##### Méthode des seuils:

Nous savons que le paramètre  $S(\tau)$ , est en principe peu sensible, à un changement des paramètres de la distribution climatologique de l'intensité de pluie. Atlas et al (1990) observent expérimentalement que les paramètres des distributions spatiales (moyenne et variance) évoluent à  $S(t, \tau)$  constant. Cette évolution se traduit par une augmentation de la moyenne avec l'écart-type.

Short et al (1993a) décrivent une "corrélation positive" entre la moyenne et l'écart-type des distributions climatologiques de l'intensité de pluie.

Ils observent expérimentalement sur des données collectées en différents endroits du globe que les distributions climatologiques de l'intensité de pluie vérifient toutes la relation suivante:

$$(\sigma)=5/3 (\mu)$$

$$(5/3=1.66)$$

Les statistiques climatologiques "saisonniers" en 1989 et 1990 sont les suivantes:

année	$\mu (Z>0)$	$\sigma (Z>0)$	$\sigma/\mu$
1989	5.65 mm/h	9 mm/h	1.59
1990	4.78 mm/h	8 mm/h	1.67

tableau IV-11: statistiques climatologiques saisonnières.

L'espérance et l'écart-type climatologiques sont plus faibles en 1990 qu'en 1989, néanmoins, les deux saisons des pluies vérifient bien la relation  $\sigma/\mu \approx 5/3$ , rapportée par Short et al (1993a).

Nous proposons à présent d'établir les coefficients de la méthode des seuils, spécifiques à la saison des pluies 1990, d'après régression et d'après la fdp climatologique. Nous les comparerons à ceux de la saison des pluies 1989.

Les paramètres  $S(\tau)$  calculés d'après les distributions climatologiques (tableau IV-12 et figure IV-52) sont sensiblement différents au seuil 0 mm/h (ils correspondent dans ce cas à l'espérance climatologique des saisons des pluies respectives), mais ils sont quasiment identiques aux seuils supérieurs.

Il en est de même quand ces coefficients sont estimés par régression, tant pour la pente  $S(\tau)$  (tableaux IV-13 à IV-15 et figures IV-53 à 55) que pour l'ordonnée à l'origine  $\beta(\tau)$  (tableaux IV-13 à IV-15 et figures IV-56 à IV-58)). On note enfin que les coefficients de détermination sont toujours supérieurs en 1990 qu'en 1989 pour les domaines de 12000 km<sup>2</sup> et 3600 km<sup>2</sup> (tableaux IV-13 et IV-14 et figures IV-59 et IV-60). Cela est certainement dûe à la densité du réseau de mesure de meilleure qualité en 1990 qu'en 1989. Pour le domaine de 400 km<sup>2</sup>, la densité de la cible est comparable entre les deux saisons, ce qui explique que les coefficients de détermination sont plus comparables (tableau IV-15 et figure IV-61)

En conclusion, la stabilité inter-saisonnière des coefficients de la méthode des seuils nous conduit à penser que ses performances en validation seront du même niveau que ses performances en calibration.

	0 mm/h	2 mm/h	4 mm/h	6 mm/h	8 mm/h
$S(\tau)$	4.48	10.6	15	20	25

tableau IV-12: coefficient  $S(\tau)$  calculé d'après la fdp climatologique

	0 mm/h	2 mm/h	4 mm/h	6 mm/h	8 mm/h
$S(\tau)$	6.45	11.4	16.5	19.3	22
$\beta(\tau)$	-0.61	-0.008	0.13	0.29	0.41
$R^2(\tau)$	0.414	0.758	0.922	0.927	0.937

tableau IV-13: paramètres de la méthode des seuils en 1990 ( $A_0 = 12000 \text{ km}^2$ )

	0 mm/h	2 mm/h	4 mm/h	6 mm/h	8 mm/h
$S(\tau)$	7.18	13.16	18.21	20.8	23
$\beta(\tau)$	-1.03	-0.258	0.13	0.31	0.47
$R^2(\tau)$	0.31	0.68	0.884	0.923	0.921

tableau IV-14: paramètres de la méthode des seuils en 1990 ( $A_0 = 3600 \text{ km}^2$ )

	0 mm/h	2 mm/h	4 mm/h	6 mm/h	8 mm/h
$S(\tau)$	7.6	13.2	17.6	19.86	22.4
$\beta(\tau)$	-1.83	-0.38	0.36	0.62	0.73
$R^2(\tau)$	0.179	0.583	0.776	0.824	0.884

tableau IV-15: paramètres de la méthode des seuils en 1990 ( $A_0 = 400 \text{ km}^2$ )

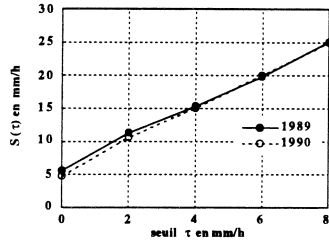
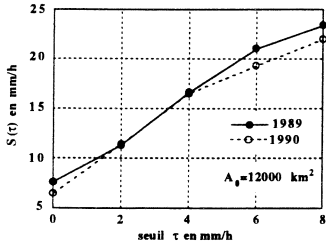
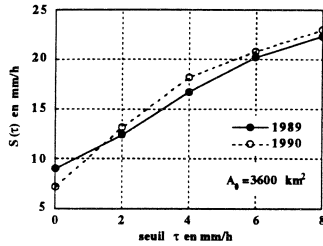


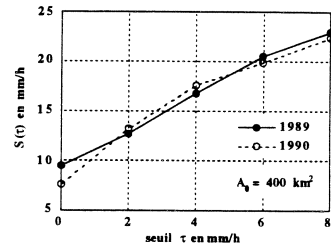
figure IV-52: comparaison des coefficients saisonniers  $S(\tau)$  (fdp climatologique)



IV-53

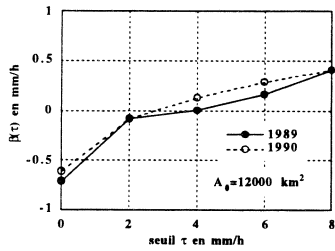


IV-54

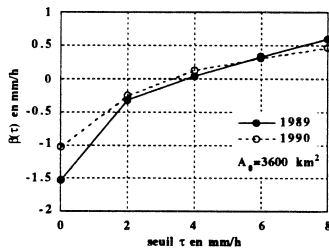


IV-55

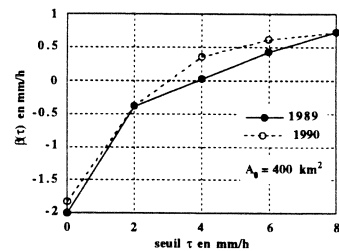
figures IV-53 à IV-55: comparaison des coefficients saisonniers  $S(\tau)$  (régression)



IV-56

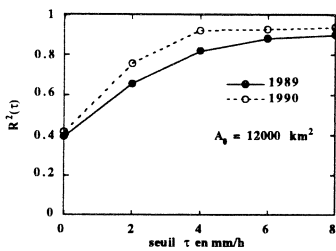


IV-57

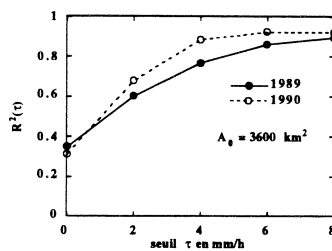


IV-58

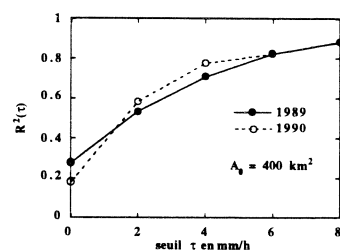
figures IV-56 à IV-58: comparaison des coefficients saisonniers  $\beta(\tau)$  (régression)



IV-59



IV-60



IV-61

figures IV-59 à IV-61: comparaison des coefficients de détermination saisonniers de la méthode des seuils

### Méthode de la dérive:

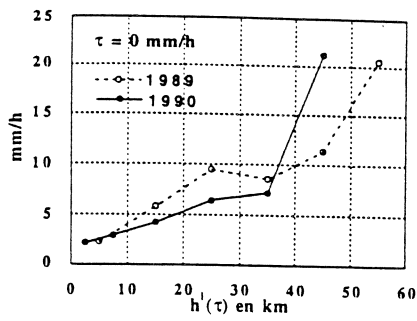
On propose de comparer les fonctions de dérive saisonnières estimées en 1989 et 1990 en considérant celles estimées sur la cible (figures IV-62 à IV-70) ainsi que celles estimées sur l'ensemble des stations du degré carré (figures IV-71 à IV-79).

En théorie, la stabilité de ces fonctions dépend de la stabilité "inter-saisonnière" des distributions conditionnelles "internes" et "externes". En pratique, elle dépend également de la densité du réseau, relativement différente entre les deux saisons (cf chapitre I).

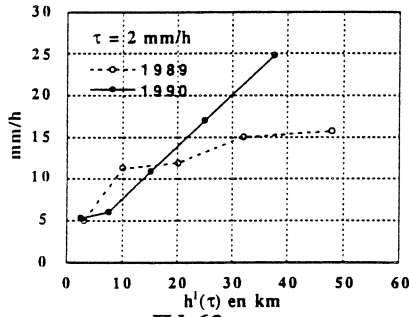
Les fonctions de "dérive interne" estimées aussi bien sur la cible que sur l'ensemble du degré carré présentent des différences marquées aux seuils 0 mm/h et 2 mm/h. Elles apparaissent quand la distance minimale interne est supérieure à 15 km. Ces différences peuvent avoir été provoquées par une différence de densité de réseau, ainsi que par une différence de comportement des distributions conditionnelles saisonnières. Compte tenu que pour ces deux seuils, la dérive lagrangienne est plus élevée en 1989, il est difficile d'incriminer uniquement la densité du réseau. Il est également difficile de mettre en cause des problèmes d'échantillonnage à l'intérieur de la cible puisque cette différence affecte également la fonction de dérive estimée sur l'ensemble du degré carré. Si cette dérive avait été identique, la surestimation de la distance minimale, plus prononcée en 1989 qu'en 1990, aurait dû conduire au résultat inverse. Il est donc probable que l'activité convective a été plus intense en 1989 qu'en 1990, sur le degré carré, ce qui ne fait que corroborer la différence observée au niveau des distributions climatologiques marginales. Néanmoins, on remarque qu'aux seuils supérieurs, la dérive lagrangienne est peu différente pour les deux saisons. Enfin, on remarque que la distance minimale interne "maximale" est systématiquement inférieure d'environ 10 à 15 km en 1990 quel que soit le seuil considéré. Soit les surfaces pluvieuses sont plus petites en 1990 qu'en 1989, soit cet effet n'est dû qu'à la densité du réseau.

Les fonctions de "dérive externe" saisonnières sont peu différentes, aussi bien sur la cible que sur l'ensemble du domaine. On remarque simplement que les fonctions dérive "externe" estimées sur l'ensemble des stations pour les seuils 6 mm/h et 8 mm/h sont systématiquement supérieures de quelques dixièmes de mm/h. Cela provient soit de la densité du réseau (une surestimation de la distance minimale conduit à une surestimation des moments conditionnels externes d'ordre 1 et 2), soit d'une différence de l'activité convective entre ces deux saisons.

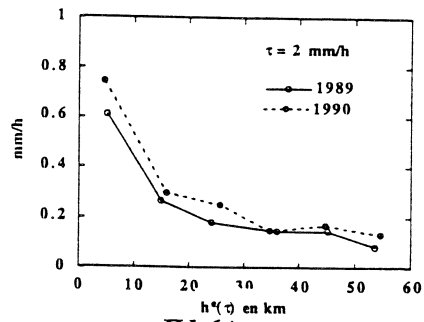
Quelles que soient les causes qui ont conduit à ces différences, ces résultats montrent que si on utilise les fonctions de dérive estimées en 1989, pour prédire les lames d'eau moyennes en 1990, celles-ci seront probablement surestimées au seuil 0 mm/h et 2 mm/h, puis estimées de manière plus correcte au seuils supérieurs.



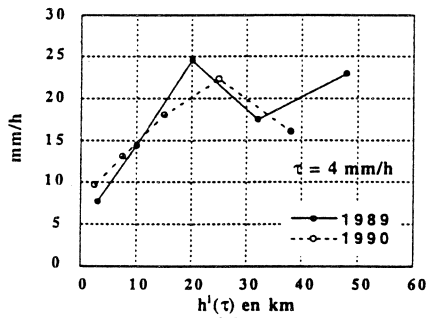
IV-62



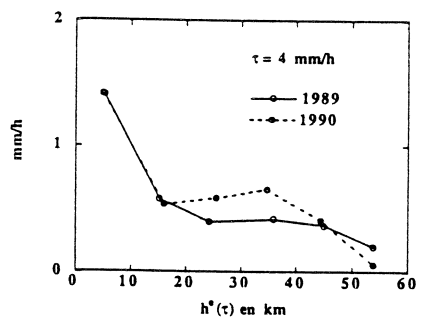
IV-63



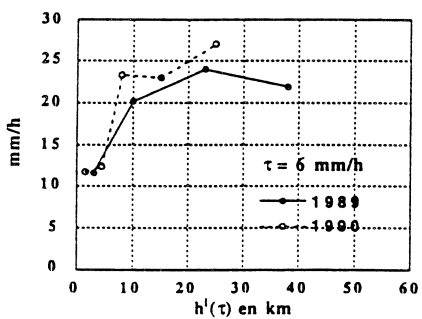
IV-64



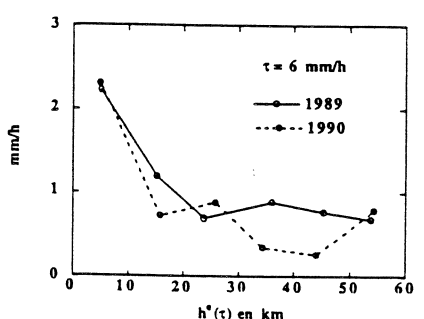
IV-65



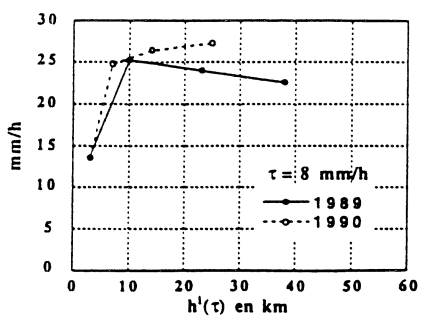
IV-66



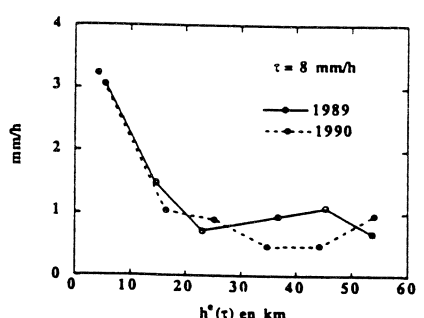
IV-67



IV-68

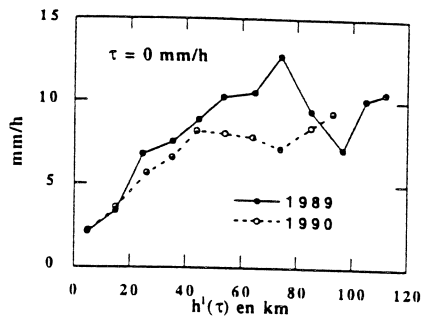


IV-69

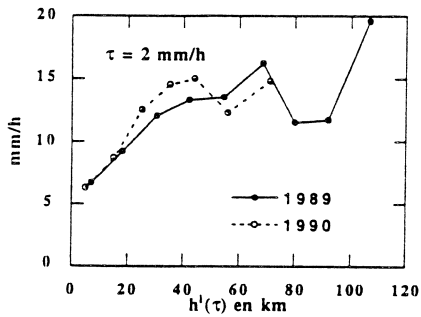


IV-70

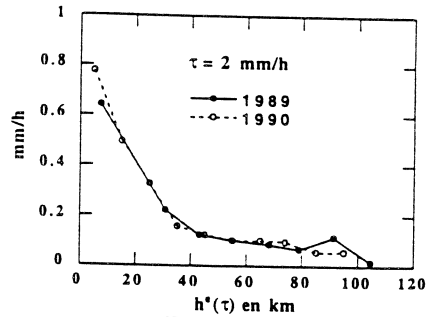
figures IV-62 à IV-70: comparaison des fonctions de dérive lagrangienne saisonnières (cible)



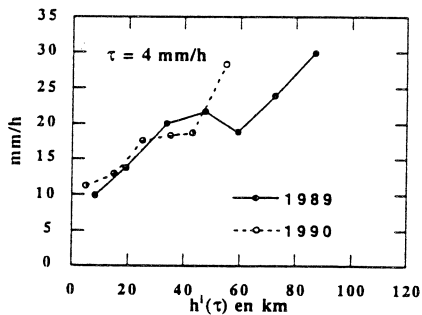
IV-71



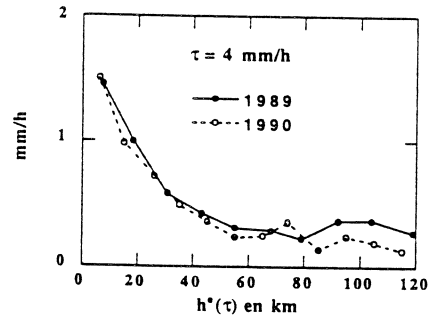
IV-72



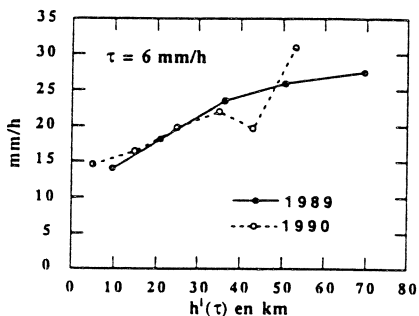
IV-73



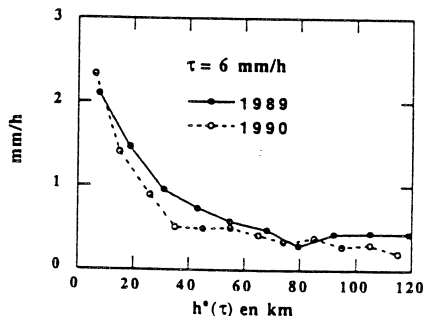
IV-74



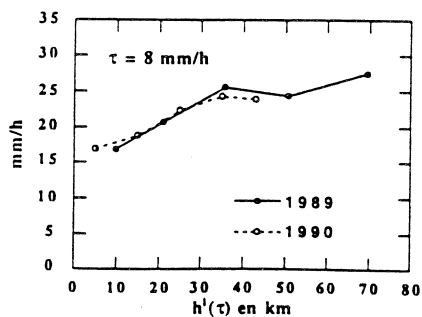
IV-75



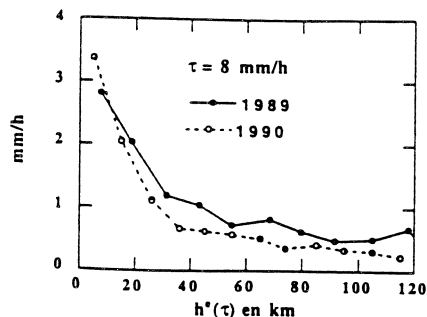
IV-76



IV-77



IV-78



IV-79

figures IV-71 à IV-79: comparaison des fonctions de dérive lagrangienne saisonnières (degré carré)

#### IV-3-6) Analyse des résultats.

Afin de juger les performances des deux méthodes, nous analysons les corrélations entre lames d'eau moyennes de références et estimées. Afin de déceler un éventuel biais de ces méthodes, cette étude sera complétée par une analyse de la distribution des écarts entre lames d'eau de références et lames d'eau estimées.

##### Etude des regressions.

Les tableaux IV-16 à IV-18 présentent les performances des deux méthodes en termes de corrélation, pour chaque domaine et pour chaque seuil. Ils contiennent les coefficients de détermination  $R^2(\tau)$  ainsi que les coefficients de régression estimés entre lames d'eau de référence et estimées.

L'étude des coefficients de détermination (figures IV-80 à IV-82) montre que les performances des deux méthodes s'améliorent avec le seuil. Aucune des deux méthodes ne présente un seuil optimum dans la gamme de seuils testés.

Pour ce qui concerne la méthode des seuils, les résultats sont en tous points cohérents avec la qualité de l'adéquation observée lors des calibrations, et la stabilité des coefficients  $S(\tau)$  et  $\beta(\tau)$ . Il n'y a donc rien d'étonnant à ce que ses performances augmentent avec le seuil, ni qu'elles se détériorent quand la superficie du domaine d'estimation se réduit.

La prise en compte de la dérive lagrangienne de l'intensité de pluie améliore l'estimation même quand la fonction de dérive expérimentale est fortement biaisée (i.e. degré carré et 3600 km<sup>2</sup> aux seuils 0 et 2 mm/h). Elle est d'autant plus significative que la superficie du domaine diminue et le seuil est faible. La méthode de la dérive est meilleure dans 13 cas sur 15. En revanche, la pente des droites de régressions est en faveur de la méthode des seuils, à l'exception des seuils 0 et 4 mm/h pour le domaine de 400 km<sup>2</sup>.

Il est clair que l'utilisation des fonctions de dérive seuillées "internes" et "externes" est préférable à la fonction de dérive estimée au seuil 0 mm/h. Le gain de variance expliquée est de 50 % entre les seuils 0 et 4 mm/h pour les domaines de 12000 km<sup>2</sup> et 3600 km<sup>2</sup>, il est de 57 % pour le domaine de 400 km<sup>2</sup>. Si on compare à présent les seuils de 0 et 8 mm/h, ce gain est de 51% pour le domaine de 12000 km<sup>2</sup>, 56% pour le domaine de 3600 km<sup>2</sup> et enfin, 67% pour le domaine de 400 km<sup>2</sup>.

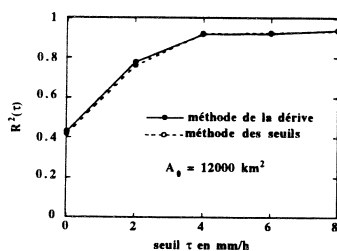
	méthode	0 mm/h	2 mm/h	4 mm/h	6 mm/h	8 mm/h
<b>R<sup>2</sup></b>	"seuils"	0.417	0.76	0.921	0.925	0.935
	"dérive"	0.430	0.777	0.92	0.921	0.938
<b>a</b>	"seuils"	0.484	0.75	0.928	1.027	1.035
	"dérive"	0.44	0.67	0.845	0.83	0.89
<b>b</b>	"seuils"	1.315	0.46	0.014	-0.104	-0.15
	"dérive"	1.2	0.48	0.33	0.46	0.43

tableau IV-16: Paramètres des régressions : lame d'eau estimée-lame d'eau de référence (12000 km<sup>2</sup>)

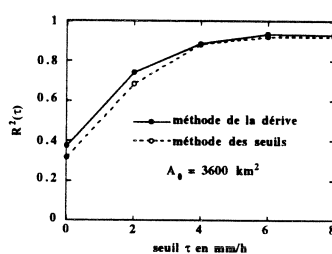
	méthode	0 mm/h	2 mm/h	4 mm/h	6 mm/h	8 mm/h
<b>R<sup>2</sup></b>	"seuils"	0.316	0.685	0.883	0.921	0.921
	"dérive"	0.374	0.74	0.887	0.935	0.931
<b>a</b>	"seuils"	0.368	0.624	0.814	0.92	0.938
	"dérive"	0.294	0.492	0.69	0.71	0.775
<b>b</b>	"seuils"	1.81	0.732	0.118	-0.06	-0.178
	"dérive"	1.32	0.69	0.447	0.568	0.568

tableau IV-17: Paramètres des régressions: lame d'eau estimée-lame d'eau de référence ( 3600 km<sup>2</sup>)

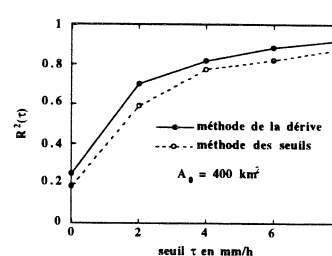
	méthode	0 mm/h	2 mm/h	4 mm/h	6 mm/h	8 mm/h
<b>R<sup>2</sup></b>	"seuils"	0.185	0.59	0.776	0.822	0.88
	"dérive"	0.248	0.702	0.819	0.884	0.922
<b>a</b>	"seuils"	0.21	0.548	0.741	0.873	0.942
	"dérive"	0.312	0.54	0.75	0.75	0.86
<b>b</b>	"seuils"	3.72	1.46	0.33	-0.019	-0.338
	"dérive"	2.88	0.87	0.36	0.543	0.49

tableau IV-18: Paramètres des régressions : lame d'eau estimée-lame d'eau de référence (400 km<sup>2</sup>)

IV-80



IV-81



IV-82

figures IV-80 à IV-82: comparaison des coefficients de détermination de la méthode des seuils et de la méthode de la dérive

L'étude des nuages de regression (figures IV-83 à IV-100) permet de comparer à présent les deux méthodes de manière plus détaillée (on y fait également figurer la droite de pente 1).

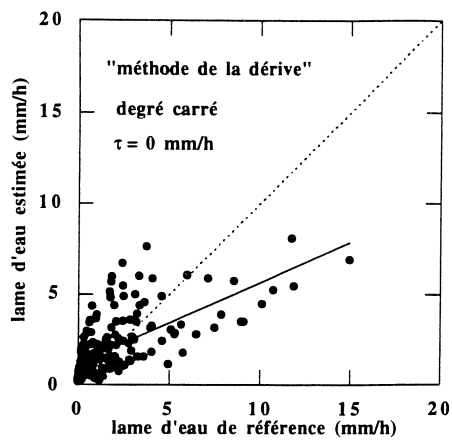
Pour le domaine de 12000 km<sup>2</sup>, le comportement des nuages de points est peu différent entre les deux méthodes. Quand le seuil augmente, les nuages se regroupent de manière cohérente le long de la droite de regression. La pente de ces droites se redresse et se rapproche progressivement de 1. On note que la figure IV-88 présente un alignement de points le long de l'axe des abscisses. La zone de pluie supérieure au seuil est nulle ou si petite que la méthode des seuils suppose qu'il n'a pas plu. Cet alignement de points démontre bien que la lame d'eau précipitée n'est pas négligeable. La méthode de la dérive permet d'éviter en partie ces estimations nulles. En effet, si une zone de pluie, même de très petite dimension, est détectée, la méthode qui utilise la fonction "externe" donnera une estimation.

Quand la superficie du domaine diminue (3600 km<sup>2</sup> et 400 km<sup>2</sup>), la différence de comportement entre les deux méthodes est plus marquée. La méthode des seuils présente une tendance à la saturation au seuil 0 mm/h, sur le domaine de 3600 km<sup>2</sup> (figure IV-90). Elle est très marquée sur le domaine de 400 km<sup>2</sup> au seuil 0 mm/h (figure IV-96) et persiste jusqu'au seuil 4 mm/h (figure IV-98). Dans ces cas de figures, le domaine d'estimation est entièrement pluvieux ( $m_i(t, \tau) = 1$ ). L'estimation sera toujours donnée par  $m_z(t) = S(\tau) + \beta(\tau)$  (valeur maximum estimable). En fait, la superficie totale de la zone de pluie peut varier considérablement d'une réalisation à l'autre. La lame d'eau dépendra de la position du domaine à l'intérieur de la surface pluvieuse, d'où ces alignements de points. La méthode de la dérive prend en compte de l'information extérieure, ce qui lui permet de mieux appréhender la dimension réelle de la zone de pluie, ainsi que la lame d'eau précipitée.

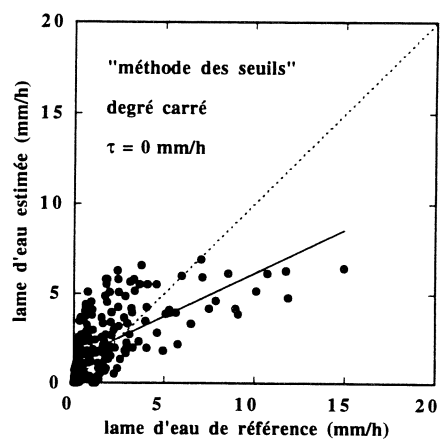
Un autre effet lié à la réduction de la taille du domaine concerne les risques de non détection des surfaces seuillées sur le domaine d'estimation, et ce, d'autant plus que le seuil est élevé. La méthode des seuils est très sensible à ce risque de non détection dans la mesure où son estimation est basée sur la seule information présente à l'intérieur du domaine d'estimation. Les figures IV-88, IV-92, IV-94 et IV-98 et IV-100 présentent des alignements de points très importants le long de l'axe des abscisses. La lame d'eau estimée est nulle alors qu'il a plu sur le domaine en question. La méthode de la dérive proposera une estimation grâce à la fonction de dérive "externe", si effectivement, une zone de pluie supérieure au seuil est détectée en dehors du domaine. La valeur nulle n'est donc jamais estimée dans ces cas (figures IV-91, IV-93, IV-97, IV-99). Cependant, quand la distance minimale externe est supérieure à la portée des fonctions de "dérive externe", chaque valeur ponctuelle estimée correspondra à la valeur du palier de ces fonctions, et la lame d'eau également (voir modèles § IV-3-2), d'où l'alignement de points à la base du nuage qui correspond à cette valeur minimum, qui est somme toute très faible. La méthode de la dérive a donc tendance dans certain cas à exagérer la limite des surfaces pluvieuses, mais d'un point de vue quantitatif, ces valeurs restent très faibles.

On remarque également que les deux méthodes surestiment une grande partie des lames d'eau au seuil 0 mm/h sur les trois domaines. Les points s'alignent localement selon une pente très supérieure à 1. Pour la méthode des seuils, cette surestimation est due au fait que le coefficient "saisonnier"  $S(0)$  en 1989 est supérieur au coefficient "saisonnier" en 1990. Pour la méthode de la "dérive", cette surestimation est due à l'utilisation d'une fonction "saisonnrière" dont les valeurs sont également supérieures à la fonction de dérive "saisonnrière" de 1990.

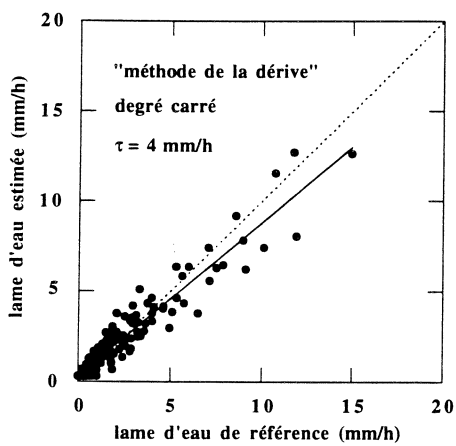
Finalement, les méthodes sont toutes les deux "regressives". Elles estiment par la moyenne, d'où les valeurs faibles surestimées et vice versa. L'effet de saturation et de valeurs nulles est plus marqué pour la méthode des seuils (cette méthode ne devrait pas être utilisée sur des domaines trop petits) que pour la méthode de la dérive lagrangienne car cette dernière intègre une information plus riche.



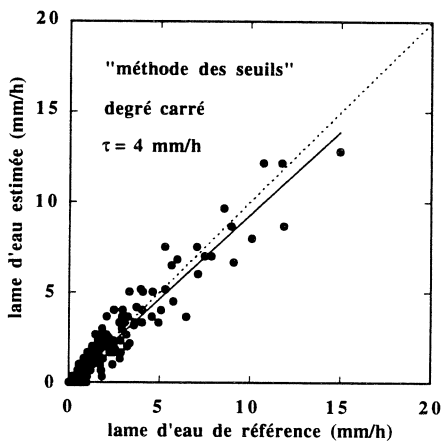
IV-83



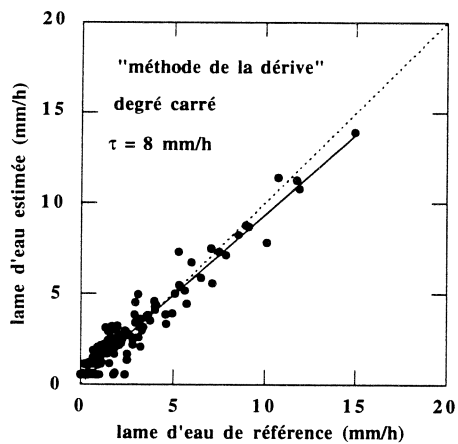
IV-84



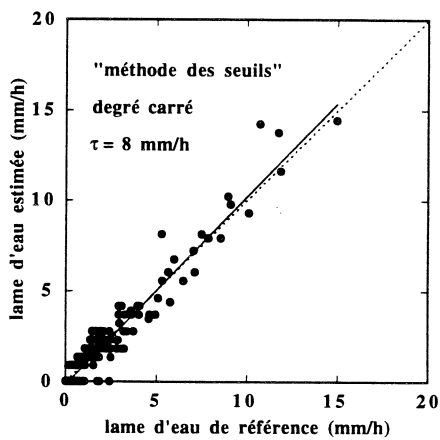
IV-85



IV-86

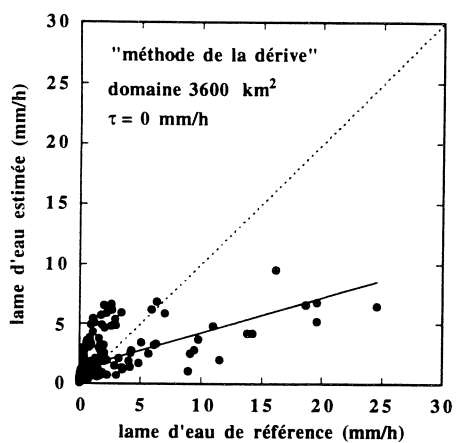


IV-87

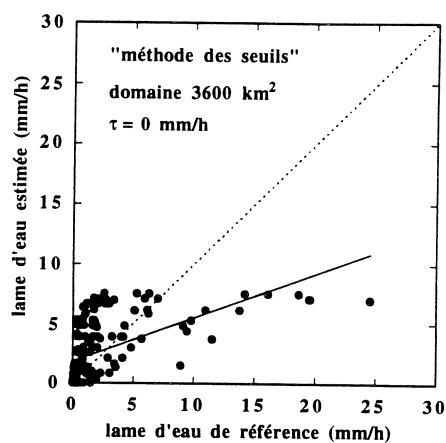


IV-88

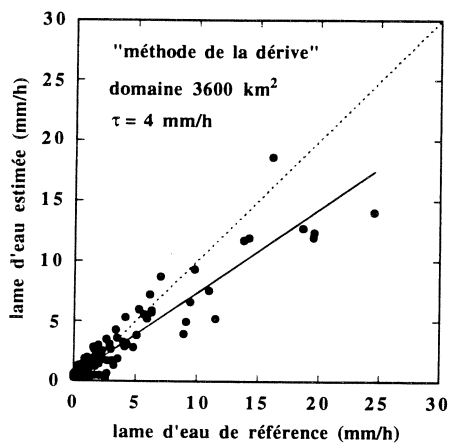
figures IV-83 à IV-88: regressions lame d'eau estimée-lame d'eau de référence (12000 km<sup>2</sup>)



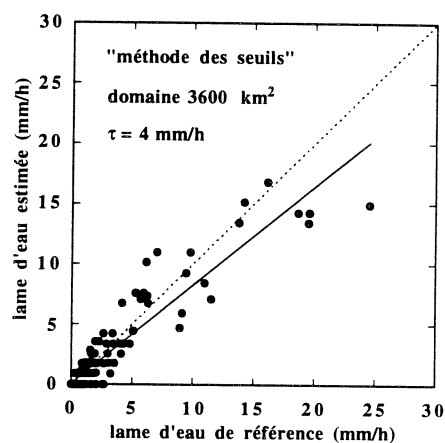
IV-89



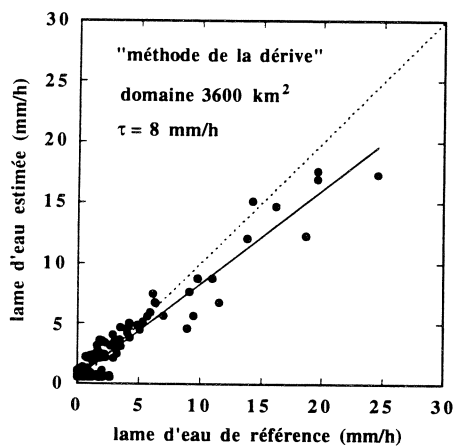
IV-90



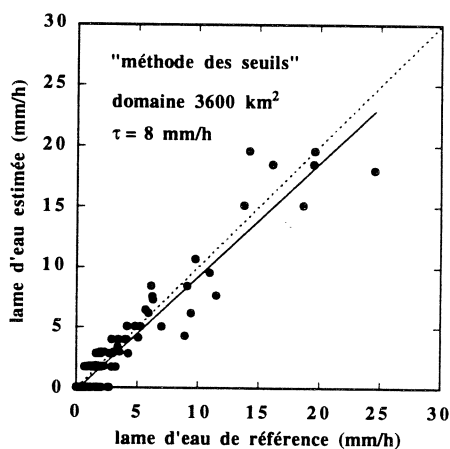
IV-91



IV-92

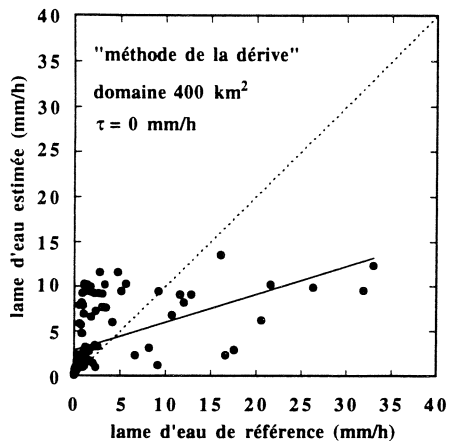


IV-93

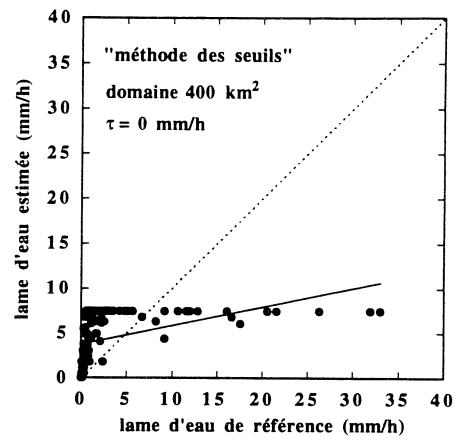


IV-94

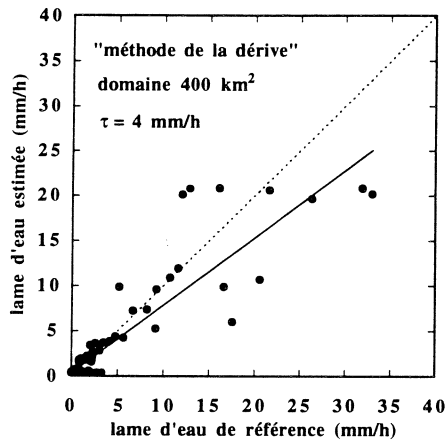
figures IV-89 à IV-94: regressions lame d'eau estimée-lame d'eau de référence (3600 km<sup>2</sup>)



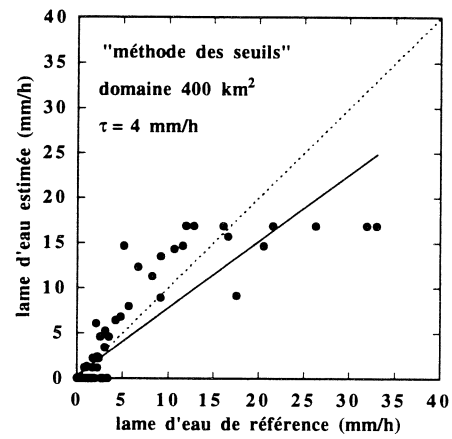
IV-95



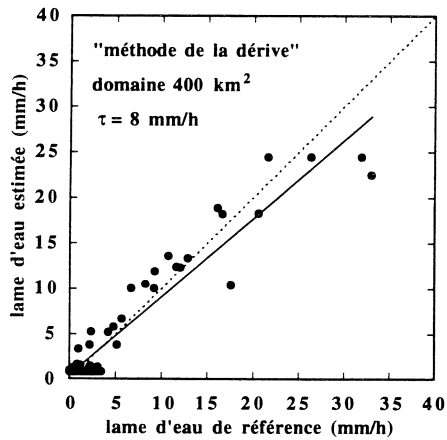
IV-96



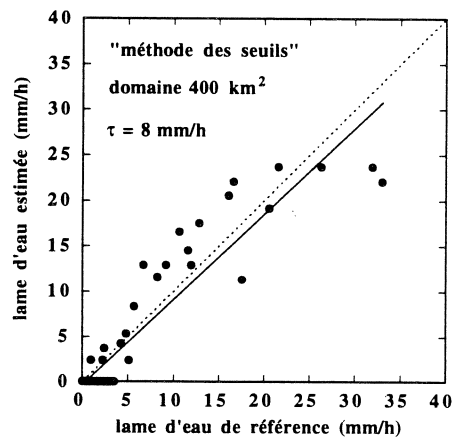
IV-97



IV-98



IV-99



IV-100

figures IV-95 à IV-100: regressions lame d'eau estimée-lame d'eau de référence (400 km<sup>2</sup>)

Etude de la distribution des écarts.

A chaque instant  $t$  on définit l'écart suivant:

$\varepsilon(A_0, t, \tau) = m_z(t) - m_z^*(t)$ , qui est une réalisation de la V.A.  $\varepsilon(A_0, t, \tau)$

on estime:

l'espérance:

$$E[\varepsilon(A_0, t, \tau)] = E[m_z(t) - m_z^*(t)] \quad (\text{IV-67})$$

la variance:

$$\text{Var}[\varepsilon(A_0, t, \tau)] = E\left[\left(m_z(t) - m_z^*(t) - E\left(m_z(t) - m_z^*(t)\right)\right)^2\right] \quad (\text{IV-68a})$$

$$\text{Var}[\varepsilon(A_0, t, \tau)] = E\left[\left(m_z(t) - m_z^*(t)\right)^2\right] - E\left[\left(m_z(t) - m_z^*(t)\right)\right]^2 \quad (\text{IV-68b})$$

ainsi que l'histogramme qui permet de visualiser d'éventuelles dissymétries de la distribution.

L'estimateur validé sera d'autant meilleur que:

$$- E[\varepsilon(A_0, t, \tau)] = 0 \quad (\text{IV-69})$$

$$- \text{Var}[\varepsilon(A_0, t, \tau)] \text{ minimale} \quad (\text{IV-70})$$

Les statistiques sur les écarts ont été estimées pour tous les seuils considérés, sur chaque domaine. Les tableaux IV-19 à IV-21 donnent leurs moyenne et écart-type. Les figures IV-101 à IV-106 donnent l'évolution de ces moments en fonction du seuil. Enfin, les figures IV-107 à IV-124 donnent les histogrammes pour les seuils 0, 4 et 8 mm/h.

La méthode de la dérive donne en espérance, des écarts plus proche de 0 que la méthode des seuils dans 10 cas sur 15, et un écart-type inférieur dans 9 cas sur 15. Pour les deux méthodes, l'écart-type diminue avec le seuil, mais il augmente quand la superficie du domaine diminue. Si on juge la supériorité d'une méthode à la valeur de cet écart-type, on remarque que les résultats sont rigoureusement cohérents avec la valeur du coefficient de détermination pour les domaines de 12000 et 400 km<sup>2</sup>. Pour le domaine de 3600 km<sup>2</sup>, on observe exactement le contraire à partir du seuil 2 mm/h. Cela montre bien qu'il ne faut pas se fier uniquement à la valeur du coefficient de détermination. Dans notre cas précis, cela signifie tout simplement que les points sont mieux regroupés le long de la droite de régression pour la "méthode de la dérive" que pour la méthode des seuils, mais ceux-ci s'éloignent plus la droite de pente 1.

Les fonctions de dérive utilisées sur le domaine de 3600 km<sup>2</sup> ont été estimées sur l'ensemble des stations du degré-carré. La surestimation moyenne de la distance minimale étant plus faible sur le domaine de 3600 km<sup>2</sup> que sur l'ensemble du degré-carré, ces fonctions sont donc "sous-optimales" (dans le sens où nous n'avons pas cherché à estimer celles spécifiques à ce domaine). Cela conduit probablement à un léger biais systématique, ce qui peut expliquer en partie ces résultats.

Enfin, les histogrammes des écarts permettent également de juger les performances des deux méthodes. Quand le seuil augmente, les distributions se resserrent autour de la valeur nulle. Pour un seuil donné, ces distributions sont d'autant plus étalées que la superficie du domaine est petite.

	méthode	0 mm/h	2 mm/h	4 mm/h	6 mm/h	8 mm/h
moyenne	"seuils"	-0.366	0.001	0.117	0.054	0.085
	"dérive"	-0.188	0.122	-0.05	-0.148	-0.23
ECT	"seuils"	1.9	1.21	0.692	0.719	0.679
	"dérive"	1.85	1.2	0.724	0.735	0.625

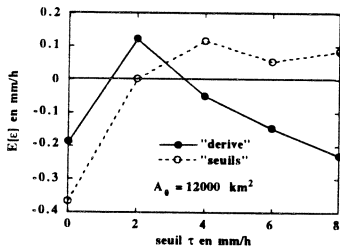
tableau IV-19: statistiques sur les écarts (degré carré =12000 km<sup>2</sup>)

	méthode	0 mm/h	2 mm/h	4 mm/h	6 mm/h	8 mm/h
moyenne	"seuils"	-0.47	0.064	0.276	0.228	0.31
	"dérive"	0.166	0.386	0.211	0.046	-0.093
ECT	"seuils"	3.3	2.24	1.39	1.11	1.11
	"dérive"	3.18	2.32	1.57	1.37	1.22

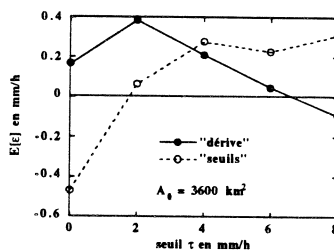
tableau IV-20: statistiques sur les écarts (domaine de 3600 km<sup>2</sup>)

	méthode	0 mm/h	2 mm/h	4 mm/h	6 mm/h	8 mm/h
moyenne	"seuils"	-1.22	-0.03	0.488	0.422	0.523
	"dérive"	-0.703	0.59	0.43	0.251	-0.047
ECT	"seuils"	5.61	4.0	2.95	2.63	2.19
	"dérive"	5.44	3.6	2.68	2.29	1.79

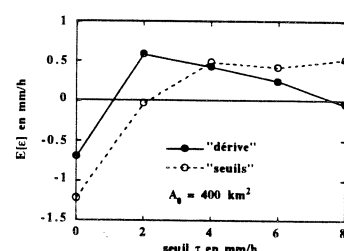
tableau IV-21: statistiques sur les écarts (domaine de 400 km<sup>2</sup>)



IV-101

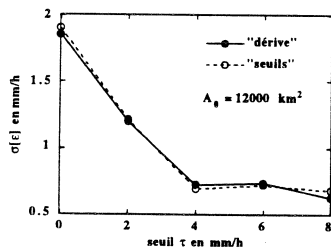


IV-102

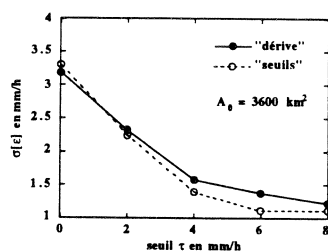


IV-103

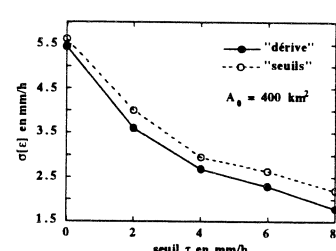
figures IV-101 à IV-103: espérance des écarts  $\epsilon(A_0, t, \tau)$



IV-104

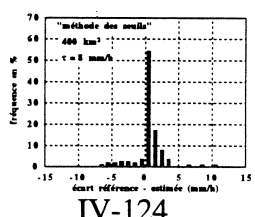
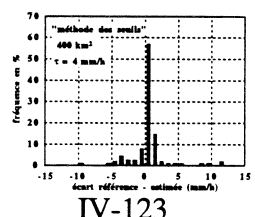
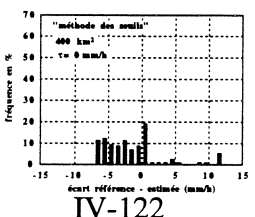
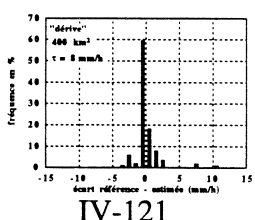
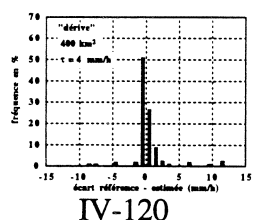
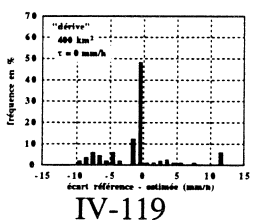
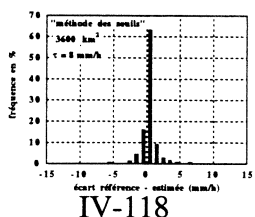
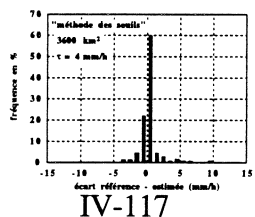
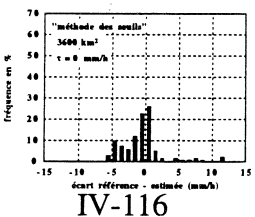
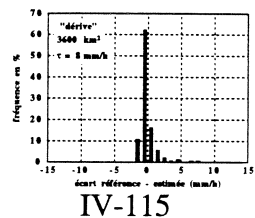
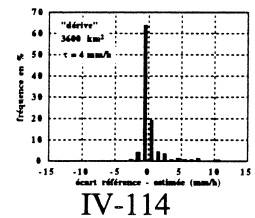
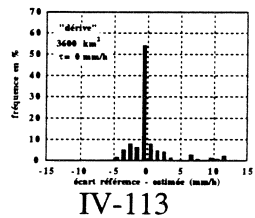
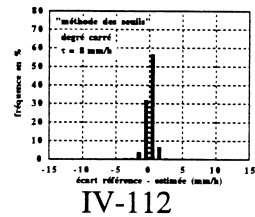
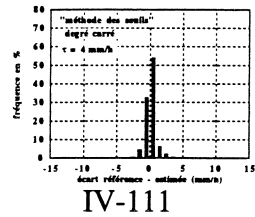
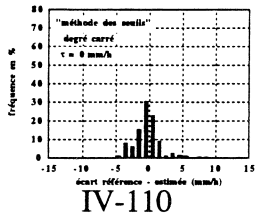
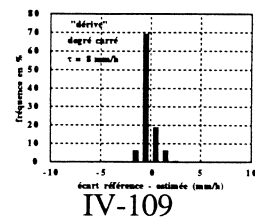
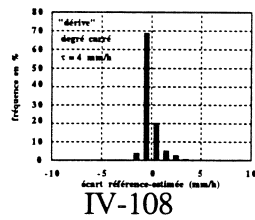
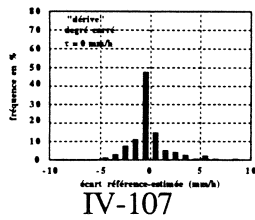


IV-105



IV-106

figures IV-104 à IV-106: écart-type des écarts  $\epsilon(A_0, t, \tau)$



histogrammes des écarts lame d'eau de référence - lame d'eau estimée:

figures IV-107 à IV-109: degré carré, méthode de la dérive.

figures IV-110 à IV-112: degré carré, méthode des seuils.

figures IV-113 à IV-115: domaine 3600 km<sup>2</sup>, méthode de la dérive.

figures IV-116 à IV-118: domaine 3600 km<sup>2</sup>, méthode des seuils.

figures IV-119 à IV-121: domaine 400 km<sup>2</sup>, méthode de la dérive.

figures IV-122 à IV-124: domaine 400 km<sup>2</sup>, méthode des seuils.

#### IV-4) Conclusion.

L'approche développée dans le cadre de ce chapitre a permis de mettre en évidence une organisation spatiale lagrangienne des intensités de précipitation à l'intérieur des surfaces pluvieuses. Celle-ci se traduit par une augmentation de l'intensité de précipitation du bord vers l'intérieur de ces surfaces à tous les seuils étudiés. Les données que nous avons analysées correspondent à des situations convectives très prononcées. L'utilisation d'un réseau de mesure sol donne un accès limité à l'information nécessaire (distance minimale) pour mener à bien une identification correcte de cette dérive. Sa mise en évidence, fortement perturbée par le faible pouvoir explicatif des données a été limitée au seuil 8 mm/h.

Cette approche présente un intérêt certain dans le cadre d'une estimation des valeurs de précipitation. Elle relie un seul paramètre morphologique (distance minimale au bord) à l'intensité de pluie. La pertinence de ce paramètre a été appréciée dans le cadre d'une estimation spatiale. La méthode permet d'expliquer jusqu'à 94 % de la variabilité des lames d'eau. Elle présente donc au moins les mêmes potentialités que la méthode des seuils. Bien que plus lourde à mettre en oeuvre, son avantage réside dans une meilleure prise en compte de la variabilité spatiale des intensités pluvieuses, notamment quand le domaine d'estimation est très petit et entièrement pluvieux, c'est-à-dire des cas pour lesquels la méthode des seuils a du mal à s'appliquer. Le contexte dans lequel ont eu lieu ces validations situe les perspectives d'utilisation de cette approche dans le cadre de l'utilisation d'un système de télédétection, en mesure de fournir instantanément la géométrie des zones de pluie au dessus d'un seuil donné.

L'estimation que nous avons proposé était basée sur l'utilisation de fonctions décrivant la dérive de l'intensité de pluie moyenne. Il est également possible de décrire de la même manière les différents quantiles conditionnels et construire ainsi des fonctions de dérive correspondant à différents niveaux de probabilité. Cela permettrait ainsi de reconstituer différents scénarios de probabilité (ou de période de retour ) donnée, et même envisager des simulations.

Enfin, outre l'intérêt que présente cette approche dans le cadre d'une estimation des valeurs de précipitation, elle permet également de comparer l'activité convective inter-saisonnière des systèmes précipitants. Cette comparaison suppose néanmoins une certaine cohérence au niveau de l'identification des fonctions de dérive (même type de données, densité de réseau identique).



## CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

En nous fondant sur l'information fournie par un réseau dense de pluviographes, nous avons recherché, dans ce travail, une démarche permettant d'améliorer l'interprétation quantitative des mesures de télédétection.

En partant d'une approche géostatistique classique, fondée sur la méthode développée par Barancourt (1990), nous avons tout d'abord montré que la variabilité spatiale des champs de pluie horaires analysés s'exprime en terme d'intermittence spatiale et de variabilité en soi.

L'analyse disjointe de ces deux processus a tout d'abord révélé une structure spatiale bien définie (au sens habituel du terme). Leur analyse conjointe a ensuite permis d'identifier une organisation spatiale préférentielle de l'intensité de précipitation à l'intérieur des surfaces pluvieuses.

Nous nous sommes ensuite proposés d'analyser de manière beaucoup plus approfondie cette notion de dérive. Nous avons ainsi élaboré une méthode qui consiste simplement à décrire la variation des propriétés statistiques de l'intensité de pluie dans un mode de repérage lié au système précipitant. Nous avons utilisé pour cela un paramètre morphologique. Il permet de décrire de façon unique la position de chaque point, relativement à la frontière de la surface pluvieuse, au seuil d'intensité considéré.

Validée sur les données sol d'un réseau de pluviographes, cette approche a permis d'identifier avec succès une dérive "lagrangienne" de l'intensité de pluie à tous les seuils étudiés. Nous avons pour cela procédé à une inférence climatologique, qui consiste à mélanger toutes les réalisations disponibles, en supposant qu'elles sont issues d'un même processus générateur. Ceci permet de représenter de manière robuste le phénomène sous une forme unique. Cette manière de procéder peut néanmoins faire l'objet d'une amélioration. On pourrait par exemple envisager de traiter séparément les systèmes précipitants issus de la convection locale et les systèmes précipitants mobiles organisés. On pourrait également étudier l'effet de leur vitesse de propagation sur l'allure des fonctions de dérive. Enfin, on pourrait envisager d'explorer toute une gamme de pas de temps.

Les deux problèmes majeurs que nous avons rencontré au cours de l'inférence proviennent d'un échantillonnage limité dans l'espace (la densité du réseau et son extension spatiale conduisent à une surestimation des distances minimales) et dans le temps (faibles effectifs de classes, d'autant plus limitants que le seuil et la distance minimale augmentent). Le problème de l'échantillonnage spatial pourrait être limité en intégrant de l'information radar. Celui de l'échantillonnage temporel pourrait être réduit en prenant en compte des séries d'observation plus longues, quand cela est possible.

Nous avons ensuite validé cette approche dans le cadre de l'estimation d'une lame d'eau moyenne, en supposant que la seule information disponible concerne la géométrie des surfaces pluvieuses au dessus d'un seuil donné. Comparée à la méthode des seuils, la méthode dite de la "dérive lagrangienne" a montré que l'on peut intégrer assez facilement de la variabilité spatiale, et aller dans le sens d'une amélioration sensible des résultats.

La mise en oeuvre de notre approche a nécessité l'utilisation d'un réseau dense de pluviographes. De tels réseaux n'existent que dans le cadre d'expériences scientifiques, dont la durée est souvent très limitée. Par conséquent, il semble difficile d'établir ces fonctions de dérive en des lieux où cette vérité terrain fait défaut. On pourrait alors envisager d'évaluer une telle approche en se basant uniquement sur l'exploitation conjointe d'un seul pluviographe (donnant une mesure précise de l'intensité de pluie) et d'un radar (donnant la géométrie des champs de pluie aux différents seuils considérés).

Envisager à présent l'utilisation de cette approche en mode opérationnel suppose qu'un problème majeur soit résolu de manière sûre. Il s'agit bien évidemment de définir correctement la géométrie des surfaces précipitantes à partir d'une information satellitaire. La technologie actuelle des capteurs et les algorithmes développés à ce sujet ne répondent pas encore à ce problème de manière satisfaisante. La future mission TRMM prévoit le lancement prochain d'un satellite défilant doté de capteurs très performants. La principale limitation de ce satellite provient de son échantillonnage temporel, limité à deux passages par jour au dessus d'une même zone. Aussi, avant même de concevoir une amélioration des algorithmes d'interprétation quantitative, il convient en premier lieu d'étudier le problème de l'échantillonnage temporel (Kedem et al (1990a), Bell (1990)). Pour l'heure, il semble encore difficile d'envisager l'application de notre méthode de manière opérationnelle avec de tels capteurs.

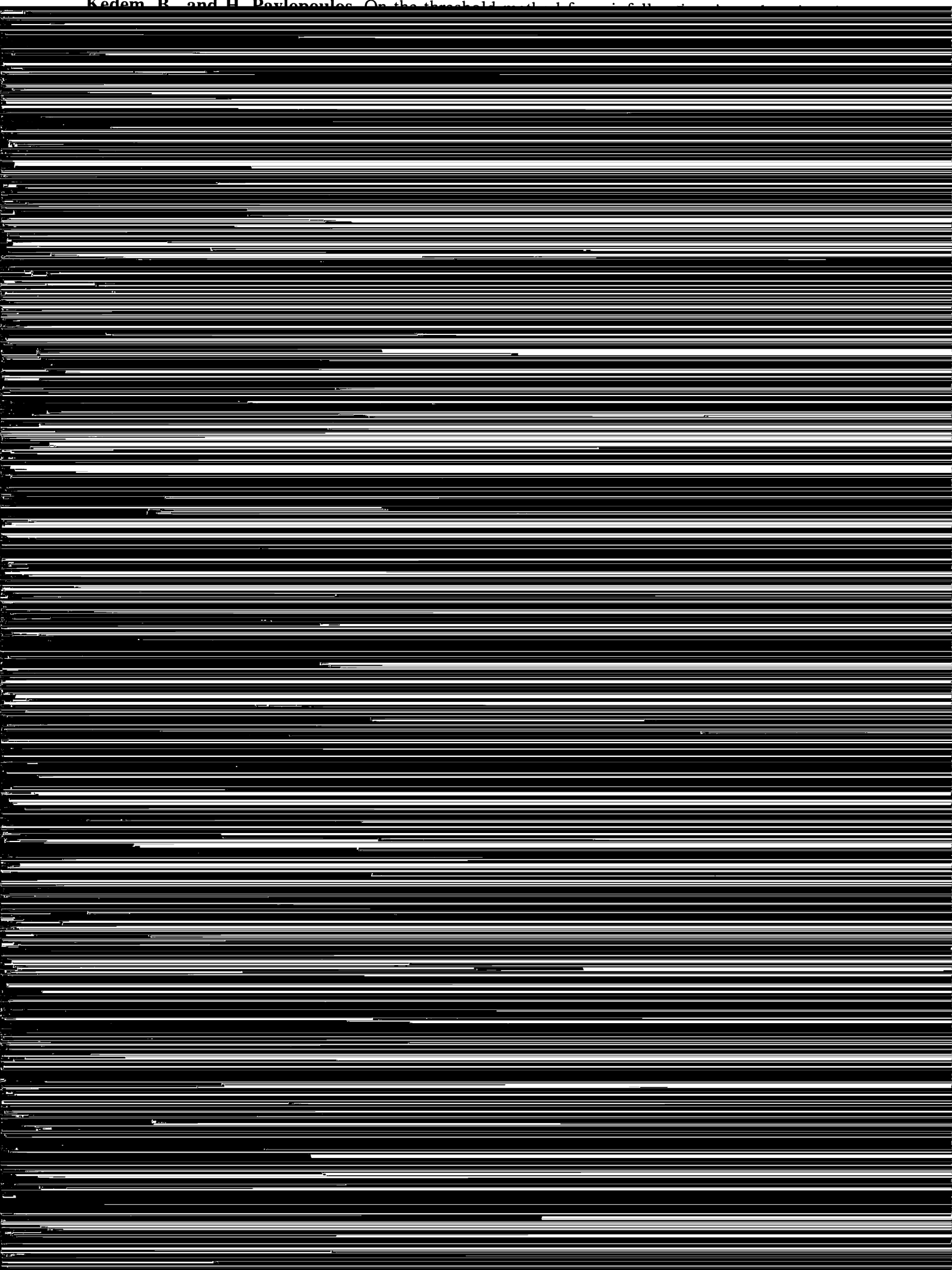
Quoi qu'il en soit, leur calibrage passe nécessairement par une bonne connaissance de cette vérité terrain. Son acquisition s'obtient en général par une interpolation des données sol, sur des mailles de la dimension du pixel satellitaire (Arnaud, 1992, Arnaud et Thauvin, 1990). Compte tenue des pas de temps très courts mis en jeu, on se trouve confronté à un phénomène fortement intermittent, présentant une dérive organisée à l'intérieur des surfaces pluvieuses. Les hypothèses de stationnarité et de Normalité des distributions, nécessaires pour la mise en oeuvre de ces méthodes, sont donc mises en défaut. La méthodologie de Barancourt (1990) a montré que le problème de l'intermittence spatiale peut être traité de manière satisfaisante en krigeant l'indicatrice de la pluie. Elle a souligné également qu'il serait souhaitable d'éliminer la non-stationnarité qui se traduit par cette dérive. Notre approche le permet. On pourrait donc par la suite étudier l'effet de la prise en compte de cette dérive sur l'amélioration de la qualité des méthodes d'interpolation optimale.

## **REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**



- Arkin, P. A.**, The relationship between fractional coverage of high cloud and rainfall accumulations during GATE over the B-scale array., *Monthly Weather Review*, 107, 1382-1387, **1979**.
- Arnaud, Y.**, Caractérisation des nuages précipitants en fonction de leur structure spatiale et de leur évolution temporelle en milieu sahélien à partir d'images Meteosat., Thèse de doctorat de l'Université Paul Sabatier (Toulouse), 278 p. avec annexes, **1992**.
- Arnaud, Y., V. Thauvin**, Areal versus point rainfall for the calibration of TIR Meteosat data. A Sahelian application., Enshede, The Netherlands, August 20-24, pp. 75-84, **1990**.
- Atlas, A., D. Rosenfeld, and D.A. Short**, The estimation of convective rainfall by area integrals, 1, the theoretical and empirical basis, *J. Geophys. Res.*, 95 (D3), 2153-2160, **1990**.
- Atlas, D., and T.L. Bell**, The relation of radar to cloud area-time integrals and implications for rain measurements from space., *Mon. Wea. Rev.*, 120, 1997-2008, **1992**.
- Austin, P. M., and R.A. Houze**, Analysis of the structure of precipitation patterns in New-England, *J. Appl. Meteor.*, 11, 926-935, **1972**.
- Barancourt, C.**, Etude de l'intermittence et de la variabilité des champs de précipitation par une approche stochastique., Doctorat de l'Université Joseph Fourier (Grenoble I), 216 p + annexes, **1990**.
- Barancourt, C., J.D. Creutin, J. Rivoirard**, A method for delineating and estimating rainfall fields., *Water Resources Research*, **1992**.
- Bell, T. L.**, A space-time stochastic model of rainfall for satellite remote-sensing studies, *J. Geophys. Res.*, 92 (D8), 9631-9643, **1987**.
- Bell, T. L., A. Abdullah and R.L. Martin, G.R. North**, Sampling errors for satellite-derived tropical rainfall: monte carlo study using a space-time stochastic model, *J. Geophys. Res.*, 95 (D3), 2195-2205, **1990**.
- Braud, I., J.D. Creutin, and C. Barancourt**, The relation between the mean areal rainfall and the fractional area where it rains above a given threshold., *J. Appl. Meteor.*, 32, 193-202, **1993(a)**.
- Braud, I., P. Crochet and J.D. Creutin**, Climatological identification of the non-stationarities of intermittent precipitation fields. In : *Geostatistics Troia'92, Quantitative geology and geostatistics*, A . Soares (Editor), Kluwer Academic Publishers. Dordrecht, Boston, London, Vol. 2, p. 589-600, **(1993b)**
- Braud, I., P. Crochet, and J.D. Creutin**, A method for estimating mean areal rainfall using moving trend functions of the intensities., *J. Appl. Meteor.*, 33 (12), 1551-1561, **1994**.
- Cadet, D. L., et B. Guillot**, Programme de recherche EPSAT (estimation des précipitations par SATellite), Publication ORSTOM/Ministère de la Coopération, 63 p., **1991**.
- Cheng, K. S., and S.F. Shih**, Rainfall area identification using GOES satellite data, *J. Irrig. and Drain. Engrg.*, ASCE, 118 (1), 179-190, **1992**.
- Cheng, M., R. Brown, and C.G. Collier**, Delineation of precipitation areas using meteosat infrared and visible data in the region of the United Kingdom, *J. Appl. Meteor.*, 32, 884-898, **1993**.
- Creutin, J. D.**, Méthodes d'interpolation optimale de champs hydrométéorologiques; comparaison et application à une série d'épisodes cévennols., Thèse de Docteur-Ingénieur. Institut de Mécanique de Grenoble, 174 pp., **1979**.

- Creutin, J. D.**, Validation et étalonnage d'images de télédétection à l'aide de mesures ponctuelles selon une approche géostatistique. Application à la mesure des précipitations et de l'insolation., Thèse d'état, Université Scientifique, Technologique et Médicale de Grenoble et Institut National Polytechnique de Grenoble., 314 p., **1987**.
- Creutin, J. D., C. Obled.**, Objective analysis and mapping techniques for rainfall fields: an objective comparison., *Water Resources Research*, 18 (n°2), 413-431, **1982**.
- Delhomme, J. P.**, Application de la théorie des variables régionalisées dans les sciences de l'eau., Thèse de docteur-ingénieur de l'Université Pierre et Marie Curie, Paris-VI, 129 p., **1976**.
- Delhomme, J. P.**, Kriging in hydrosiences., *Advan. Water Ressources*, 1(5), 251-266, **1978**.
- Delrieu, G.**, Evaluation d'un radar météorologique pour la mesure des précipitations: validation et étalonnage par technique géostatistique; application au bassin parisien., Thèse de Docteur-Ingénieur, Université Scientifique et médicale de Grenoble et Institut National Polytechnique de Grenoble, 190 p + annexes, **1986**.
- Delrieu, G., A. Bellon, J.D. Creutin**, Estimation de lames d'eau spatiales à l'aide de données de pluviomètres et de radar météorologique. Application au pas de temps journalier dans la région de Montréal, *Journal of hydrology*, 98, 315-344, **1988**.
- Doneaud, A. A., P.L. Smith, A.S. Dennis, and S. Sengupta**, A simple method for estimating convective rain volume over an area., *Water Resources Research*, 17 (N°6), 1676-1682, **1981**.
- Doneaud, A. A., S. Ionescu-Niscov, D.L. Priegnitz and P.L. Smith**, The area-time integral as an indicator for convective rain volumes, *J. Climate Appl. Meteor.*, 23, 555-561, **1984**.
- Doneaud, A. A., A. Makarau and L.R. Johnson**, A modified ATI technique for nowcasting convective rain volumes over areas., *J. Appl. Meteor.*, 27, 491-502, **1988**.
- Eagleson, P. S.**, The distribution of catchment coverage by stationary rainstorms, *Water Resources Research*, 20 (n°5), 581-590, **1984**.
- Eagleson, P. S., W. Qinliang**, Moments of catchment storm area, *Water Resources Research*, 21 (n°8), 1185-1194, **1985**.
- Faure, D.**, Application à l'hydrologie du radar météorologique. Comparaison d'estimations radar et pluviométriques pour des lames d'eau horaires sur de petits bassins versants cévenols, thèse de l'Université Joseph Fourier, Grenoble I, 308 pp. avec annexes, pp., **1993**.
- Houze, R. A.**, Structures of atmospheric precipitation systems: a global survey, *Radio Science*, 16 (n°5), 671-689, **1981**.
- Janicot, S., et B. Fontaine**, L'évolution des idées sur la variabilité interannuelle récente des précipitations en Afrique de l'ouest, *La Météorologie*, 8ème série-n° 1, 28-53, **1993**.
- Journel, A. G., C.J. Huijbregts**, *Mining geostatistics.*, Academic Press, London, 600 p., **1978**.
- Kedem, B., L.S. Chiu, G.R. North**, Estimation of mean rain rate: application to satellite observations, *J. geophys. Res.*, 95 (D2), 1965-1972, **1990(a)**.
- Kedem, B., L.S. Chiu, Z. Karni**, An analysis of the threshold method for measuring area-average rainfall, *J. Appl. Meteor.*, 29, 3-20, **1990(b)**.



- Prabhakara, C., G. Dalu, G.L. Liberti, J.J. Nucciarone, R. Suhasini**, Rainfall estimation over oceans from SMMR and SSM /I microwave data, *J. Appl. Meteor.*, 31, 532-552, **1992**.
- Rodriguez-Iturbe, I., and J. Mejia**, On the transformation of point rainfall to areal rainfall, *Water Resources Research*, 10 (n°4), 729-735, **1974**.
- Rodriguez-Iturbe, I., P.S. Eagleson**, Mathematical models of rainstorms events in space and time, *Water Resources Research*, 23 (n°1), 181-190, **1987**.
- Rosenfeld, D., D. Atlas, D.A. Short**, The estimation of convective rainfall by area integrals, 2, the height-area rainfall threshold (HART) method, *J. Geophys. Res.*, 95 (D3), 2161-2176, **1990**.
- Seed, A. W., G.L. Austin**, Sampling errors for rain gauge-derived mean areal daily and monthly rainfall., *Journal of Hydrology*, 118, 163-173, **1990**.
- Short, D. A., D.B. Wolff, D. Rosenfeld, D. Atlas**, A study of the threshold method utilizing rain gauge data, *J. Appl. Meteor.*, 32, 1379-1387, **1993(a)**.
- Short, D. A., K. Shimizu, B. Kedem**, Optimal thresholds for the estimation of area rain-rate moments by the threshold method, *J. Appl. Meteor.*, 32, 182-192, **1993(b)**.
- Sivapalan, M., and E.F. Wood**, A multidimensional model of nonstationary space-time rainfall at the catchment scale, *Water Resources Research*, 23 (n°7), 1289-1299, **1987**.
- Sighomnou, D., N. Sigha, J.C. Ntonga, E. Naah**, Influence de la densité du réseau sur l'estimation de la pluie moyenne journalière: un exemple au Cameroun., *Hydrologie Continentale*, 5 (n°1), pp. 53-60, **1990**.
- Skaugen, T.**, On the frequency of the extreme areal rainfall, rapport interne LTHE, non paginé, **1994**.
- Smith, J. A., and A.F. Karr**, Parameter estimation for a model of space-time rainfall., *Water Resources Research*, 21 (n°8), 1251-1257, **1990**.
- Stout, J. E., and D.W. Martin, D.N. Sikdar**, Estimating GATE rainfall with geosynchronous satellite images, *Monthly Weather Review*, 107, 585-598, **1979**.
- Thauvin, V.**, Etude de la répartition spatiale des précipitations en milieu sahélien à l'aide du réseau dense de pluviographes de l'expérience EPSAT-Niger. Application à la détermination des moyennes surfaciques au pas de temps de l'événement pluvieux., Thèse de doctorat de l'université des Sciences et Techniques du Languedoc (Montpellier II), 229 p., **1992**.
- Tsonis, A. A., and G.A. Isaac**, On a new method for instantaneous rain area delineation in the midlatitudes using GOES data, *J. Climate Appl. Meteor.*, 24, 1208-1218, **1985**.
- Tsonis, A. A.**, Single thresholding and rain area delineation from satellite imagery, *J. Appl. Meteor.*, 27, 1302-1306, **1988**.
- Waymire, E., V.K. Gupta, I. Rodriguez-Iturbe**, A spectral theory of rainfall intensity at the meso- $\beta$ -scale, *Water Resources Research*, 20 (n°10), 1453-1465, **1984**.

# **ANNEXES**



## ANNEXE A

**Construction d'une F.A. stationnaire, non ergodique au sens de la moyenne et la variance (d'après Barancourt, 1990).**

Soit  $Y(X,t)$ , un F.A. stationnaire d'ordre 2 ergodique.

Soit  $B(t)$  une V.A. indépendante de  $Y(X,t)$ , et représentant la variabilité inter-événement.

$$\text{Construisons : } F(X,t) = Y(X,t) \cdot B(t) \quad (1.1)$$

l'indépendance de  $Y(X,t)$  et  $B(X,t)$  nous permet d'écrire:

$$E[Y(X,t)B(t)] = E[Y(X,t)]E[B(t)] \quad \text{pour tout } X \quad (1.2)$$

et

$$E\left[ Y(X,t)Y(X + \vec{h}, t)B(t) \right] = E\left[ Y(X,t)Y(X + \vec{h}, t) \right]E[B(t)] \quad \text{pour tout } X \text{ et tout } \vec{h} \quad (1.3)$$

Nous calculons à présent les moments climatologiques ponctuels d'ordre 1 et 2 de  $F(X,t)$  en fonction de ceux de  $Y(X,t)$  afin de déduire la stationnarité d'ordre 1 et 2 de  $F(X,t)$  de celle de  $Y(X,t)$ :

$$m_F(X) = m_F = m_Y m_B \quad (1.4)$$

avec  $m_Y \neq 0$  et  $\sigma_B \neq 1$

$$\sigma_F^2(X) = \sigma_F^2 = (\sigma_B^2 + m_B^2)(\sigma_Y^2 + m_Y^2) - m_Y^2 m_B^2 \quad (1.5)$$

ou encore :

$$\sigma_F^2 = \sigma_Y^2(\sigma_B^2 + m_B^2) + m_Y^2 \sigma_B^2 \quad (1.6)$$

$$\gamma_F(X, \vec{h}) = \gamma_F(\vec{h}) = \gamma_Y(\vec{h})(\sigma_B^2 + m_B^2) \quad (1.7)$$

La fonction de structure de  $F(X,t)$  n'est modifiée que par une constante multiplicative correspondant à une modification de la moyenne et la variance.

Le comportement à l'infini de  $\gamma_Y(\vec{h})$  et  $\gamma_F(\vec{h})$  est le suivant :

$$\gamma_Y(\vec{h} > a) = \sigma_Y^2 \quad (1.8)$$

$$\gamma_F(\vec{h} > a) = \sigma_Y^2(\sigma_B^2 + m_B^2) \quad (1.9)$$

C'est à dire :

$$\gamma_F(\vec{h} > a) = \sigma_F^2 - m_Y^2 \sigma_B^2 \quad (1.10)$$

Donc le palier  $\gamma_F$  est inférieur à la variance de  $F$ .

### Etude de la non ergodicité de $F(X,t)$ :

La F.A.  $Y(X,t)$  étant ergodique, on peut calculer les moments spatiaux de  $F(X,t)$  en fonction des moments de  $Y(X,t)$ :

$$m_F(t) = \langle F(X,t) \rangle = B(t) \cdot m_Y(t) \quad (1.11)$$

$$\sigma_F^2(t) = \langle (F(X,t) - \langle F(X,t) \rangle)^2 \rangle = B^2(t) \cdot \sigma_Y^2$$

$$\gamma_F(\vec{h}, t) = \frac{1}{2} \langle (F(X,t) - F(X + \vec{h}, t))^2 \rangle = \gamma_Y(\vec{h}) B^2(t) \quad (1.12)$$

$F(X,t)$  n'est pas ergodique puisque les moments calculés en espérance sont différents de ceux calculés en moyenne spatiale. La non-ergodicité de  $F(X,t)$  se manifeste au niveau de la moyenne et la variance. On observe que, spatialement, tous les moments varient d'une réalisation à l'autre (figure A1).

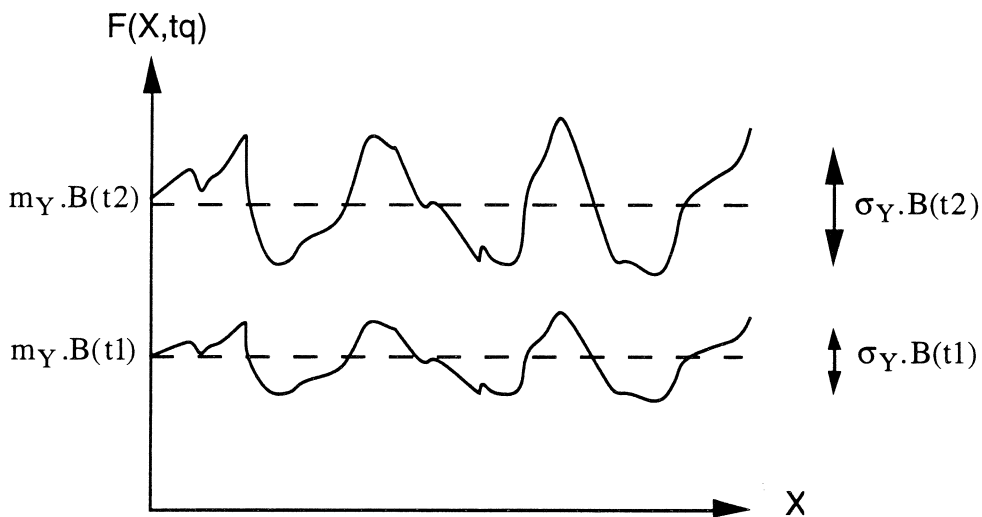


figure A-1

## ANNEXE B

**Test d'indépendance de la moyenne de l'intensité de précipitation à l'intérieur des surfaces pluvieuses (d'après Barancourt, 1990)**

signification du rapport  $\frac{\gamma_{Z,I}(\vec{h})}{\gamma_I(\vec{h})}$

Le variogramme croisé de Z et de I,  $\gamma_{Z,I}(\vec{h})$  s'exprime de la manière suivante:

$$\gamma_{Z,I}(\vec{h}) = \frac{1}{2} E[(Z(X,t) - Z(X + \vec{h},t))(I(X,t) - I(X + \vec{h},t))] \quad (1.1)$$

c'est-à-dire:

$$\begin{aligned} \gamma_{Z,I}(\vec{h}) = & \frac{1}{2} E[(F(X,t) | I(X,t) = 1 \text{ et } I(X + \vec{h},t) = 0)] \times \Pr(I(X,t) = 1 \text{ et } I(X + \vec{h},t) = 0) \\ & + \frac{1}{2} E[(F(X + \vec{h},t) | I(X,t) = 0 \text{ et } I(X + \vec{h},t) = 1)] \times \Pr(I(X,t) = 0 \text{ et } I(X + \vec{h},t) = 1) \end{aligned} \quad (1.2)$$

on peut encore écrire:

$$\begin{aligned} \gamma_{Z,I}(\vec{h}) = & \frac{1}{2} \gamma_I(\vec{h}) \times \{ E[(F(X,t) | I(X,t) = 1 \text{ et } I(X + \vec{h},t) = 0)] \\ & + E[(F(X + \vec{h},t) | I(X,t) = 0 \text{ et } I(X + \vec{h},t) = 1)] \} \end{aligned} \quad (1.3)$$

Finalement on aboutit à :

$$\frac{\gamma_{Z,I}(\vec{h})}{\gamma_I(\vec{h})} = \frac{1}{2} \{ E[(F(X,t) | I(X,t)=1 \text{ et } I(X+\vec{h},t)=0)] + E[(F(X+\vec{h},t) | I(X,t)=0 \text{ et } I(X+\vec{h},t)=1)] \} = mF \quad (1.4)$$

où mF représente la moyenne climatologique globale de F(X,t)

l'expression (1.4) permet de tester si l'intensité de précipitation dépend de la position du point dans la surface de pluie.

## ANNEXE C

## Relation entre les variogrammes de Z, F et I

En partant de l'expression  $Z(X,t)=F(X,t).I(X,t)$ , on peut déduire une expression permettant d'exprimer la structure spatiale de  $Z(X,t)$  d'après celles de  $I(X,t)$  et  $F(X,t)$  (Nous admettons que toutes ces F.A. sont stationnaires d'ordre 1 et 2).

En partant de l'expression de la covariance non centrée de  $Z(X,t)$ , on montre que :

$$K_Z(\vec{h}) = E[Z(X,t)Z(X+\vec{h},t)] \quad (1.1)$$

$$K_Z(\vec{h}) = E[F(X,t)I(X,t)F(X+\vec{h},t)I(X+\vec{h},t)] \quad (1.2)$$

l'indépendance interne de  $F(X,t)$  et  $I(X,t)$  s'écrit:

$$K_Z(\vec{h}) = E[F(X,t)F(X+\vec{h},t)]E[I(X,t)I(X+\vec{h},t)] \quad (1.3)$$

d'où

$$K_Z(\vec{h}) = K_F(\vec{h})K_I(\vec{h}) \quad (1.4)$$

comme

$$\gamma_Z(\vec{h}) = K_Z(0) - K_Z(\vec{h}) \quad (1.5)$$

$$K_Z(0) = \sigma_Z^2 + m_Z^2 \quad (1.6)$$

on peut écrire:

$$\gamma_Z(\vec{h}) = \sigma_Z^2 + m_Z^2 - K_F(\vec{h})K_I(\vec{h}) \quad (1.7)$$

Nous savons d'autre part que :

$$\gamma_F(\vec{h}) = K_F(0) - K_F(\vec{h}) \quad (1.8)$$

et

$$K_F(0) = \sigma_F^2 + m_F^2 \quad (1.9)$$

donc:

$$K_F(\vec{h}) = (\sigma_F^2 + m_F^2) - \gamma_F(\vec{h}) \quad (1.10)$$

de même:

$$\gamma_I(\vec{h}) = K_I(0) - K_I(\vec{h}) \quad (1.11)$$

et

$$K_I(0) = \sigma_I^2 + m_I^2 = m_I \quad (1.12)$$

on aboutit à :

$$K_I(\vec{h}) = m_I - \gamma_I(\vec{h}) \quad (1.13)$$

En remplaçant  $K_F$  et  $K_I$  dans (1.7) par les expressions (1.10) et (1.11), nous aboutissons à l'expression suivante :

$$\gamma_Z(\vec{h}) = \gamma_I(\vec{h}) \cdot (\sigma_F^2 + m_F^2) + \gamma_F(\vec{h}) \cdot (m_I - \gamma_I(\vec{h})) \quad (1.14)$$

qui permet de déduire le variogramme de  $Z(X,t)$  d'après ceux de  $I(X,t)$  et de  $F(X,t)$

**ANNEXE D**  
**Simulations de Monte-Carlo**  
**Calcul des distances minimales "vraies" et "estimées"**

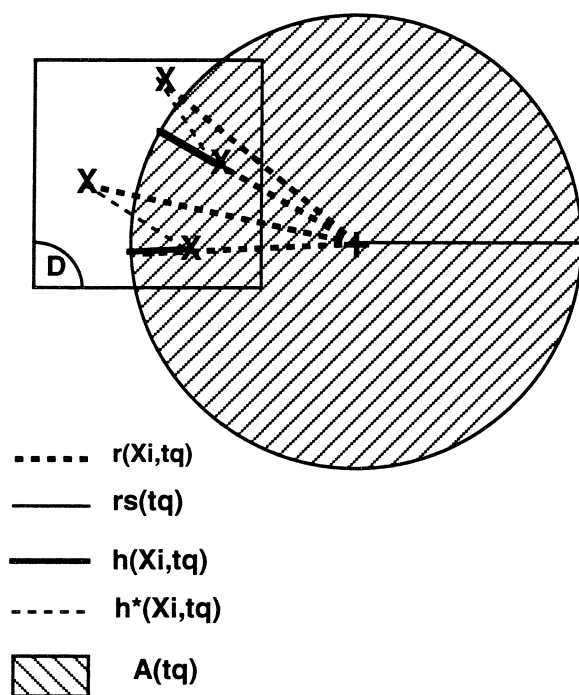
Pour chaque tirage aléatoire correspondant à un événement simulé  $t_q$ , on définit une surface pluvieuse par trois variables aléatoires:

le rayon  $R_s=rs(t_q)$  et le centre  $X_S(x(t_q),y(t_q))$ . On détermine ensuite les stations  $X_i$  situées à l'intérieur de la surface pluvieuse  $A(t_q)$  et celles situées à l'extérieur.

Si la distance  $r(X_i,t_q)$  entre la station  $X_i$  et le centre  $X_S$  de  $A(t_q)$  est inférieure au rayon simulé  $rs(t_q)$ , la station  $X_i$  se situe à l'intérieur de  $A(t_q)$ , sinon elle se situe à l'extérieur. Pour chaque station  $X_i$  située à l'intérieur de  $A(t_q)$ , la distance vraie  $h(X_i,t_q)$  est telle que :

$$h(X_i,t_q)=rs(t_q)-r(X_i,t_q).$$

La distance  $h^*(X_i,t_q)$  est estimée par la distance entre la station  $X_i$  et la plus proche station  $X_k$  située à l'extérieur de  $A(t_q)$ , conformément à l'expression III-13.



## ANNEXE E

Décomposition du coefficient  $S(\tau)$  de la méthode des seuils

$$S(\tau) = \frac{\int_0^{\infty} z\varphi_Z(z)dz}{\int_{\tau}^{\infty} \varphi_Z(z)dz} \quad (1.1)$$

où  $\varphi_Z(z)$  représente la fdp de l'intensité de pluie sachant qu'il pleut.

$$S(\tau) = \frac{\int_0^{\tau} z\varphi_Z(z)dz}{\int_{\tau}^{\infty} \varphi_Z(z)dz} + \frac{\int_{\tau}^{\infty} z\varphi_Z(z)dz}{\int_{\tau}^{\infty} \varphi_Z(z)dz} \quad (1.2)$$

$$\int_0^{\infty} \varphi_Z(z)dz = \int_0^{\tau} \varphi_Z(z)dz + \int_{\tau}^{\infty} \varphi_Z(z)dz = 1 \quad (1.3)$$

$$\int_0^{\infty} \varphi_Z(z)dz = \Pr(Z \leq \tau | Z > 0) + \Pr(Z > \tau | Z > 0) \quad (1.4)$$

$$E[Z | 0 < Z \leq \tau] = \frac{\int_0^{\tau} z\varphi_Z(z)dz}{1 - \int_{\tau}^{\infty} \varphi_Z(z)dz} = \frac{\int_0^{\tau} z\varphi_Z(z)dz}{\Pr(Z \leq \tau | Z > 0)} \quad (1.5)$$

$$E[Z | Z > \tau] = \frac{\int_{\tau}^{\infty} z\varphi_Z(z)dz}{1 - \int_0^{\tau} \varphi_Z(z)dz} = \frac{\int_{\tau}^{\infty} z\varphi_Z(z)dz}{1 - \Pr(Z \leq \tau | Z > 0)} = \frac{\int_{\tau}^{\infty} z\varphi_Z(z)dz}{\Pr(Z > \tau | Z > 0)} \quad (1.6)$$

$$\int_0^{\tau} z\varphi_Z(z)dz = E[Z | 0 < Z \leq \tau] \cdot \Pr(Z \leq \tau | Z > 0) \quad (1.7)$$

$$\int_{\tau}^{\infty} z\varphi_Z(z)dz = E[Z | Z > \tau] \cdot \Pr(Z > \tau | Z > 0) \quad (1.8)$$

$$S(\tau) = E[Z | Z > \tau] + E[Z | 0 < Z \leq \tau] \frac{\Pr(Z \leq \tau | Z > 0)}{\Pr(Z > \tau | Z > 0)} \quad (1.9)$$

## ANNEXE F

Vérification des hypothèses de Braud et al (1993) sur l'explication de l'existence d'un seuil optimum pour la méthode des seuils.

seuil	0	2	4	6	8
$E[m_i(t,\tau)]$	0.5315	0.2952	0.1927	0.1415	0.1124
$\sigma[m_i(t,\tau)]$	0.25	0.2624	0.21	0.1755	0.1628
$C_{m_i}(t,\tau)$	0.4702	0.8948	1.0862	1.2404	1.4481
$E[m_Z(t,\tau)]$	5.3863	9.014	12.2884	14.585	17.6076
$\sigma[m_Z(t,\tau)]$	4.9277	5.608	5.9327	5.9248	6.1345
$C_{m_Z}(t,\tau)$	0.9148	0.6221	0.4827	0.4062	0.3484
$C_{1/m_i}(t,\tau)$	0.488	0.931	1.09	0.946	0.897
$r(\tau)$	0.256	0.243	0.334	0.484	0.383
$\rho_1(\tau)$	0.4217	0.7312	0.8361	0.8865	0.92
$\rho_2(\tau)$	0.6117	0.8264	0.908	0.946	0.954
$R^*(\tau)$	0.626	0.81	0.905	0.939	0.949

$m_z(t)$ : moyenne spatiale de l'intensité de pluie

$m_z(t,\tau)$ : moyenne spatiale de l'intensité de pluie strictement supérieure au seuil  $\tau$ .

$r(\tau)$  : coefficient de corrélation expérimental entre  $m_z(t,\tau)$  et  $m_i(t,\tau)$ .

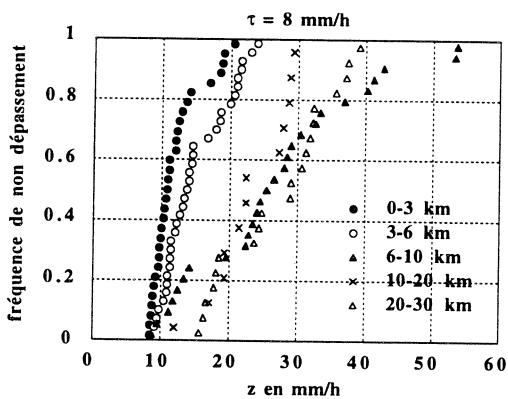
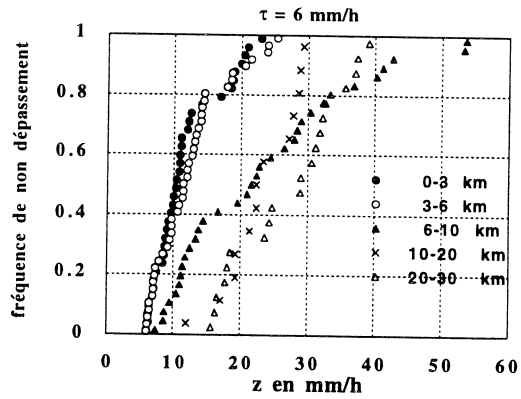
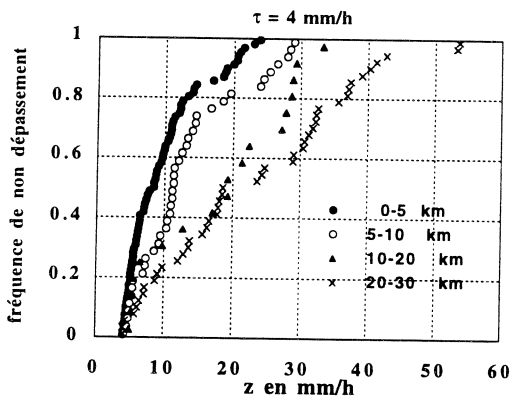
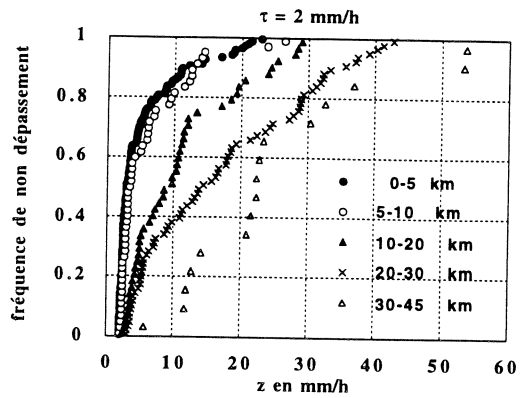
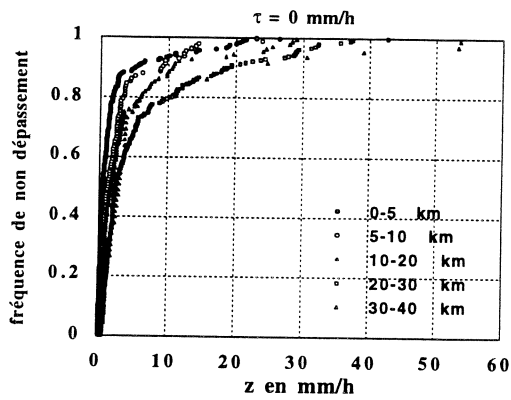
$\rho_1(\tau)$  : coefficient de corrélation théorique entre  $m_z(t)$  et  $m_i(t,\tau)$ , si  $m_z(t,\tau)$  et  $m_i(t,\tau)$  sont indépendants.

$\rho_2(\tau)$  : coefficient de corrélation théorique entre  $m_z(t)$  et  $m_i(t,\tau)$ , si  $m_z(t,\tau)$  et  $m_i(t,\tau)$  ne sont pas indépendants.

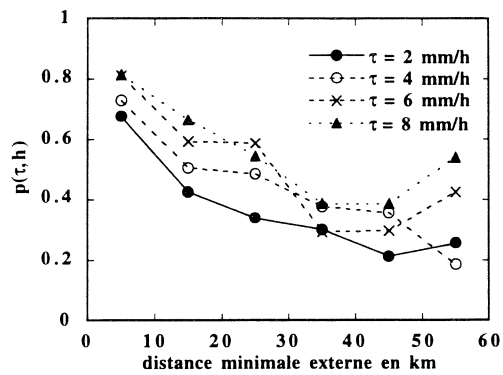
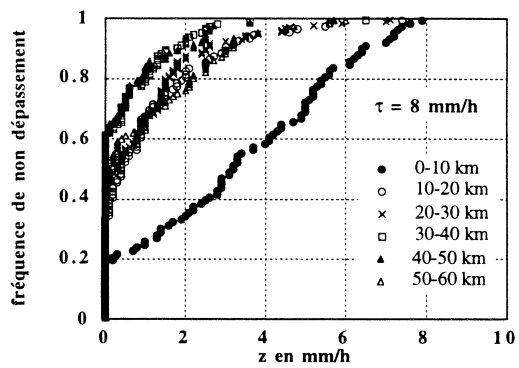
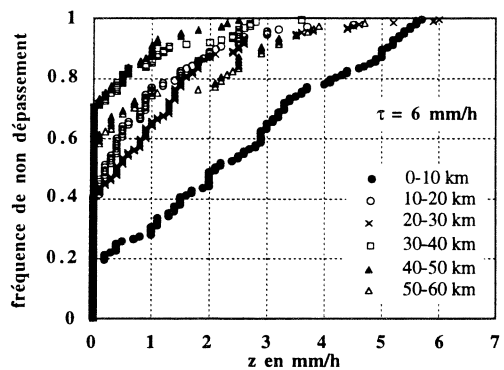
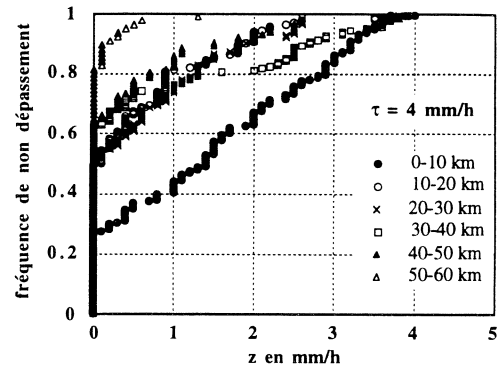
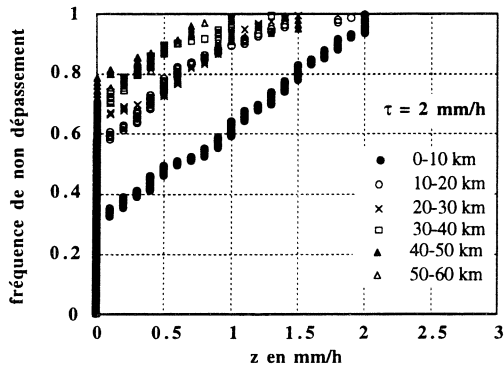
$R^*(\tau)$  : coefficient de corrélation expérimental entre  $m_z(t)$  et  $m_i(t,\tau)$ .

On remarque que les coefficients de corrélation expérimentaux  $R^*(\tau)$  et théoriques  $\rho_2(\tau)$  sont très proches.

## ANNEXE G1

Fonctions de répartition conditionnelles lagrangiennes internes  
saison des pluies 1990 (cible)

## ANNEXE G2

Fonctions de répartition conditionnelles lagrangiennes externes  
saisons des pluies 1990 (cible)

évolution de la probabilité pour qu'il pleuve

## ANNEXE H

## LISTE DES FIGURES

## CHAPITRE I

figure I-1: localisation de la zone d'étude.....	16
figure I-2: structure de l'équateur météorologique.....	16
figure I-3: isohyètes moyennes inter-annuelles .....	18
figure I-4: configuration du réseau après critique (1989).....	19
figure I-5: configuration du réseau après critique (1990).....	19
figure I-6: distribution des distances inter-stations .....	20
figure I-7: histogramme de la durée des événements (1989).....	23
figure I-8: histogramme de la durée des événements (1990).....	23
figure I-9: distribution du nombre de stations en fonctionnement simultané.....	24

## CHAPITRE II

figure II-1: réseau de mesure à l'intérieur du domaine d'étude .....	32
figure II-2: histogramme des moyennes spatiales de l'indicatrice. ....	37
figure II-3: Cartes des moyennes climatologiques ponctuelles de l'indicatrice .....	38
figure II-4: Gradient climatique sud-nord de l'occurrence de pluie.....	38
figure II-5 : variogramme climatologique de l'indicatrice.....	41
figure II-6: interprétation des variogrammes climatologiques de l'indicatrice.....	41
figure II-7: carte des moyennes climatologiques ponctuelles de $F(X)$ ( $m_F(X)$ ) .....	44
figure II-8: carte des écarts-types climatologiques ponctuels de $F(X)$ ( $\sigma_F(X)$ ).....	44
figure II-9: gradient Sud-Nord de $m_F(X)$ .....	44
figure II-10: gradient Sud-Nord de $\sigma_F(X)$ .....	44
figure II-11: fonction de répartition de $F(X,t)$ .....	45
figure II-12: histogramme des moyennes spatiales $m_F(t)$ sur f0-80.....	47
figure II-13: histogramme des écart-types spatiaux $\sigma_F(t)$ sur f0-80.....	47
figure II-14: relation entre $m_F(t)$ et $\sigma_F(t)$ sur f0-80 .....	47
figure II-15: variogramme climatologique de $F(X,t)$ .....	49
figure II-16: carte des moyennes climatologiques ponctuelles de $Z(X)$ ( $m_Z(X)$ ).....	51
figure II-17: carte des écarts-types climatologiques ponctuels de $Z(X)$ ( $\sigma_Z(X)$ ) .....	51
figure II-18: gradient Sud-Nord de $m_Z(X)$ .....	51
figure II-19: gradient climatique de $\sigma_Z(X)$ .....	51
figure II-20: fonction de répartition expérimentale de $Z(X,t)$ .....	53
figure II-21: relation entre les moyennes spatiales expérimentales et théoriques de $Z(X,t)$	55

figure II-22: relation entre les écarts-types spatiaux expérimentaux et théoriques de $Z(X,t)$	55
figures II-23 et II-24: relation entre la moyenne spatiale et l'écart-type spatial de $Z(X,t)$ .	55
figure II-25: variogramme climatologique de $Z(X,t)$ .	57
figure II-26: test d'indépendance I-F au sens des fonctions de structures.	58
figure II-27 : interprétation schématique du rapport $\frac{\gamma_{Z,I}(\vec{h})}{\gamma_I(\vec{h})}$	60
figure II-28: rapport des variogrammes bruts expérimentaux $\frac{\gamma_{Z,I}(\vec{h})}{\gamma_I(\vec{h})}$	60

### CHAPITRE III

figure III-1: distance minimale anisotrope.	67
figure III-2: distance minimale isotrope.	67
figure III-3: distance minimale dans le cas d'un cercle de rayon $R_s$ .	67
figure III-4: fdp de la distance minimale pour un cercle de rayon $R_s$ .	67
figure III-5: estimation de la distance minimale.	68
figure III-6: fdp de la distance minimale.	68
figure III-7: structure hierarchique d'une LMSA.	72
figure III-8: passage d'un champ de pluie instantané à un champ de pluie cumulée.	72
figure III-9a: recherche de la distance minimale anisotrope au point $X_j$ .	74
figure III-9b: estimation de la distance minimale anisotrope en chaque point $X_j$ .	74
figure III-10a: recherche de la distance minimale isotrope au point $X_j$ .	74
figure III-10b: estimation de la distance minimale isotrope en chaque point $X_j$ .	74
figures III-11 a-b: influence de la densité du réseau de mesure sur la surestimation de la distance minimale.	75
figures III-12 a-f: influence de la position du point de mesure sur le domaine, sur la surestimation de la distance minimale.	77
figure III-13: domaine de simulation du centre des surfaces pluvieuses circulaires.	79
figure III-14: fdp du rayon $R_s$ des surfaces pluvieuses circulaires simulées.	79
figure III-15: stations tests.	80
figures III-16 et III-17: fonction de répartition de la distance minimale "vraie" dans l'intervalle $[0-\infty[$ à comparer à la fonction de répartition de la distance minimale estimée.	83
figures III-18 et III-19: fonctions de répartition expérimentales des distance minimales "vraies" effectivement observables, et estimées.	83
figures 20 a-j: étude de la surestimation de la distance minimale: fdp $p(h^*/h)$ .	85 et 86

figure III-21: fonctions de répartition expérimentales de la distance minimale.....	89
figure III-22: zone d'estimation des distributions conditionnelles lagrangiennes (cible)...	91
figure III-23: fonctions de répartition conditionnelles lagrangiennes expérimentales (cible)	92
figures III-24 a-f: fdp conditionnelles lagrangiennes (PEARSON III) (cible) .....	92
figures III-25 à III-30: moments conditionnels lagrangiens expérimentaux (cible).....	93
figure III-31: zone d'estimation des distributions conditionnelles en bordures Nord et Sud du degré carré.....	95
figure III-32: fonctions e répartitions conditionnelles lagrangiennes expérimentales estimées sur les bords Nord et Sud confondus du degre carré .....	96
figures III-33 a-h: fdp conditionnelles lagrangiennes (PEARSON III) estimées sur la cible et les bords Nord et Sud confondus du degré carré .....	96
figures III-34 à III-39: comparaison des moments conditionnels lagrangiens expérimentaux estimés sur la cible et les les bords Nord et Sud confondus du degré carré.....	97
figure III-40: comparaison des moyennes conditionnelles entre les bordures Nord et Sud du degré carré.....	98

## CHAPITRE IV

figure IV-1: surface seuillée et surface seuillée complémentaire .....	105
figure IV-2: distances minimales "internes" et "externes" anisotropes.....	105
figure IV-3: distances minimales "internes" et "externes" isotropes.....	105
figure IV-4: estimation de la distance minimale "interne" anisotrope.....	110
figure IV-5: estimation de la distance minimale "externe" anisotrope .....	110
figure IV-6: estimation de la distance minimale "interne" isotrope .....	110
figure IV-7: estimation de la distance minimale "externe" isotrope.....	110
figure IV-8: fonctions de répartition expérimentales des distances minimales internes .	112
figure IV-9: fonctions de répartition expérimentales des distances minimales externes.	112
figures IV-10 à 13: fonctions de répartition conditionnelles lagrangiennes internes.....	115
figure IV-14: espérance conditionnelle lagrangienne interne .....	115
figure IV-15: écart-type conditionnel lagrangien interne .....	115
figures IV-16 à IV-19: fonctions de répartition conditionnelles lagrangiennes externes	118
figure IV-20: évolution de la probabilité pour qu'il pleuve.....	118
figures IV-21 à IV-24: fonctions de répartition conditionnelles lagrangiennes externes sachant qu'il pleut .....	119
figure IV-25: espérance conditionnelle lagrangienne externe sachant qu'il pleut .....	120
figure IV-26: écart-type conditionnel lagrangien externe sachant qu'il pleut .....	120
figure IV-27: espérance conditionnelle lagrangienne externe .....	120
figure IV-28: écart-type conditionnel lagrangien externe .....	120

figure IV-29: domaines d'estimation de la lame d'eau moyenne.....	121
figures IV-30 à IV-38: modélisation des fonctions de dérive .....	126
figures IV-39 à IV-47: regressions de la méthode des seuils.....	137
figure IV-48: évolution du coefficient de détermination de la méthode des seuils .....	137
figure IV-49: évolution du coefficient $S(\tau)$ .....	139
figure IV-50: évolution du coefficient $\beta(\tau)$ .....	139
figure IV-51: comparaison des deux méthodes d'estimation .....	141
figure IV-52: comparaison des coefficients $S(\tau)$ saisonniers (fdp).....	146
figures IV-53 à IV-55: comparaison des coefficients $S(\tau)$ saisonniers (regression).....	146
figures IV-56 à IV-58: comparaison des coefficients $\beta(\tau)$ saisonniers (regression).....	146
figures IV-59 à IV-61: comparaison des coefficients de détermination saisonniers de la méthode des seuils .....	146
figures IV-62 à IV-70: comparaison des fonctions de dérive saisonnières (cible).....	148
figures IV-71 à IV-79: comparaison des fonctions de dérive saisonnières (degré carré)	149
figures IV-80 à IV-82: comparaison des coefficients de détermination des deux méthodes .....	151
figures IV-83 à IV-88: regressions lame d'eau estimées -lames d'eau de références (12000 km <sup>2</sup> ) .....	154
figures IV-89 à IV-94: regressions lame d'eau estimées -lames d'eau de références (3600 km <sup>2</sup> ) .....	155
figures IV-95 à IV-100: regressions lame d'eau estimées -lames d'eau de références (400 km <sup>2</sup> ) .....	156
figures IV-101 à IV-103: espérance des écarts.....	159
figures IV-104 à IV-106: écart-type des écarts.....	159
figures 107 à 124: histogrammes des écarts lame d'eau de référence - lame d'eau estimée. .....	160

**ANNEXE I**  
**LISTE DES TABLEAUX**

**CHAPITRE I**

tableau I-1: statistiques sur les distances inter-stations.....	20
tableau I-2: dénombrement et caractéristiques des événements pluvieux étudiés (1989)..	21
tableau I-3: dénombrement et caractéristiques des événements pluvieux étudiés (1990)..	22
tableau I-4: statistiques sur la durée des événements pluvieux.....	23

**CHAPITRE II**

tableau II-1: portées et pépites des variogrammes climatologiques de l'indicatrice $\gamma_I(\vec{h})$	42
tableau II-2: relation entre le palier de $\gamma_I(\vec{h})$ et $m_I(1-m_I)$ .....	42
tableau II-3: statistiques climatologiques globales sur $F(X,t)$ .....	45
tableau II-4 : statistiques spatiales de $F(X,t)$ .....	47
tableau II-5: portées et pépites des variogrammes climatologiques de $F(X,t)$ .....	49
tableau II-6: relation entre le palier de $\gamma_F(\vec{h})$ et $\sigma_F^2$ .....	49
tableau II-7: statistiques climatologiques globales sur $Z(X,t)$ .....	53
tableau II-8 : portées et pépites des variogrammes climatologiques de $Z(X,t)$ .....	57
tableau II-9: relation entre le palier de $\gamma_Z(\vec{h})$ et $\sigma_Z^{2*}$ .....	57

**CHAPITRE III**

tableau III-1: moments expérimentaux des distances minimales vraies simulées .....	82
tableau III-2: paramètres de l'ajustement (Pearson III) pour la fdp des distances minimales vraies simulées.....	82
tableau III-3: moments expérimentaux des distances minimales vraies simulées effectivement observables .....	82
tableau III-4: paramètres des ajustements (Pearson III) de la fdp des distances minimales vraies simulées effectivement observables .....	82
tableau III-5: moments expérimentaux des distances minimales estimées .....	82
tableau III-6: paramètres des ajustement (Pearson III) de la fdp des distances minimales vraies estimées.....	82
tableau III-7: moyennes ( $\mu(h^* h)$ ) et écarts-types ( $\sigma(h^* h)$ ) conditionnels .....	86
tableau III-8: statistiques sur les distances minimales estimées.....	89

tableau III-9: paramètres des ajustements (Pearson III) sur les distributions conditionnelles lagrangiennes expérimentales (cible) .....	91
tableau III-10: paramètres des ajustements (Pearson III) sur les distributions conditionnelles lagrangiennes expérimentales (bords Nord et Sud confondus) .....	95

## CHAPITRE IV

tableau IV-1: statistiques sur les distances minimales "internes" .....	112
tableau IV-2: statistiques sur les distances minimales "externes" .....	112
tableau IV-3: paramètres des modèles de "dérive lagrangienne" utilisés pour les domaines de 12000 km <sup>2</sup> et 3600 km <sup>2</sup> .....	125
tableau IV-4: paramètres des modèles de "dérive lagrangienne" utilisés pour le domaine de 400 km <sup>2</sup> .....	125
tableau IV-5: coefficients de la méthode des seuils (regression, degré carré=12000 km <sup>2</sup> )	136
tableau IV-6: coefficients de la méthode des seuils (regression, domaine 3600 km <sup>2</sup> ) ..	136
tableau IV-7: coefficients de la méthode des seuils (regression, domaine 400 km <sup>2</sup> )....	136
tableau IV-8: coefficient S( $\tau$ ) (Pearson III, $\mu=5.65$ mm/h, $\sigma^2=81$ (mm/h) <sup>2</sup> ).....	136
tableau IV-9: écart relatif $\epsilon_r$ .....	139
tableau IV-10: écart relatif $\epsilon_{fdp}$ .....	139
tableau IV-11: statistiques climatologiques saisonnières.....	144
tableau IV-12: coefficient S( $\tau$ ) calculé d'après le fdp climatologique en 1990 .....	145
tableau IV-13: coefficients de la méthode des seuils en 1990 (domaine 12000 km <sup>2</sup> ) ...	145
tableau IV-14: coefficients de la méthode des seuils en 1990 (domaine 3600 km <sup>2</sup> ).....	145
tableau IV-15: coefficients de la méthode des seuils en 1990 (domaine 400 km <sup>2</sup> ) .....	145
tableau IV-16: coefficients des regressions lame d'eau estimée - lame d'eau de référence (degré carré: 12000 km <sup>2</sup> ).....	151
tableau IV-17: coefficients des regressions lame d'eau estimée - lame d'eau de référence (domaine 3600 km <sup>2</sup> ).....	151
tableau IV-18: coefficients des regressions lame d'eau estimée - lame d'eau de référence (domaine 400 km <sup>2</sup> ) .....	151
tableau IV-19: statistiques sur les écarts (degré carré =12000 km <sup>2</sup> ) .....	159
tableau IV-20: statistiques sur les écarts (domaine de 3600 km <sup>2</sup> ) .....	159
tableau IV-21: statistiques sur les écarts (domaine de 400 km <sup>2</sup> ).....	159